Al-Muthanna Journal of Administrative and Economic Sciences

PRINT ISSN: 2226-1419 - ONLINE ISSN: 2572-5386

Volume 15 | Issue 3 Article 9

2025-09-30

(Transmuted lower record type Rayleigh Pareto distribution) Proposal: Characteristics and Application

Osama Abdul Azeez Kadhim Al-Quraishi
Ministry of Education, ousamastat@gmail.com

(Transmuted lower record type Rayleigh Pareto distribution) Proposal: Characteristics and Application

Osama Abdul Azeez Kadhim Al-Quraishi

Ministry of Education

ABSTRACT

In many scientific applications, data follow a pattern indicating a rapid decline in the probability of survival over time. The Rayleigh Pareto distribution is often used to model these patterns, but it sometimes lacks sufficient accuracy in representing the points that occur at the beginning of failure. In the practical aspect, most people are exposed to sudden death as a result of respiratory infection, especially in old age, so we need distributions that are more consistent to solve these problems. The aim of the research is to study a new formula for the Rayleigh Pareto distribution by adding an additional parameter to its distribution function via the (Transmuted Lower Record) transformation map, so it becomes (Transmuted lower record type Rayleigh Pareto distribution) the transformer with three parameters and to derive the structural and statistical properties of the proposed distribution), and to estimate the distribution parameters using two estimation methods, namely (the Maximum Likelihood Method) and the Cramer-Von Mises Minimum Method). The Monte Carlo simulation method was employed to conduct Simulation experiments with different sample sizes, small (30), medium (100, 50) and large (150), were conducted to compare the methods of estimating parameters and the survival function estimated using the statistical criterion mean square error (MSE). The results showed the superiority of the maximum likelihood method in calculating the survival function estimates for the proposed new distribution (Transmuted lower log type Rayleigh Pareto distribution) at large and medium sample sizes, and the superiority of the Cramer von Mises method at small sample sizes. The study was applied to real data representing the survival times of people infected with respiratory tract infection, amounting to 110 patients. To compare the performance of the proposed distribution with the Rayleigh Pareto distribution using a real sample representing the survival times in hours for people infected with respiratory tract infection, comparison criteria (AIC, H-Q, BIC) were used. The superiority of the proposed distribution was reached, and the average percentage of the patient's stay in the hospital until death appeared (0.50) for an average survival period of (2.5) months.

Keywords: Record Based Transmuted Rayleigh Pareto Distribution

Received 23 June 2025; Revised 29 August 2025; Accepted 29 August 2025
Available online 30 September 2025

Corresponding author: Osama Abdul Azeez Kadhim Al-Quraishi
E-mail address: ousamastat@gmail.com

https://doi.org/xx.xxxxx/2572-5386.1499

(توزيع باريتو رايلي من النوع القيذ الأدنى المحول) المقترح: الخصائص والتطبيق

أسامة عبد العزيز كاظم القريشي

وزارة التربية

المستخلص

في العديد من التطبيقات العلمية تتبع البيانات نمطا يشير الى انخفاض سريع في احتمالية البقاء مع مرور الزمن توزيع (Rayleigh Pareto) التي يستخدم غالبا لنمذجة هذه الانماط لكنه يفتقر احيانا الى الدقة الكافية في تمثيل النقاط التي تقع في بداية الفشل ،وفي الجانب التطبيقي فأن أغلب الاشخاص عرضه للموت المفاجئ نتيجة الاصابة بالتهاب الجهاز التنفسي ولاسيما في السن المتقدم من الاعمار لذلك نحتاج الى توزيعات تكون اكثر انسجاماً لحل تلك المشاكل، وهدف البحث الى دراسة صيغة جديدة لتوزيع Rayleigh (Pareto distribution) بإضافة معلمة اضافية الى دالته التوزيعية عن طريق خارطة التحويل (Record Lower Transmuted) فيصبح (distribution Pareto Rayleigh type record lower Transmuted) المــحول ذو الثلاث معلمات واشتقاق الخصائص الهيكلية والاحصائية للتوزيع المقترح)، وتقدير معلمات التوزيع بطريقتان تقدير وهي كل من (طريقة الامكان الاعظم Likelihood Maximum (Method)، وطريقة كريمر فون مايسز (Minimum Mises Von-Cramer of Method) ، وقد تم توظيف اسلوب محاكاة مونت كارلو (carlo Monte) لإجراء تجارب المحاكات و بأحجام عينات مختلفة صغيرة(30)، متوسطة(100,50,) وكبيرة (150) لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المعلمات ودالة البقاء المقدرة عن طريق استعمال المــعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE)، اذ اظهرت النتائج افضلية طريقة الامكان الاعظم في حساب مقدرات دالة البقاء للتوزيع الجديد المقترح (Pareto Rayleigh type record lower Transmuted distribution)عند احجام العينات والكبيرة والمتوسطة ، وافضلية طريقة كريمر فون مايسز عند احجام العينات الصغيرة وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقة تمثل اوقات البقاء للأشخاص المصابين .بمرض التهاب الجهاز التنفسي وبواقع 110مريض . لمقارنة أداء التوزيع المـقترح مع توزيع Rayleigh Pareto بأستعمال عينة حقيقة تمثل اوقات البقاء بالساعات للأشخاص المصابين التهاب الجهاز التنفسي تم استخدام معايير المقارنة (BIC,Q-H,AIC) تم التوصل الى افضلية التوزيع المقترح ،وظهر نسبة متوسط بقاء المرض في المستشفى لحين الوفاة (0.50) لمـــدة بقاء متوسطها (2.5) شهر

الكلمات المفتاحية: طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة كريمر فون مايسز.

تم الاستلام في 23 يونيو 2025 ؛ تم المراجعة في 29 أغسطس 2025 ؛ تم القبول في 29 أغسطس 2025
متاح على الإنترنت 30 سبتمبر 2025

المؤلف المراسل: أسامة عبد العزيز كاظم القريشي
عنوان البريد الإلكتروني: ousamastat@gmail.com

https://doi.org/xx.xxxxx/2572-5386.1499

1- المقدمة: (Introduction)

" تستند جودة الإجراءات المستعملة في التحليل الإحصائي بصورة كبيرة على أنموذج مفترض أو توزيع احتمالي موثق ، وبسبب هذا بذ لت جهود حثيثة من الباحثين لتطوير فئات متعددة من التوزيعات الاحتمالية القياسية، جنبًا إلى جنب مع المنهجيات الإحصائية ذات الصلة، ورغم ذلك يوجد هناك العديد من المشاكل كعدم اتباع البيانات الحقيقية في توزيعها أيًا من النماذج الاحتمالات الكلاسيكية. وتعد مرحلة وضع البيانات ضمن أنموذج علمي مدروس يناسبها من أهم مراحل التحليل الإحصائي التي تعتمد عليها بقية المراحل وتعرف هذه المرحلة بمرحلة « نمذجة البيانات « والتي تستعمل لتوزيعات احتمالية معروفة لتمثيل البيانات والظواهر المدروسة.

وفي بحثنا تم الاعتماد على قاعدة (record based transmuted) المقترحة من قبل الباحثين (Balakrishnan and He) ويوجد العديد من الادبيات السابقة التي اجريت على قاعدة (record based transmuted) لكننا قمنا بالتطرق الى أهمها في عام (2019) بين الباحثان (Balakrishnan and M. He) مفهوم نظرية [9] (record-based transmuted model e)، وبين مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية , في عام (2022) قدم الباحث Tanış صيغة جديدة لتوزيع دالة القوى (TRANSMUTED LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION P DISTRIBUTION) ذات المعلمتان, اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية[13] ,في عام(2021)اقترح الباحثون (Tanış واخرون) في دراسته توزيعاً جديداً سمى توزيع (Transmuted Lower Record Type Fréchet Distribution) ذي الثلاث معلمات ، وناقشا بعض الخصائص الاحصائية والهيكلية للتوزيع المقترح مثل دالة الكثافة التجميعية والمخاطرة والبقاء والعزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي ودالة التوليد[12], في عام (2022) اقترح الباحث (Tanış, C) توزيعاً جديداً سمى توزيع (Transmuted lower record type inverse rayleigh distribution) ذي المعلمتان ، وناقشا بعض الخصائص التوزيع الهيكلية والاحصائية مثل العزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي والاحصاءة المرتبة ، وتم تقدير معلمات التوزيع المقترح بأستعمال خمس طرائق تقدير, في عام (2022) قدم كل من (Tanış&Saraçoğlu) بحثاً اقترحوا فيه توزيع (Tansmuted Record Type exponential Distribution) وتوزيع (Tansmuted Record Type Weibull Distribution) التي يتمتعان بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيعات المقترح، وتم تقير معلمات التوزيع غير المعرّفة على وفق طريقة الامكان الاعظم وطريقة اندرسن[14], نلاحظ من استعراضنا للدراسات السابقة مدى حداثة موضوع (TRANSMUTED LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION) للتوزيعات الاحتمالية وعلى حد علم الباحث فقد لوحظ ندرة الدراسات العربية التي تناولت موضوع التحويل قيد الدراسة للتوزيعات لا سيما استعمال خارطة التحويل المقدمة من قبل (Balakrishnan and M. He) عام (2019). واستكمال للجهود المبذولة من قبل الباحثين قام الباحث"في بناء توزيع احتمالي مقترح جديد يعرف بتوزيع (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) ذو ثلاث معلمات ($\grave{e}, \acute{a}, p$)، إذ تمت دراسة واشتقاق بعض الخصائص الرياضية المرتبطة بالتوزيع المقترح ، اما في الجانب التجريبي تم توظيف اسلوب المحاكاة مونت كارلو للمقارنة بين مقدرات طريقة الإمكان الأعظم (Method likelihood Maximum) وطريقة كريمر فون مايسز لتقدير دالة البقاء باستعمال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) للمقارنة بين افضلية هذه طرائق المستعملة لتقدير دالة البقاء."

2- مشكلة البحث:(Problem of Research)

1- في العديد من التطبيقات العلمية تتبع البيانات نمطا يشير الى انخفاض سريع في احتمالية البقاء مع مرور الزمن توزيع (Rayleigh Pareto) التي يستخدم غالبا لنمذجة هذه الانماط لكنه يفتقر احيانا الى الدقة الكافية في تمثيل النقاط التي تقع في بداية الفشل .

2- في الجانب التطبيقي فأن أغلب الاشخاص عرضه للموت المفاجئ نتيجة الاصابة بالتهاب الجهاز التنفسي ولاسيما في السن المتقدم من الاعمار لذلك نحتاج الى توزيعات تكون اكثر انسجاماً لحل تلك المشاكل.

3- هدف البحث: Aim of Research

1- اشتقاق الخصائص الهيكلية والاحصائية للتوزيع المقترح (Transmuted lower record type Rayleigh Pareto distribution).

2- تقدير دالة البقاء لنموذج احتمالي (Transmuted lower record type Rayleigh Pareto distribution).

3- الحصول على افضل طريقة من طرائق التقدير باستعمال المحاكاة.

4- تطبيق الطريقة الأفضل في الجانب التجريبي على عينة حقيقية من مرضى التهاب الجهاز التنفسي في محافظة كربلاء.

4- دالة البقاء:(Survival Function)

«أحد أساليب في علم الإحصاء هو تحليل البقاء على قيد الحياة، الذي يصف الموت في الكائنات الحية والفشل في لأنظمة والمكائن إضافة الى استخداماتها في الجانب الحياتي والجانب الطبي ويمكن تعريف وقت البقاء على انه حدوث حدث معين، كظهور مرض معين او الاستجابة الى العلاج معين او الانتكاسة او الموت، يترکز تحليل البقاء على قيد الحياة بشكل رئيسي على التنبؤ في تحديد احتمال المخاطر ويرمز لها بالرمز $S(t)$ ويمـكن التعبير عنها رياضيا كالاتي» [2] :

$$S(t)=1-F(t) \qquad (1)$$

$F(t)$: مٌثم دانت انكثافت انتجم عِ تِ انتراكم تِ نهمتغ رٍ انعشوائ ً.
t : مٌثم زمن بقاء انكائن انح عهى ق ذٍ انح اِة

5- توزيع: Rayleigh pareto distribution

يعد توزيع (**Rayleigh pareto distribution**) من التوزيعات الإحصائية المـستعملة بشكل واسع في نمـذجة بيانات الحياة ودالة البقاء، وان اكتشاف هذا التوزيع ساهم في تطور الإحصاء ،لأهميته في العلوم الطبية والهندسية ، ونمذجة بيانات الوقت، ويعد احد نماذج الفشل , ان دالـة الكثافة الاحتمالية للتوزع تكون بالصيغة التالية": [7]

$$f(x,\theta,\alpha)=\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \quad ;x,\theta,\alpha>0 \qquad (2)$$

α: معلمة الشكل (Shape parameters).

θ: معلمة القياس (Scale parameter).

وأن دالة الكثافة التجميعية للتوزيع F·D·C تكتب بالصيغة التالية:

$$F(x,\theta,\alpha)=1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \quad ;x,\theta,\alpha>0 \qquad (3)$$

6- قاعدة: (Transmuted lower record type)

" ان منهجية (Transmuted lower record type) والتي يرمز لها (TLRT) تستعمل على كافة التوزيعات دون قيود او شروط وتعتمد بالدرجة الأساسية على دالة الكثافة الاحتمالية (g t) ودالة الكثافة التراكمية التجميعية (G(x لتوليد العائلات التوزيعات ففي عام 2021 تم اقتراح خارطة التحويل (Transmuted lower record type) من قبل الباحثين (Balakrishnan and He) استنادا الى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية والتكعيبية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيدًا، على سبيل المثال البيانات المـعقدة ذات معدلات الخطر حيث توفر هذه المنهجية بناء التوزيعات وعليه تكون الدالة التراكمية على النحو التالي : [9]

$$F(x,p)=G(x)+p((1-\mathbf{G}(\mathbf{x}))Log(1-G(x) \qquad 0\le p\le 1 \qquad (4)$$

حيث ان:

p :تمثل معلمة التحويل.

$G(x)$: تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.
وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) كالاتي:

$$\mathbf{f(x)=g(x)\left[1-p-pLog(1-G(x))\right]} \qquad 0\le p\le 1 \tag{5}$$

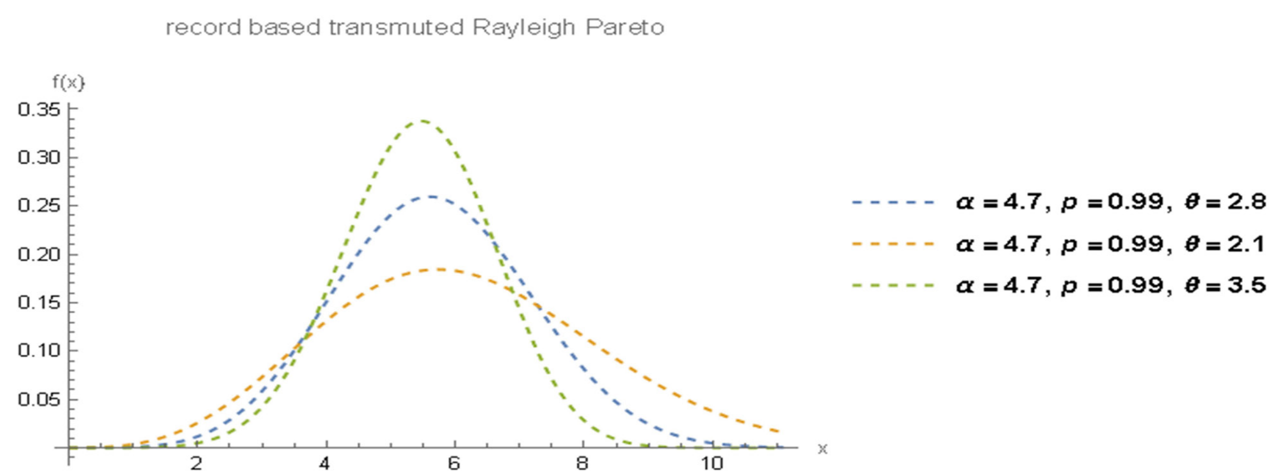
حيث أن:
$g(x)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع الأساس.

7- التوزيع المقترح (On record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

تم الحصول على دالة الكثافة للتوزيع المقترح وذلك بتعويض دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التراكمية لتوزيع(Rayleigh Pareto distribution) المـوضح في المعادلة (2)و (3)باستعمال الصيغة المعرفة بالمعادلة (5) فنحصل على الدالة الاحتمالية الجديد للتوزيع المقترح كما في الصيغة الاتي : [9] [7]

$$f(x,\theta,\alpha,p)=\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left[1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right] \qquad ;x,\theta,\alpha>0,0<p<1 \tag{6}$$

والشكل رقم (1) يوضح سلوك الدالـة الاحتمالية للتوزيع الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) وهو من اعداد الباحث.



شكل (1): يوضح سلوك الدالة الاحتمالية للنموذج الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) من اعداد الباحث

ولثبات ان دالة الكثافة للتوزيع المقترح على انها احتمالية وكالتالي:

$$\int_0^{\infty}\mathbf{f(x,\theta,\alpha,p)dx}=\int_0^{\infty}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}-\int_0^{\infty}\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}+\int_0^{\infty}\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\boldsymbol{dx}$$

$$=1-p+\int_0^{\infty}\frac{\theta p}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}dx$$

$$let\ u=\frac{x}{\alpha},\quad x=u\alpha,\ dx=\alpha du$$

$$=1-p+\int_0^\infty \frac{\theta p}{\alpha^{2\theta}}(u\alpha)^{2\theta-1}e^{-(u)^\theta}\alpha du$$

$$=1-p+\frac{\theta p\alpha^{2\theta}\alpha^{-1}}{\alpha^{2\theta}}\int_0^\infty (u)^{2\theta-1}e^{-(u)^\theta}\alpha du$$

$$=1-p+\frac{\theta p}{\theta}$$

$$=1-p+p$$

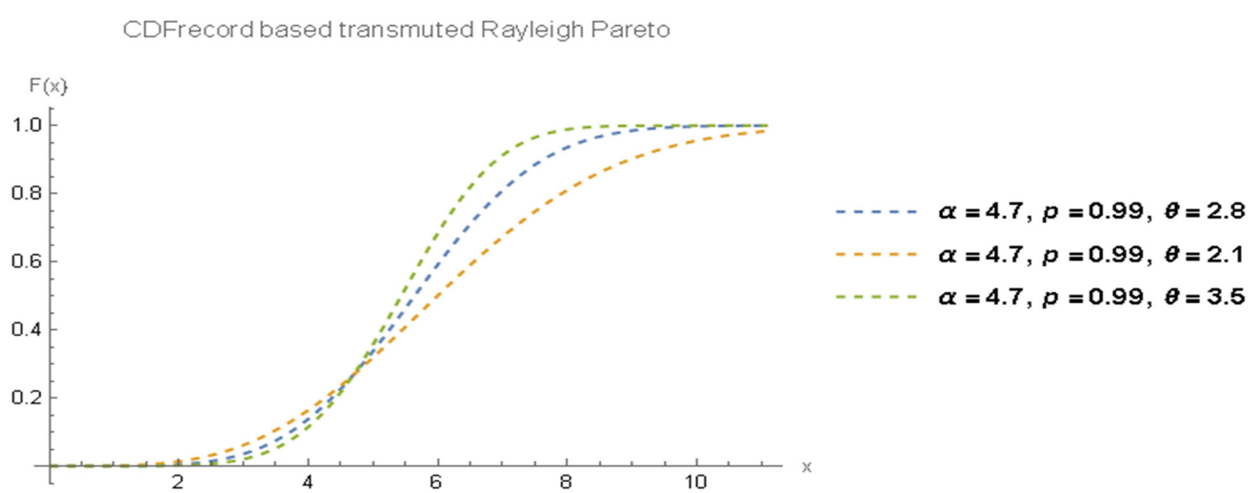
$$=1$$

8- دالة الكثافة التجميعية للنموذج(record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

ويمكن الحصول على دالة التوزيع التراكمية التجميعية للتوزيع المقترح عند تعويض معادلة (3) في المعادلة (4) وعليه تكون الدالة التراكمية للتوزيع المقترح : [1]

$$F(x,\theta,\alpha,p)=1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta pe^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\qquad ;\mathbf{x},\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\alpha},\mathbf{p}>0, 0<\mathbf{p}<1 \tag{7}$$

والشكل رقم (2)يوضح سلوك الدالة الكثافة التجميعية التراكمية للنموذج الاحتمالي(record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)وهو من اعداد الباحث.



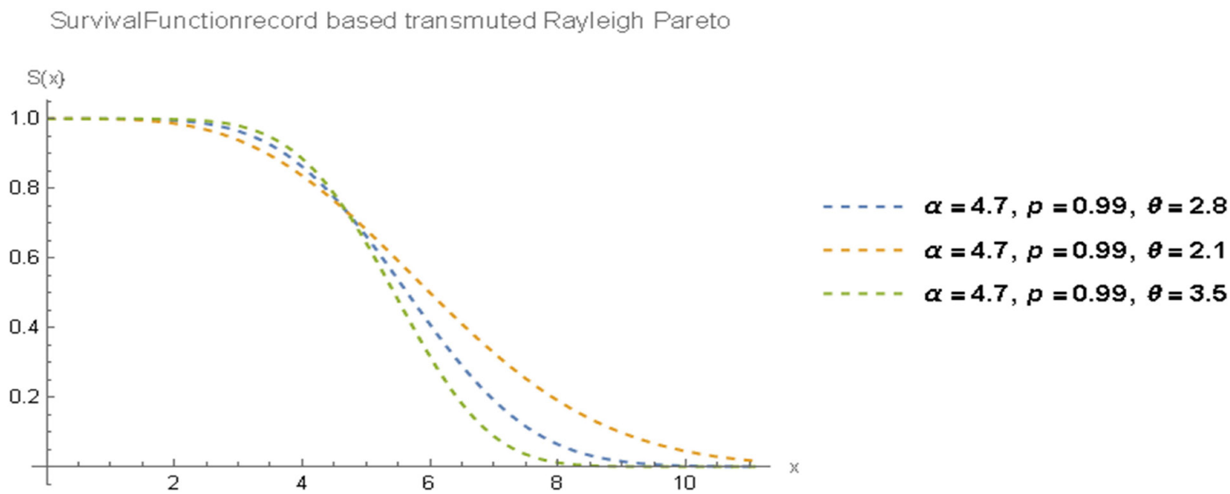
شكل (2): يوضح سلوك الدالة الاحتمالية التراكمية للنموذج الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

9- دالة البقاء لتوزيع (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

$$S(x,\theta,\alpha,p)=1-F(x,\theta,\alpha,p) \tag{8}$$

$$S(x,\theta,\alpha,p)=1-\left(1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta pe^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right)$$

والشكل رقم (3)يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)وهو من اعداد الباحث.



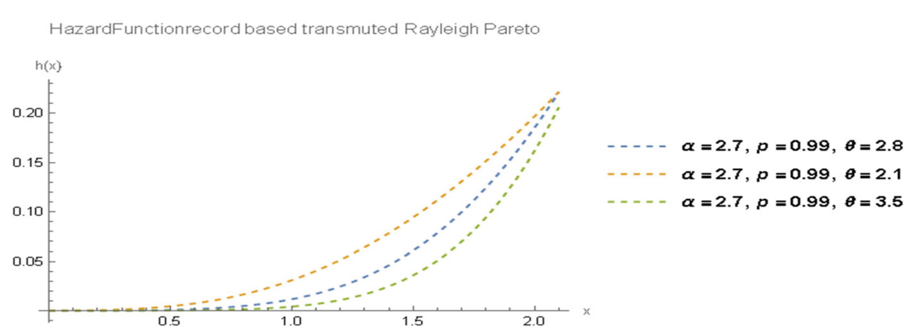
وشكل (3): يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

10- دالة المخاطرة البقاء لتوزيع (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) [3]

$$h(x,\theta,\alpha,p)=\frac{f(x,\theta,\alpha,p)}{S(x,\theta,\alpha,p)} \tag{9}$$

$$h(x,\theta,\alpha,p)=\frac{\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left[1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right]}{e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}+\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}pe^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}}$$

والشكل رقم (4)يوضح سلوك دالة المخاطرة للنموذج الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)وهو من اعداد الباحث.



وشكل (4): يوضح سلوك دالة المخاطرة للنموذج (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

11- خصائص التوزيع (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

1-11 اشتقاق صيغة العزم المركزي: (Derivative of Central Moments) [10]

$$E(x-\mu)^r=\int_0^\infty (x-\mu)^r x^r f(x,\theta,\alpha,p)\,dx$$

$$=\int_0^\infty (x-\mu)^r \frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx-\int_0^\infty (x-\mu)^r\ p\frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx+\int_0^\infty (x-\mu)^r\ p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx$$

$$E(x-\mu)^r=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}x^j$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\int_0^\infty x^j\frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx-\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\int_0^\infty x^j\ p\frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx+\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\int_0^\infty x^j\ p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\int_0^\infty\frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1+j}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx-\int_0^\infty p\frac{\theta}{\alpha^\theta}x^{\theta-1+j}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx+\int_0^\infty p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1+j}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}dx\right)$$

$$\text{let } u=\frac{x}{\alpha},\quad x=u\alpha,\ dx=\alpha du$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta}{\alpha^\theta}\int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+j}e^{-(u)^\theta}\alpha du-p\frac{\theta}{\alpha^\theta}\int_0^\infty \left(u\alpha^{\theta-1+j}\right)e^{-(u)^\theta}\alpha du+p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}\int_0^\infty (u\alpha)^{2\theta-1+j}e^{-(u)^\theta}\alpha du\right)$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta}{\alpha^\theta}\int_0^\infty (u\alpha)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du-p\frac{\theta}{\alpha^\theta}\int_0^\infty (u\alpha)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du+p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}\int_0^\infty (u\alpha)^{2\theta+j}e^{-(u)^\theta}du\right)$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^\theta}\int_0^\infty (u)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du-\frac{p\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^\theta}\int_0^\infty (u)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du+\frac{p\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^{2\theta}}\int_0^\infty (u)^{2\theta+j}e^{-(u)^\theta}du\right)$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^\theta}\left(\int_0^\infty (u)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du-p\int_0^\infty (u)^{\theta+j}e^{-(u)^\theta}du+p\int_0^\infty (u)^{2\theta+j}e^{-(u)^\theta}du\right)\right)$$

$$=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^\theta}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)$$

$$E(x-\mu)^r=\sum_{j=0}^{r}\binom{r}{j}(-\mu)^{r-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^\theta}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right);r=1,2,3\ldots n$$

Where r=2

$$E\left(x-\mu\right)^{r}=\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}\left(-\mu\right)^{2-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)$$

$$\sigma^{2}=\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}\left(-\mu\right)^{2-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)$$

$$\sigma=\sqrt{\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}\left(-\mu\right)^{2-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)}$$

Where r=3

$$E\left(x-\mu\right)^{3}=\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}\left(-\mu\right)^{3-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)$$

Where r=4

$$E\left(x-\mu\right)^{4}=\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}\left(-\mu\right)^{4-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)$$

2-11: معامل الاختلاف The Coefficient of Variation

$$C\cdot V=\frac{\sigma}{\mu_1'}\times 100\%$$

$$C.V=\frac{\sqrt{\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}\left(-\mu\right)^{2-j}\left(\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)}}{\frac{\theta\left(\alpha\right)^{\theta+1}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{2+2\theta}{\theta}\right]\right)} \tag{10}$$

3-11: معامل الالتواء (The Coefficient of Skewnes)

$$S.K=\frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S_k=\frac{\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}(-\mu)^{3-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)}{\left[\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)\right]^{3/2}} \tag{11}$$

4-11: معامل التفلطح: (Coefficient Of Kurtosis)

$$C\cdot K=\frac{\mu_4}{(\mu_2)^2}$$

$$C.K=\frac{\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}(-\mu)^{4-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)}{\left(\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+j}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+j+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)\right)\right)^{2}} \tag{12}$$

5-11: أشتقاق صيغة العزم اللامركزي الرائي حول نقطة الأصل (Derivative of The Moment about origin):

$$E(x^r)=\mu_r'=\int_0^{\infty}x^r\mathbf{f}(x,\theta,\alpha,\mathbf{p})\,dx$$

$$=\int_0^{\infty}x^r\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}-\int_0^{\infty}x^r\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}+\int_0^{\infty}x^r\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}$$

$$=\int_0^{\infty}x^r\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}-\int_0^{\infty}x^r\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}+\int_0^{\infty}x^r\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}$$

$$=\int_0^{\infty}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1+r}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}-\int_0^{\infty}\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1+r}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}+\int_0^{\infty}\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}x^{2\theta-1+r}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\mathbf{dx}$$

let $u=\frac{x}{\alpha},\ \ x=u\alpha,\ dx=\alpha du$

$$=\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}(u\alpha)^{\theta-1+r}e^{-(u)^{\theta}}\boldsymbol{\alpha du}-\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}\left(u\alpha^{\theta-1+r}\right)e^{-(u)^{\theta}}\boldsymbol{\alpha du}+\mathbf{p}\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}\int_0^{\infty}(u\alpha)^{2\theta-1+r}e^{-(u)^{\theta}}\boldsymbol{\alpha du}$$

$$=\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}(u\alpha)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du-p\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}(u\alpha)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du+p\frac{\theta}{\alpha^{2\theta}}\int_0^{\infty}(u\alpha)^{2\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du$$

$$=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}(u)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du-\frac{p\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\alpha^{\theta}}\int_0^{\infty}(u)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du+\frac{p\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\alpha^{2\theta}}\int_0^{\infty}(u)^{2\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du$$

$$=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\alpha^{\theta}}\left(\int_0^{\infty}(u)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du-p\int_0^{\infty}(u)^{\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du+p\int_0^{\infty}(u)^{2\theta+r}e^{-(u)^{\theta}}du\right)$$

$$=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\alpha^{\theta}}\left(\frac{\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]}{\theta}-\frac{p\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]}{\theta}+\frac{p\Gamma\left[\frac{1+r+2\theta}{\theta}\right]}{\theta}\right)$$

$$;\ \ \ldots(28)\ E\left(x^{r}\right)=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{1+r+2\theta}{\theta}\right]\right);r=1,2,3\ldots n$$

Where r=1

$$E\left(x^{1}\right)=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+1}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{2+2\theta}{\theta}\right]\right)$$

Where r=2

$$E\left(x^{2}\right)=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+2}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{3+2\theta}{\theta}\right]\right)$$

Where r=3

$$E\left(x^{3}\right)=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+3}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{4+2\theta}{\theta}\right]\right)$$

Where r=4

$$E\left(x^{r}\right)=\frac{\theta(\alpha)^{\theta+4}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{5+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{5+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{5+2\theta}{\theta}\right]\right)$$

6-11: الدالة المولدة للعزوم (Moment generating function) [5]

$$M_X(x)=E\left(e^{tx}\right)=\int_0^{\infty}e^{tx}\ \mathbf{f}(x,\theta,\alpha,\mathbf{p}).dx$$

$$M_X(t)=\int_0^{\infty}\left(1+tx+\frac{(tx)^2}{2!}+\ldots+\frac{(tx)^r}{r!}\right)\mathbf{f}(x,\theta,\alpha,\mathbf{p}).dx$$

$$M_X(t)=\int_0^{\infty}\frac{t^r}{r!}x^r\mathbf{f}(x,\theta,\alpha,\mathbf{p}).dx$$

$$M_X(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{t^r}{r!}\mu_r'$$

$$M_X(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{t^r}{r!}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{1+r+2\theta}{\theta}\right]\right)\right) \tag{13}$$

اما الدالة المميزة يمكن كتابتها حسب الصيغة الاتية: [6]

$$M_X(ti)_X=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{ti^r}{r!}\left(\frac{\theta(\alpha)^{\theta+r}}{\theta\alpha^{\theta}}\left(\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]-p\Gamma\left[\frac{1+r+\theta}{\theta}\right]+p\Gamma\left[\frac{1+r+2\theta}{\theta}\right]\right)\right) \tag{14}$$

12- طرائق تقدير معلمات التوزيع المقترح (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution)

1- طريقة الإمكان الأعظم (*ML: Maximum Likelihood Method*)

«تعد هذه الطريقة من طرائق التقدير التقليدية المـهمة في عملية التقدير واكثرها استخداما كونها تمتاز بخصائص جيدة منها الكفاية والثبات والاتساق وعدم التحيز وتمـلك اقل تباين, وتكون اكثر دقة عندما يكون حجم العينة كبير, وان مبدأ وهدف هذه الطريقة هو ايجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها وذلك بجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لدالة الامكان بالرمز(ML)) , لتكن $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ مشاهدات عشوائية بحجم عينة n تتبع التوزيع المقترح record based transmuted Rayleigh Pareto distribution فان دالة الإمكان للمشاهدات يمكن صياغتها بالشكل الآتي»: [3] [10] [8]

$$Lf(x,\theta,\alpha,p)=\prod_{i=1}^{n}f(x,\theta,\alpha,p)$$

تعويض دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (distribution Pareto Rayleigh transmuted based record) في الصيغة المذكورة آنفاً:

$$Lf(x,\theta,\alpha,p)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left[1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right]\right)$$

$$Lf(x,\theta,\alpha,p)=\left(\frac{\theta}{\alpha^{\theta}}\right)^{n}\prod_{i=1}^{n}\left(x^{\theta-1}e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left[1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right]\right)$$

وبأخذ اللوغارتم لطرفي الصيغة آنفاً نحصل على:

$$\log Lf(x,\theta,\alpha,p) = nLog[\theta] - \theta nLog[\alpha] + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n} Log[x_i] - \sum_{i=1}^{n} Log\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{\theta} + \sum_{i=1}^{n} Log\left[1-p+p\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{\theta}\right] \qquad (15)$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى للصيغة (15) آنفاً بالنسبة للمعلمات ($\grave{e}, \acute{a}, p$) ومساواتها الى الصفر نحصل على التالي :

$$\frac{\partial \log L}{d\gamma}\frac{\partial \ln(L)}{\partial\theta} = \left\{\frac{n}{\theta} + n\text{Log}[x] - n\text{Log}\left[\frac{x}{\alpha}\right] + \frac{np\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\text{Log}\left[\frac{x}{\alpha}\right]}{1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} - n\text{Log}[\alpha]\right\} = 0 \qquad (16)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial\alpha} = \left\{-\frac{npx\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{-1+\theta}\theta}{\left(1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right)\alpha^{2}}\right\} = 0 \qquad (17)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial p} = \left\{\frac{n\left(-1+\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right)}{1-p+p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\right\} = 0 \qquad (18)$$

المعادلات (39) و(40) و(41) لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لأنها معادلات غير خطية ولذلك يتم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسن) للحصول على مقدرات معلمات التوزيع المقترح بطريقة الامكان الاعظم.

2-طريقة كريمر فون مايسز (*Method of Cramer-Von Mises Minimum*)

قدم (1971) Donald) دليلاً تجريبياً على أنّ المقدر المتحيز أصغر من الحد الأدنى للمقدرات الأخرى وذلك من خلال استعمال طريقة (CVME) وبالاعتماد على المقدرات الموجودة في الدالة التجميعية.

تعتمد طريقة كريمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة Cramer-Von Mises Minimum وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\theta, \alpha, p)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي $c(\theta, \alpha, p)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي: [1]

$$c(\theta,\alpha,p,x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[F(\theta,\alpha,p,x) - \frac{2i-1}{2n}\right]^{2} \qquad (19)$$

اذ ان $F(\theta,\alpha,p,x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع record based transmuted Rayleigh Pareto distribution المحول وبتطبيق المعادلة نحصل على:

$$c(\theta,\alpha,p,x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} - \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta} pe^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} - \frac{2i-1}{2n}\right]^{2} \qquad (20)$$

ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسبة للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وحسب ما يأتي:
الاشتقاق بالنسبة α للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{Cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{dc}{\alpha}=2\sum_{i=1}^{n}\left(1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}-\frac{-1+2i}{2n}-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right)\left(\frac{e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}px\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{-1+\theta}\theta}{\alpha^{2}}-\frac{e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}x\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{-1+\theta}\theta Log[e]}{\alpha^{2}}-\frac{e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}px\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{-1+2\theta}\theta Log[e]}{\alpha^{2}}\right)=0$$

(21)

الاشتقاق بالنسبة $\grave{e}$ للحصول على المقدر $\hat{\grave{e}}_{Cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{dc}{d\theta}=\left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[\begin{array}{c}1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}-\frac{-1+2i}{2n}-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta})\\ \left(\left(-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}Log\left[\frac{x}{\alpha}\right]+e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}Log[e]Log\left[\frac{x}{\alpha}\right]+e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{2\theta}Log[e]Log\left[\frac{x}{\alpha}\right]\right)\right)\end{array}\right]\right\}=0$$

(22)

الاشتقاق بالنسبة p للحصول على المقدر $\hat{p}_{Cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{dc}{dp}=\left\{2\sum_{i=1}^{n}\left[e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}\left(1-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}-\frac{-1+2i}{2n}-e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}}p\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right)\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}\right]\right\}=0 \tag{23}$$

المعادلات (44) و(45) و(46) لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لأنها معادلات غير خطية ولذلك يتم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رفسن) للحصول على مقدرات معلمات التوزيع المقترح بطريقة الامكان الاعظم،

13- الجانب التجريبي: Simulation)

«يؤدي اسلوب المحاكاة في تمثيل الجوانب العملية دوراً مهماً في معالجة المشكلات وتنفيذها ولا سيما بعد التطور الواسع والكبير في مجال الحاسبات الإلكترونية ما دفع الكثير من الباحثين الى إعتماد اسلوب المحاكاة في الكثير من البحوث التي تهدف الى دراسة سلوك أية مقدرات أو احصاءات اختبار أو أنموذج أو توزيع احصائي نظراً لصعوبة معرفة ذلك نظرياً». [9] [1]

«اذ يتميز هذا الأسلوب بالدقة ويوفر للبـاحثين الكثير من الوقت والجهد والمال لذلك يعتبر أسلوب مرن ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات الاتية :

أولا- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار خمس حجوم للعينات وهي (30,50,100,150) واستخدمت قيم افتراضية للمعلمات فكانت كما في الجدول الاتي» :

جدول رقم (1): القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) التي تم اختيارها بالاعتماد على حدود الثقة العليا والسفلى

Experiment	θ	α	p
1	3	2	0.6
2	3	2.1	0.1

وعليه يمكن الحصول على نموذجين محاكاة وكالاتي :

الانموذج الاول :

n	θ	α	p
30	3	2	0.6
50	3	2	0.6
100	3	2	0.6
150	3	2	0.6

الانموذج الثاني :

n	θ	α	p
30	3	2.1	0.1
50	3	2.1	0.1
100	3	2.1	0.1
150	3	2.1	0.1

ثانيا- تكرار التجربة 1000مرة.

ثالثا - توليد المتغير العشوائي الـذي يتوزع وفق النموذج (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) بثلاث معلمات .

ثالثا-تقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) وذلك باستعمال طرائق التقدير المشـار اليها.

رابعا –المقارنة بين طرائق التقـدير المستخدمة واختيار الطريقة الأفـضل باستعمال المعيار الاحصـائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) والـذي كلما تقل قيمته كلما كان المقدار افضل وتكتب صيغته كالاتي[3] :

$$\mathrm{MSE}\left(\hat{S}\left(ti\right)\right)=\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{n_t}(\hat{S}j\left(ti\right)-S_j\left(ti\right))^2$$

إذ أن:

L: تمثل عدد مرات تكرار التـجربة وهو (1000) مـرة.

n_t: هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) من الـحد الادنى الى الحد الاعـلى.

$\hat{S}(t_i)$: القيمة المقدرة لدالة البقاء وفـق طرائق التقدير المستعمـلة.

ti: تمـثل أوقات البقاء لحين الفشل والتـي تعتبر عينة تمثل التوزيع الاحتمالي (record based transmuted Rayleigh Pareto distribution) .

S(t): دالة البقاء الحقيقية (الافتراضية) وهي في حالة تناقص.

$\hat{S}(t)_{ML}$: دالة البقاء المقدرة بطريقة الإمـكان الأعظم لـ (1000) تجربة.

$\hat{S}(t)_{cvm}$: دالة البقاء المقدرة بطـريقة العزوم لـ (1000) تـجربة وهـي في حالة تناقص,

وفي ما يلي نتائج تجارب المحاكات التي تم الحصول عليها باستخدام برنامج MATLAB :

جدول رقم (2): متوسط مربعات الخطاء لدالة البقاء لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول

Sample size	Performance			Best
	Methods			
		MLE	cvm	
30	MSE	0.05564534243	0.047315792	MLE
50	MSE	0.03578932374	0.0384852583	MLE
100	MSE	0.0147973194	0.0273802422	MLE
150	MSE	0.0119163835	0.022759635	MLE

جدول رقم (3): متوسط مربعات الخطاء لدالة البقاء لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثاني

Sample size	Performance			Best
	Methods			
		MLE	cvm	
30	MSE	0.05592468	0.03932784	MLE
50	MSE	0.04215357	0.05976427	MLE
75	MSE	0.0331123	0.0364268	MLE
100	MSE	0.02457824	0.02757429	MLE

يتضح من الجدول (1),(2) , ان طريقة (cvm) افضل عند العينات الصغيره لامتلاكها اقل (mse) , بينما ظهرت طريقة (Mle) عند حجوم العينات المتوسطة والكبيرة هي الافضل لامتلاكها اصغر (mse) ,فضلاً عن ذلك نلحظ تناقص قيم متوسط مربعات الخطاءMSE بزيادة حجم العينة التدريجي وهذا السلوك يتوافق مع خصائص هذا المعيار بكونه يتناقص مع زيادة حجم العينة

14- الجانب التطبيقي

«جمعت البيانات المتعلقة بالدراسة لعدد من المصابين بمرض التهاب الجهاز التنفسي من سجلات دائرة صحة محافظة القادسية قسم الحميات والبالغ عددها (110) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى بالأشهر تحت المراقبة والعلاج لحين الوفاء اذ تم تبويب البيانات للأشخاص المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (Survival Time) وذالك بطرح تاريخ الإصابة بالمرض من تاريخ الوفاة وكما يلي» :

جدول (4): يمثل اوقات البقاء لمرضى المصابين بمرض التهابات الجهاز التنفسي

5.9	5.2	4.6	4.1	3.79	3.2	2.75	2.55	2.35	1.49	1.24
5.9	5.4	4.7	4.2	3.8	3.25	2.8	2.55	2.35	1.49	1.24
6	5.5	4.7	4.25	3.85	3.3	2.83	2.6	2.37	1.5	1.31
6.05	5.55	4.7	4.25	3.9	3.5	2.85	2.6	2.4	1.5	1.38
6.1	5.55	4.85	4.27	3.9	3.5	2.87	2.65	2.4	1.52	1.38
6.2	5.6	4.9	4.3	4	3.55	2.9	2.65	2.45	1.52	1.38
6.25	5.65	5	4.3	4.05	3.6	2.95	2.68	2.48	1.55	1.4
6.3	5.7	5.1	4.35	4.05	3.7	3	2.7	2.49	2.1	1.42
6.35	5.75	5.1	4.4	4.07	3.75	3.1	2.7	2.5	2.1	1.45
6.6	5.85	5.1	4.5	4.1	3.77	3.1	2.75	2.5	2.3	1.45

14-1 اختبار حسن المطابقة: (*Good ness of Fit*)

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المقترح record based transmuted Rayleigh Pareto distribution فقد تم أستعمال اختبار حسن المطابقة (Good (ness of Fit) وحسب الفرضية الاحصائية الأتية[2]:

H_0 : The data have record based transmuted Rayleigh Pareto distribution

H_1 : The data dont have record based transmuted Rayleigh Pareto distribution

وقد تم توضح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال قانون Chi– Squared[10] كما في الجدول التالي:

جدول (5): نتائج اختبار حسن المطابقة تم اجراء الاختبار وكانت قيمة

Distribution	χ^2_c	χ^2_t	Sig	Decision
OddChenFrecheDistribution	6.31	3.31	0.085153	Not Reject H_0

«نلحظ من الجدول (4) ان قيمة χ^2_c المــحسوبة وفق الصيغة هي اكبر من الجدولية إذن لا نرفض فرضية العدم القائلة بأن البيانات تتوزع وفق النموذج record based transmuted Rayleigh Pareto distribution

معاييراختبار افضل توزيع (*Criteria choosing, the best, distribution*)

2-1-14 اختبار أكايكي [2] :CIA (Akaike Test)

أن الصيغة العامة لأحصاءة معيار أكايكَي

$$A\,IC = -2L\left(\hat{\theta} \setminus X\right) + 2P \qquad (24)$$

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التـوزيع الاحتمالية النظرية.

$L(\hat{\theta}\setminus X)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function)) لمشاهدات بيانات العينة.

2-2-41 اختبار بيز أكايكي BIC :(Bayesian Akaike Test)

احدى معاير اختبار حسن المطابقة (GOF) ويرمز له اختصار (10] (BIC]وأن صيغته العامة تكون كما يلي: [5]

$$BIC = -2L\left(\hat{\theta} \setminus x\right) + P\ Log\left(n\right) \quad (25)$$

$L(\hat{\theta}\setminus X)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

P: تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n: تمثل حجم العينة.

3-2-14 اختبار أكايكي المتسق CIAC :(Consistent Akaike Information Criterion)

ان الصيغة لاختبار حســـن المطابقة أكايكي المتسق [2] (CAIC) هي كما يلي: [3]

$$CAIC = -2L\left(\hat{\theta} \setminus x\right) + \frac{2nP}{n-P-1} \quad (26)$$

و ان

n:تمثل حجم العينة.

قد تم توضيح نتائج الاختبارات التي تم ذكرها انفاً في جدول رقم (5) لمــقارنة أداء التوزيع المقترح مع توزيع Rayleigh Pareto بأستعمال عينة حقيقة تمثل اوقات البقاء بالساعات للأشخاص المصابين التهاب الجهاز التنفسي .

جدول (6): يبين معاير المفاضلة بين التوزيع المقترح وتوزيع Rayleigh Pareto في تمثيل البيانات الحقيقية

dist	θ	α	p	-2Logl	AIC	H-Q	BIC
record based transmuted Rayleigh Pareto distribution	2.5	0.9	1.22	155.4643	165.4658	165.6764	166.03235
Rayleigh Pareto	1.3	1.1		353.195	359.1951	359.6782	410.1561

في المــعايير الإحصائية هو أختبار أفضل توزيع احتمالي من بين مجموعات احصائية وهنالك عدة معايير والتي استعمل منها ثلاثة معايير الموضحة في المعادلة (39) و(40) و(41) لبيان إفضاليه هذا التوزيع ومن خلال النتائج وفي الجدول (6) تبين أن أفـضل توزيع هو record based transmuted Rayleigh Pareto distribution لأنـه يملك أقل قيمة للمعايير الثلاثـة.

جدول (7): مقدرات الامكان الاعظم لدالة البقاء للبيانات الحقيقيـــــة

i	ti	f(t)	F(t)	S(t)
1	1.24	0.050775	0.05986	0.996624
2	1.24	0.059176	0.05986	0.996624
3	1.31	0.061089	0.071944	0.98454
4	1.38	0.063083	0.083947	0.972537

5	1.38	0.065158	0.083947	0.972537
6	1.38	0.069552	0.083947	0.972537
7	1.4	0.071871	0.087392	0.969092
8	1.42	0.074273	0.090849	0.965635
9	1.45	0.07932	0.096062	0.960422
10	1.45	0.07932	0.096062	0.960422
11	1.49	0.081965	0.103069	0.953415
12	1.49	0.087491	0.103069	0.953415
13	1.5	0.09037	0.104832	0.951652
14	1.5	0.093325	0.104832	0.951652
15	1.52	0.096352	0.108372	0.948112
16	1.52	0.099452	0.108372	0.948112
17	1.55	0.099452	0.11372	0.942764
18	2.1	0.10262	0.220278	0.836206
19	2.1	0.109152	0.220278	0.836206
20	2.3	0.122912	0.262712	0.793772
21	2.35	0.130082	0.273571	0.782913
22	2.35	0.130082	0.273571	0.782913
23	2.37	0.130082	0.277939	0.778545
24	2.4	0.137401	0.284518	0.771966
25	2.4	0.144831	0.284518	0.771966
26	2.45	0.148575	0.295549	0.760935
27	2.48	0.15986	0.302205	0.754279
28	2.49	0.15986	0.304429	0.752055
29	2.5	0.15986	0.306657	0.749827
30	2.5	0.167373	0.306657	0.749827
31	2.55	0.174824	0.317836	0.738648
32	2.55	0.182165	0.317836	0.738648
33	2.6	0.18578	0.329081	0.727403
34	2.6	0.189349	0.329081	0.727403
35	2.65	0.189349	0.340384	0.7161
36	2.65	0.191467	0.340384	0.7161
37	2.68	0.192868	0.347192	0.709292
38	2.7	0.192868	0.35174	0.704744
39	2.7	0.196329	0.35174	0.704744
40	2.75	0.19997	0.363142	0.693342
41	2.75	0.200587	0.363142	0.693342
42	2.8	0.200587	0.374584	0.6819
43	2.83	0.200587	0.381466	0.675018
44	2.85	0.201132	0.386059	0.670425

45	2.87	0.201783	0.390657	0.665827
46	2.9	0.202916	0.397562	0.658922
47	2.95	0.202916	0.409084	0.6474
48	3	0.203058	0.42062	0.635864
49	3.1	0.203058	0.443707	0.612777
50	3.1	0.20352	0.443707	0.612777
51	3.2	0.20352	0.46677	0.589714
52	3.25	0.204641	0.478276	0.578208
53	3.3	0.204641	0.489756	0.566728
54	3.5	0.20502	0.535295	0.521189
55	3.5	0.205102	0.535295	0.521189
56	3.55	0.205102	0.546552	0.509932
57	3.6	0.20605	0.557747	0.498737
58	3.7	0.20605	0.579923	0.476561
59	3.75	0.206313	0.590893	0.465591
60	3.77	0.206313	0.595257	0.461227
61	3.79	0.207528	0.599607	0.456877
62	3.8	0.209488	0.601777	0.454707
63	3.85	0.215577	0.612569	0.443915
64	3.9	0.215577	0.623265	0.433219
65	3.9	0.21848	0.623265	0.433219
66	4	0.221281	0.644344	0.41214
67	4.05	0.221829	0.654719	0.401765
68	4.05	0.222911	0.654719	0.401765
69	4.07	0.223976	0.658836	0.397648
70	4.1	0.22656	0.664976	0.391508
71	4.1	0.231377	0.664976	0.391508
72	4.2	0.233601	0.685124	0.37136
73	4.25	0.234753	0.695005	0.361479
74	4.25	0.234753	0.695005	0.361479
75	4.27	0.235697	0.69892	0.357564
76	4.3	0.235697	0.704752	0.351732
77	4.3	0.241936	0.704752	0.351732
78	4.35	0.242731	0.714363	0.342121
79	4.4	0.243401	0.723832	0.332652
80	4.5	0.243401	0.742333	0.314151
81	4.6	0.243948	0.760232	0.296252
82	4.7	0.244137	0.777507	0.278977
83	4.7	0.244726	0.777507	0.278977
84	4.7	0.244726	0.777507	0.278977

85	4.85	0.245395	0.802212	0.254272
86	4.9	0.245909	0.810117	0.246367
87	5	0.246548	0.825425	0.231059
88	5.1	0.24675	0.840058	0.216426
89	5.1	0.246945	0.840058	0.216426
90	5.1	0.246945	0.840058	0.216426
91	5.2	0.247465	0.854009	0.202475
92	5.4	0.247465	0.879867	0.176617
93	5.5	0.247833	0.891779	0.164705
94	5.55	0.247833	0.897483	0.159001
95	5.55	0.248571	0.897483	0.159001
96	5.6	0.248571	0.903021	0.153463
97	5.65	0.248926	0.908395	0.148089
98	5.7	0.249157	0.913605	0.142879
99	5.75	0.249157	0.918653	0.137831
100	5.85	0.249426	0.928272	0.128212
101	5.9	0.249435	0.932847	0.123637
102	5.9	0.24959	0.932847	0.123637
103	6	0.24959	0.941536	0.114948
104	6.05	0.24977	0.945656	0.110828
105	6.1	0.249868	0.949629	0.106855
106	6.2	0.249868	0.957146	0.099338
107	6.25	0.249902	0.960695	0.095789
108	6.3	0.249958	0.964108	0.092376
109	6.35	0.24999	0.967387	0.089097
110	6.6	0.249991	0.981897	0.074587
sum	373.2900	18.55053	53.35092	55.78032
mean	2.4845	0.168641	0.50319	0.507094

نلحظ من الجدول(7) ما يأتي:

1- ان العلاقة بين دالة البقاء S (t) والزمن علاقة عكسية، كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة البقاء وهذا ما نلحظه بصورة واضحة في العمود الذي يمثل دالة البقاء، وان هذا السلوك يطابق سلوك دالة البقاء لكونها متناقصة مع الزمن.

2- ان قيم cdf تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية وهذا ما نلاحظه في العمود الذي يمثل F (t).

3- متوسط أوقات البقاء هو(0.507094) اي ان احتمال بقاء المصاب بمرض الكبد على قيد الحياة هو 50 % تقريبا.

4- قيم دالة الكثافة التجميعية F (t) تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.

5- انّ مجموع قيم دالة البقاء(S(t وقيم دالة الكثافة ال تجميعيةCDF يساوي واحداً أي إن أحدهما متمم للآخر

6- ان دالة البقاء S (t) كانت ما يقارب 99% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد ومن ثَمَّ فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من7 % عندما حصلت الوفاة (110).

7- بالامكان احتمال الحصول على احتمال بقاء المريض على قيد الحياة بعد مدة محددة من الزمن على سبيل المثال احتمال البقاء على قيد الحياة بعد الاسبوع الاول .P(t>1)= 0.836206

15- الاستنتاجات

1- أظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان طريقة الامكان الاعظم هي الأفضل لتقدير دالة البقاء بالنسبة لحجوم العينات المتوسطة والكبيرة.
2- تناقص القيم الخاصة بالمقياس الإحصائي متوسط مربعات التكاملي (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الإحصائية لهذا المؤشر.
3- تناقص قيم دالة البقاء بزيادة الزمن (t) وهذا يطابق مع ما تم عرضه في الجانب النظري عن سلوك هذه الدالة.
4- ظهر متوسط البقاء للمرضى في المستشفى (50%) لحين الوفاة بمتوسط وقت يساوي (2.5) شهر وهذه نسبة عالية

16- التوصيات

1- استعمال أنواع جديدة من التوزيعات record based transmuted Rayleigh Pareto distribution وذالك لما تمتاز به هذه التوزيعات من مرونة وكفاءة عالية في تمثيل بيانات الوقت.
2- استعمال طرائق تقدير أخرى مثل الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء.
3- تطبيق النموذج الجديد المقترح record based transmuted Rayleigh Pareto distribution في الجوانب الهندسية والطبية والصناعية.
4- الاهتمام بالحصول على البيانات مرض التهاب الجهاز التنفسي في جميع محافظات العراق لحساب دالة البقاء ودالة المخاطرة
5- نوصي كادر مستشفى القادسية باخذ التدابير اللازمة واعطاء الاولية لمرضى الجهاز التنفسي بسبب نسب الوفاة المرتفعه

الموافقة الأخلاقية

لا ينطبق

تضارب المصالح

يقر المؤلف بعدم وجود تضارب في المصالح

توفر البيانات

البيانات متوفرة لدى الباحث وسوف تقدم عند الطلب.

بيانات التمويل

لم يتلقى هذا البحث اي تمويل خارجي.

المصادر العربية

صالح ، احمد علوان، (2016)، «طرائق تقدير دالة المخاطرة لتوزيع مقارنة مع تطبيق عملي»، رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

حافظ، علي ماضي، (2020).»بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي –فريجت)لتقدير دالة المعولية الضبابية»، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.

نعمان،عبد الأمير (واخرون) ،(2019)» مقارنة بين الطرائق الاعتيادية والبيزية لتقدير معلمة الشكل و دالة المعولية لتوزيع بورX ذو المعلمتين تحت دوال خسارة مختلفة «مجلة الإدارة و الاقتصاد –جامعة واسط المجلد 42 العدد 119 ص 42-58.

سلمان ، محمد صادق ، (2020)، «بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية»، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء – كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء بحث.

جاسم. خضر نصيف (2012) « مقارنة تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي المختلط مع تطبيق عملي « اطروحة دكتوراء ، كلية الادارة والاقتصاد بغداد .

الدريعي، مهدي علي عبد الحسين (2016) « بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي « رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد جامعة بغداد.

المصادر الأجنبية

jyothi, P. (2019). Reliability Computation of System Reliability for the New Rayleigh Pareto Distribution. International Journal of Science and Research (IJSR), 8(1), 2053–2055..

Bashir, S., Qureshi, A. M., & Waseem, N. (2022). System reliability of the functions using Pareto-Rayleigh distribution. Communications in statistics-theory and methods, 51(23), 8130–8148..

Balakrishnan, N., and M. He. 2019. A record-based transmuted model. Under Review. Advanceonline publication.

Byrne, A. M., Bouchier-Hayes, D. J., & Harmey, J. H. (2005). Angiogenic and cell survival functions of vascular endothelial growth factor (VEGF). Journal of cellular and molecular medicine, 9(4), 777–794.

Chan, R. H., Chow, S. C., Guo, X., & Wong, W. K. (2022). Central moments, stochastic dominance, moment rule, and diversification with an application. Chaos, Solitons & Fractals, 161, 112251.

Tanış, C., Saraçoğlu, B., Kuş, C., Pekgör, A., & Karakaya, K. (2021). Transmuted lower record type Fréchet distribution with lifetime regression analysis based on type I-censored data. Journal of Statistical Theory and Applications, 20(1), 86–96.

Taniş, C. (2021). TRANSMUTED LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION. Journal of Science and Arts, 21(4), 951–960.

Tanış, C., & Saraçoğlu, B. (2022). On the record-based transmuted model of balakrishnan and He based on weibull distribution. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 51(8), 4204–4224.