تقدير المعولية والإتاحية الضبابية باستعمال أسلوب بيز *

أ.م. د. عمـــاد حـازم عبـودي الباحثـــة عذراء كـامـل المشهدانـي
كلية الإدارة والأقتصاد ــ جامعة بغداد ـ قســم الإحصـــاء

الخلاصة :

يدرسهـذا البحث تقديـر المعولية والإتاحية للنظام باستعمال أسلوب بيز (Bayes Method) ، وتحويل ميلين (Mellin Transformation) ، بوجود البيئة الضبابية ، ومن أجل تطبيق أسلوب بيز يفترض أن تكون معالم التوزيع كمتغيرات عشوائية ضبابية ، اذ سيتم أستعمال أسلوب بيز التقليدي للحصول على مقدرات بيز الضبابية ، وذلـك ومـن خـلال أستدعاء النظريـة المعروفـة (Resolution Identity) فـي نظريـة المجموعـة الضبابية ، وبالإستناد الـى بيانـات تتبـع التوزيـع الأسـي (Exponential Distribution) ،وسنعتمد على المعادلات الرياضية لحساب درجة الأنتماء لأي نقطة من نقاط بيز المقدرة.

الكلمات المفتاحية /مقدرات بيز ، تحويل ميلين ،البيئة الضبابية، معولية النظام ، إتاحية النظام .

Fuzzy Reliability and Availability Estimation Using Bayesian Approach

(Abstract):

This paper deals with estimation of Bayesian reliability and availability by Using Bayes Method and Mellin Transformation under fuzzy environments ,In order to apply the Bayesian approach, the distribution parameters are assumed to be fuzzy random variable , where the traditional Bayesian method will be used to get the fuzzy Bayes estimation by using the well-known theory called 'Resolution Identity' in fuzzy sets theory depending on

Exponential Distribution Data, we will depending on the Mathematical Equations to evaluate the Membership Degree for any estimated point of Bayes.

* بحث مستل من رسالة ماجستير قيد الأعداد

Keywords/Bayes estimation, Mellin Transformation Vague environment, system reliability,system availability.

1- المقدمـــة :

تُوصف نظرية المعولية على إنها أحد فروع المعرفة (Discipline) التي تتعامل مع تطبيقات نظرية الأحتمالات (Probability theory) لمسائل أو مشاكل العطل في كل الأنظمة إذ إنّ مصطلح المعولية (Reliability) يستعمل للإشارة الى أمكانية ، أو قدرة الماكنة على الأستمرار بالعمل لمدة زمنية معينةمن دون أن تتوقف عن العمل قبل ذلك ، أذ إن حساب دالة المعولية والإتاحية (& Reliability Availability) التقليدية للمكائن تستند إلى حد كبير على معلومات دقيقة من الناحية العملية ، ولكن هنالك بعض المعلومات عن نظام قد تكون غير دقيقة ومثلت على شكل كميات وإن عدم الدقة ينتج من نقص حاصل في البيانات التي تم جمعها من مشكلة معينة وتكون هذه البيانات مبهمة وغير دقيقة أو غير كاملة مما يؤدي الى نقص في المعلومات ، ويعود سبب ذلك الى أخطاء الماكنة أو الأخطاء البشرية أو بعض الحالات الغير متوقعة وبالتالي ، فمن الضروري تعميم الطرق التقليدية إلى بيئات ضبابية لدراسة وتحليل الأنظمة ، وبالتالي فالمعولية والإتاحية التي يراد تقديرها ستكون ضبابية.

الجانب النظري

2- مشكلة البحث :

وجود عدم دقة في بيانات منظومة الخط الإنتاجي والتي تؤدي الى حدوث مشاكل في عملية تقدير دالة المعولية والإتاحية (Reliability&Availability function) ، وهذا بدوره يؤدي الى ظهور حالة ما تسمى بالبيانات الضبابية .

3- هدف البحث :

تهدف هذه الدراسةالتقديردالةالمعوليةوالإتاحية (Reliability and Availability Function) للنظام في حالة وجودبياناتضبابية (Fuzzy Data) .

4- بعض المفاهيم الأساسية في المجموعات الضبابية[1,2]:

على مدى العقودالماضية تم أقتراح العديد من نظريات

لمعالجةعدماليقين(Uncertainty)وعدمالدقة(Imprecision)، ومنبينها

كانتنظريةالمجموعةالضبابيةوالتيتعتبرأحدأهممفاتيحالمعالجة، أذ قُدمت هذه النظريةللتكيف مع صفة الإبهام والغموض في النظم البشرية ، ولتقليل الأحتياج الى مدخلات كمية دقيقة عند تحليل القرار، وإن المجموعات

الضبابية (Fuzzy Sets) ، تعتبر تطوراً واسعاً للمجموعة الأعتيادية (Crisp Set) ، التي تعّد أنتماء العنصر إليها كلياً اي له درجة أنتماء مساوية للواحد وخلاف ذلك فإن العنصر لا ينتمي الى المجموعة وتكون درجة أنتماءه معدومـــة ، بينما في المجموعة الضبابية فإن لكل عنصر درجة أنتماء تتراوح بين الصفر والواحد.

5- تعريف المجموعة الضبابية:[9,3]

لتكن U مجموعة شامله ، وأن $\widetilde{V}$ تمثل مجموعة ضبابية جزئية تنتمي الى مجموعة U حيث تمتاز المجموعة الضبابي $\widetilde{V}$ بامتلاكها دالة أنتماء صحيحة $(t_{\widetilde{V}})$ (True Membership) ، ودالة أنتماء خاطئة $(f_{\widetilde{V}})$ (False Membership) ، حيث أن $t_{\widetilde{V}}: U \to [0,1]$ ، $f_{\widetilde{V}}: U \to [0,1]$ ، وكذلك أن $t_{\widetilde{V}(u)} + f_{\widetilde{V}(u)} \leq 1$، ويمكن أعتبار $t_{\widetilde{V}}$ يمثل الحد الأدنى لدالة الأنتماء الصحيحة True (membership function)، وأن $f_{\widetilde{V}}$ يمثل الحد الأدنى لدلة الأنتماء الخاطئة والتي تعتبر نفي لدالة الانتماء الصحيحة .

ولتكن $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ، حيث يمكننا تمثيل المجموعة الضبابية $\widetilde{V}$ المشتقة من U بالصيغة الاتية :

$$\widetilde{V} = \sum_{i=1}^{n} \left[t_{\widetilde{V}(u)}, 1 - f_{\widetilde{V}(u)}\right]/u_i \qquad \dots\dots(1)$$

حيث أن :

$$0 \leq t_{\widetilde{V}(u_i)} \leq 1 - f_{\widetilde{V}(u_i)} \leq 1 \quad , 1 \leq i \leq n$$

وبعبارة أخرى فإن درجة الأنتماء $\left(M_{\widetilde{V}(u_i)}\right)$ تكون مقيدة ضمن الفترة $\left[t_{\widetilde{V}(u_i)}, 1 - f_{\widetilde{V}(u_i)}\right]$، ويمكن أعتبار المجموعة الضبابية أعلاه هي حالة عامة (generalization) من المجموعة الضبابية (Fuzzy set) ، ويمكن التعبير عن دالة الأنتماء للمجموعة الضبابية $\widetilde{V}$ بالصيغة الاتية :

$$t_{\widetilde{A}(u)} = \begin{cases} \frac{u - a_1}{w(a_2 - a_1)} a_1 \leq u \leq a_2 \\ \frac{a_3 - u}{w(a_3 - a_2)} a_2 \leq u \leq a_3 \\ 0 \qquad \text{Other wise} \end{cases} \qquad \dots\dots \quad (2)$$

$$1 - f_{\widetilde{A}(u)} = \begin{cases} \frac{u - a_1}{(a_2 - a_1)} a_1 \leq u \leq a_2 \\ \frac{a_3 - u}{(a_3 - a_2)} a_2 \leq u \leq a_3 \\ 0 \qquad \text{Other wise} \end{cases} \qquad \dots\dots \quad (3)$$

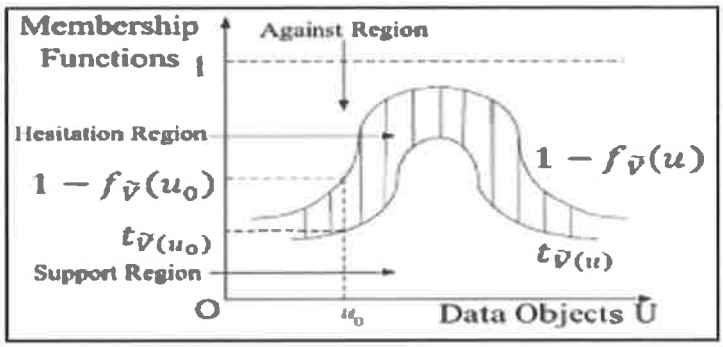
حيث إن قيمة $w \in [1,\infty)$

خاصية (1) : (Resolution Identity for Vague Sets)

لتكن $\tilde{V}_{t_{\tilde{v}},f_{\tilde{v}}}$ مجموعة ضبابية مشتقة من U ، نحصل على

$$t_{\tilde{V}(u)} = \sup_{\propto_t \in [0,1]} \propto_t . I_{\tilde{V}_{\propto t}}(u) \ , \quad 0 \leq \propto_t \leq 1 \qquad \ldots\ldots(4)$$

$$f_{\tilde{V}(u)} = \sup_{\propto_f \in [0,1]} \propto_f . I_{\tilde{V}_{\propto f}}(u) \ , \quad 0 \leq \propto_f \leq 1 \qquad \ldots\ldots(5)$$



الشكل رقم (1) يوضح دالة انتماء المجموعة الضبابية

6- مستوى القطع - α–CUTα [5,9]

تعريف : لتكن U مجموعة شاملة ولتكن $\tilde{V}_{t_{\tilde{v}},f_{\tilde{v}}}$ مجموعة ضبابية جزئية من U، نستطيع ان نعرف $\propto_t$ – Cut ، و $\propto_f$ – Cut كما في الصيغة الاتية :

$$\tilde{V}_{\propto_t} = \{u : t_{\tilde{V}(u)} \geq \propto_t\} \ , \quad \propto_t \in [0,1] \ldots\ldots(6)$$

$$\tilde{V}_{\propto_f} = \{u : f_{\tilde{V}(u)} \geq \propto_f\} \ , \quad \propto_f \in [0,1] \quad \ldots\ldots(7)$$

7- تحويل ميلين (Mellin Transformation)

على عكس تحويلات فوريير (Fourier transform)،ولابلاس (Laplace)، التي استخدمت لحل المسائل الرياضية والفيزيائية نشأ تحويل ميلين (Mellin Transform) في سياق رياضي ، اذ يرجع الظهور الاول لهذا التحويل في المذكرات التي كتبها ريّمان (Riemann)، والتي كان يستخدمها لدراسة

دالة زيتا الشهيرة (Zetafunction)، حيث سمي هذا التحويل نسبةً الى عالم الرياضيات الفنلنديR.H.Mellin(1933 – 1854) الذي يعتبر أول من أعطى صياغة منهجيه للتحويل ومعكوسه ، ويمكن كتابة الدالة حسب صياغة التعريف الآتي [8] .

تعريف : ليكن (X) متغير عشوائي غير سالب مع دالة الكثافة الاحتماليه$f_{(x)}$، فأن دالة تحويل ميلين تعطى بالصيغة الاتية :

$$M(f,u) = \int_0^{\infty} X^{u-1} f(x)\, dx \ldots\ldots(8)$$

وبالأستناد الى التعريف أعلاه ، يمكن صياغة معكوس تحويل ميلين وفق الصيغة الاتية :

$$f(t) = \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X^{-u} M(f,u)\, du$$

حيث أن :

$\sigma - i\infty$; $\sigma + i\infty$ قيم معقدة

ويكون من المناسبأعتبار العزوم لتحويل ميلين وفق الصيغة الأتية[8]:

$$M(f,u) = E(X^{U-1}) \ldots\ldots(9)$$

نظرية:ليكن $x_1, \ldots, x_k$متغيرات عشوائية مستقلة تمتلك دالة كثافة احتمالية $f_1, \ldots, f_k$، على التوالي ، ولتكن $g_{k(y)}$ هي دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي $Y = \prod_{l=1}^{k} x_l$ ، نستنتج أن :

$$M(g_k,u) = \prod_{l=1}^{k} M(f_l,u) \ldots\ldots(10)$$

و بمساعدة النظرية أعلاه يمكننا الحصول على التوزيع السابق لمعولية النظام من التوزيع السابق لمعولية المكونات ، من ناحية اخرى فإن مقدر بيز لمعولية النظام وبوجود دالة خسارة تربيعية هو متوسط التوزيع السابق .

المعولية الضبابية : [11]

تعرفدالة المعولية(Reliability Function) بأنهاأحتمالبقاءالماكنة فينظاممعيناو النظام ككل في حالة عملبعدالزمنt ، ويرمز لدالة المعولية بالصيغة الأتية :

$$R_{(t)} = \mathrm{P}(T > t)$$

$$= 1 - \int_0^t f(t)dt$$

ولكن في حقيقة الأمر يمكن أن تتوقف الماكنة عن العمل قبل إنقضاء المدة الزمنية التي تم تحديدها وهنا سيظهر نوع من عدم التأكد او عدم الدقة في تحديد زمن توقف الماكنة والذي يعزى الى وجود الضبابية في زمن توقف الماكنة عن العمل، و يرمز لدالة المعولية الضبابية بالرمز$\widetilde{R}_{(t)}$

$$\tilde{R}_{(t)} = P(\tilde{T} \gtrsim t)$$

إذ ان :

$\tilde{T}$ تمثل وقت الحياة الضبابي.

$\tilde{R}_{(t)}$تمثل المعولية الضبابية

$\tilde{T} \gtrsim t$ ، $\tilde{T}$اكبر او قريبة من t .

علما ان $\tilde{T}$ تمتلك دالة الفشل $f(\tilde{x})$ ودالة انتماء$M_{(\tilde{x})}$.

وباستعمال صيغة الأحتمال الضبابي نستطيع حساب المعولية الضبابية لأي ماكنة في النظام وفق الصيغة التالية[4]:-

$$\tilde{R}_{(t)} = \int_t^{\infty} M_{(\tilde{x})}\, f(\tilde{x})\, d(\tilde{x}) \ldots\ldots (11)$$

إذ أن

$\tilde{x}$: متغير عشوائي ضبابي

$M_{(\tilde{x})}$: دالة الأنتماء التي تحدد درجة الأنتماء لأي قيمة من قيم $\tilde{x}$

8- تقدير دالة المعولية والإتاحية الضبابية : Estimation of fuzzy reliability and availability

سوف يتم التطرق إلى الدمج بين أسلوبين لتقدير المعولية والإتاحية الضبابية ؛ وهما اسلوب بيز وتحويل ميلين (Bayes Method and Mellin Transformation) .

9- طريقة تقدير دالة المعولية الضبابية[7,10,8]

من المعروف أن عمليات بواسون هي العمليات التي تولد سلسلة من الأحداث المتعاقبة والمستقلة والمتماثلة التوزيع الأسي ، ومن خلال تطبيقات المعولية يمكن أعتبار الحدث هو فشل العنصر في هذه الحالة يمكن اعتبار (λ)هي معدل فشل حقيقي ، إذ يمكننا الحصول على توزيع وقت الفشل وذلك من خلال افتراض ان عدد حالات الفشل (m) التي تحدث خلال فترة الاختبار(t) تمتلك توزيع بواسون أذ يمكننا صياغة الدالة بالشكل الأتي :

$$f(m|\lambda) = pr\{m\ Failures\ accur\ in\ Total\ Test\ Time\ t\ |\lambda\} = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^m}{m!} \lambda \geq 0 \ldots\ldots (12)$$

وبافتراض عدم حدوث فشل خلال الفترة زمنية (t) يطلق عليها بدالة المعولية

$$r(t) = f(0|\lambda) = e^{-\lambda t}$$

وبافتراض إن لدينا نظام متسلسل مؤلف من k من المركبات المستقلة بحيث ان توزيع مدى الحياة لكل مكون يتبع التوزيع الاسي (Exponential distribution) بمعنى اخر ان دالة المعولية عند الوقت (t) هي $r_l = e^{-\lambda_l t_l}$ ، حيث إن (λ_l) هي معدل فشل .

لتكن $T_{i1}, T_{i2}, \dots\dots, T_{in}$ تمثل اوقات الفشل خلال فترة الاختبار ، اذ إن فترة الأختبار لكل ماكنة تكون مستقلة ومتماثلة التوزيع الأسي وإن $T_{i1} \leq T_{i1} \leq \cdots \leq T_{im}$ ، وإن الوقت الكلي للاختباروالذي يعرف بـ :

$$T.T = \sum_{i=1}^{ml} (T_{lj})$$

ولتكن V_i تمثل قيم المشاهدات في الوقت (T.T) ، بعبارة اخرى توجد (m_l)حالة فشل خلال الفترة الزمنية (V_l) ، ومن اجل تطبيق نظرية بيز يجب ان يكون معدل الفشل كمتغير عشوائي ∇_l ويمتلك توزيع كـامـا كتوزيع سابق $(\theta_{l1}, \theta_{l2})$ gamma مع دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) الموضحة ادناه:

$$\pi\nabla_i(\lambda_i) = \frac{\theta_{i2}^{\theta_{i1}}}{\Gamma_{(\theta_{i1})}} \lambda^{\theta_{i1}-1} e^{-\lambda_i \theta_{i2}} \quad \text{..... (13)}$$

$$h(m|\lambda_l) = \frac{f(m|\lambda)\pi\nabla_i(\lambda_i)}{\int_0^{\infty} f(m|\lambda)\pi\nabla_i(\lambda_i)\, d\lambda_i} \quad \text{.....(14)}$$

ومن خلال تعويض المعادلة (12)و (13) بالمعادلة (14) نحصل على

$$h(m|\lambda_l) = \frac{(t+\theta_{i2})^{\theta_{i1}+m}}{\Gamma_{(\theta_{i1}+m)}} \lambda^{\theta_{i1}+m-1} e^{-(t+\theta_{i2})\lambda}$$

ثم نعوض عن قيمة t بـ اجمالي وقت التشغيل V ، نحصل على التالي :

$$h(m|\lambda_l) = \frac{(V_l+\theta_{i2})^{\theta_{i1}+m}}{\Gamma_{(\theta_{i1}+m)}} \lambda^{\theta_{i1}+m-1} e^{-(V_l+\theta_{i2})\lambda} \quad \text{.....(15)}$$

$$\therefore h(m|\lambda_l) \sim Gamma\,(\theta_{i1}+m, V_l+\theta_{i2})$$

وتوصف دالة المعولية $r(t_i) = e^{-\lambda_i \theta_i}$ بأنها دالة رتيبة متناقصة (monotonically decreasing function) لـ (λ_i) ، وهذا يدل على وجود علاقة one-to-one بين (r_i) و(λ_i) ، لذلك يوجد معكوس وحيد يعطى بالعلاقة الاتية :

$$\lambda_i = \frac{-Ln\,(r_i)}{(t_i)} \quad , \qquad 0 \le r_i \le 1 \quad , \quad t_i > 0$$

وبما إن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لـ $R_i = R_i(t_i)$ ولاي قيمة ثابتة لـ t تعطى بالصيغة الاتية :

$$\pi R_i(r_i) = \pi \nabla_i \left(\frac{-Ln\, r_i}{t_i}\right) \left|\frac{d\lambda_i}{dr_i}\right|$$

$$= \pi \nabla_i \left(\frac{-Ln\, r_i}{t_i}\right)\left(\frac{1}{r_i t_i}\right) \text{.....(16)}$$

وبالتالي فإن الصيغة اعلاه تستعمل لإيجاد التوزيع السابق (prior) ، او التوزيع اللاحق (posterior) لـ (R_i)

والان وفقاً للمعادلة (13) و(16) نحصل على التوزيع السابق (prior) لـ (R_i) وفق الصيغة الاتية :

$$\pi R_i(r_i) = \pi \nabla_i \left[\frac{-Ln\, r_i}{t_i}\right]\left[\frac{1}{r_i t_i}\right] = \frac{(\theta_{i2}/t_i)^{\theta_{i1}} \cdot r^{(\theta_{i2}/t_i)-1} \cdot (-Lnr_i)^{\theta_{i1}-1}}{\Gamma_{(\theta_{i1})}}$$

والتي توصف بانها تمتلك توزيع $Negative - Log - Gamma\,(\theta_{i1}, \theta_{i2}/t)$ ، عندما تكون لدينا m من المشاهدات الفاشلة خلال الفترة (V_i) ووفقاً للمعادلة (15) ، فإن التوزيع اللاحق (posterior) لـ (∇_i) هو توزيع $Gamma\,(\theta_{i1} + m, V_i + \theta_{i2})$ ، وباستخدام المعادلة (16) مرة أخرى فإن التوزيع اللاحق لـ (R_i) هو $Negative - Log - Gamma\,(\theta_{i1}, \theta_{i2}/t)$ والذي يعرف بالصيغة الاتية :

$$\pi R_i(r_i|m_i, v_i) = \frac{[(v_i + \theta_{i2})/t_i]^{m_i+\theta_{i1}} \cdot r_i^{(v_i+\theta_{i2})t-1} \cdot (-Ln\, r_i)^{m_i+\theta_{i1}-1}}{\Gamma_{(m_i+\theta_{i1})}} \quad \text{.....(17)}$$

ومن المعادلة (17) بإدخال دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لتحويلات ميلين (Mellim Transformation) والدالة اللاحقة لـ R_i ومن خلال اجراء التكاملات نحصل على :

$$M(\pi R_i(r_i|m_i, v_i); u) = \left(\frac{v_i+\theta_{i2}}{v_i+\theta_{i2}+(u-1)t_i}\right)^{m_i+\theta_{i1}} \quad \text{.....(18)}$$

حيث إن

$$Re(u) > 1 - (v_l + \theta_{l2})/t_l$$

وبمان لدينا نظام متسلسل مؤلف من (k) من المركبات المستقلة ، فالمعولية للنظام المسلسل هي ناتجة من حاصل ضرب معولية المركبات داخل النظام ، بمعنى اخر $R = \prod_{l=1}^{k} R_l$ ، ومن خلال المعادلة (18) والمعادلة (10) فإن دالة الكثافة الأحتمالية(p.d.f) للدالة التوزيع اللاحق لمعولية النظام R عند الزمن t تعطى وفق الصيغة الأتية :

$$M(\pi R(r|m,v);u) = \left(\frac{v_i + \theta_{i2}}{v_i + \theta_{i2} + (u-1)t_i}\right)^{m_i+\theta_{i1}}$$

حيث إن

$$Re(u) > \{1 - (v_l + \theta_{i2})/t_l\} \quad , \quad t_l = t \;\; i = 1, 2, \ldots, k$$

وبوجود دالة خسارة تربيعية فإن نقطة بيز الضبابية المقدرة لمعولية النظام هي متوسط التوزيع اللاحق

$$\therefore \hat{r} = E(R|m,v) = M(\pi R(r|m,v); u = 2) = \left(\frac{v_i+\theta_{i2}}{v_i+\theta_{i2}+(u-1)t_i}\right)^{m_i+\theta_{i1}} \quad \ldots.(19)$$

ومن خلال الأستعانة بالخواص الخاصة بالأرقام الضبابية، فإننا نتمكن من كتابة الوقت الضبابي بالصيغة الاتية:

$$\widetilde{T}.\widetilde{T} = [\square_{j=1}^{mi} \tilde{t}_{(ij)}]$$

ومن خلال التعويض عن الوقت الضبابي بالرمز $\tilde{V}_l$ ، وباستخدام المعادلة (24) وخاصية الارقام الضبابية يتم الحصول على نقطة بيز الضبابية لمعولية النظام($\tilde{r}_{at}^{L}, \tilde{r}_{at}^{U}, \tilde{r}_{af}^{L}, \tilde{r}_{af}^{U}$) وبوجود دالة خسارة تربيعية تعطى بالصيغة الاتية :

$$\tilde{r}_{at}^{L} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{(\bar{v}_l)_{at}^{L}+(\bar{\theta}_{l2})_{at}^{L}}{(\bar{v}_l)_{\alpha}^{L}+(\bar{\theta}_{l2})_{\alpha}^{L}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})_{at}^{L}} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{\sum_{j=1}^{m_l}(\tilde{t}_{lj})_{at}^{L}+(\bar{\theta}_{l2})_{at}^{L}}{\sum_{j=1}^{k}(\tilde{t}_{lj})_{at}^{L}++(\bar{\theta}_{l2})_{at}^{L}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})_{at}^{L}} \quad \ldots\ldots\ldots(20)$$

و

$$\tilde{r}_{at}^{U} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{(\bar{v}_l)_{at}^{U}+(\bar{\theta}_{l2})_{af}^{U}}{(\bar{v}_l)_{at}^{U}+(\bar{\theta}_{l2})_{at}^{U}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})_{at}^{U}} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{\sum_{j=1}^{m_i}(\tilde{t}_{lj})_{at}^{U}+(\bar{\theta}_{l2})_{at}^{U}}{\sum_{j=1}^{k}(\tilde{t}_{lj})_{af}^{U}+(\bar{\theta}_{l2})_{af}^{U}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})_{at}^{U}} \quad \ldots\ldots\ldots(21)$$

ولكل $\alpha \in [0,1]$ ، تكن

$$A_{at} = \left[min\left\{\min_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{L}_{\beta}, \min_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{U}_{\beta}\right\}, max\left\{\max_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{L}_{\beta}, \max_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{U}_{\beta}\right\}\right] \text{.....(22)}$$

$$\tilde{r}^{L}_{af} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{(\bar{v}_l)^{L}_{a}+(\bar{\theta}_{l2})^{L}_{af}}{(\bar{v}_l)^{L}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{L}_{af}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})^{L}_{af}} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{\sum_{j=1}^{m_l}(\bar{t}_{lj})^{U}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}}{\sum_{j=1}^{k}(\bar{t}_{lj})^{U}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})^{L}_{af}} \text{.....(23)}$$

$$\tilde{r}^{U}_{af} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{(\bar{v}_l)^{U}_{a}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}}{(\bar{v}_l)^{U}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})^{U}_{af}} = \prod_{l=1}^{k}\left[\frac{\sum_{j=1}^{m_l}(\bar{t}_{lj})^{U}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}}{\sum_{j=1}^{m_l}(\bar{t}_{lj})^{U}_{af}+(\bar{\theta}_{l2})^{U}_{af}+t}\right]^{ml+(\bar{\theta}_{l1})^{U}_{af}} \text{.....(24)}$$

ولكل $\alpha \in [0,1]$ ، تكن

$$A_{\alpha f} = \left[min\left\{\min_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{L}_{\beta}, \min_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{U}_{\beta}\right\}, max\left\{\max_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{L}_{\beta}, \max_{\alpha\le\beta\le1} \hat{r}^{U}_{\beta}\right\}\right] \text{.....(25)}$$

نلاحظ أن المعادلة (25,22) تحتوي على جميع نقاط مقدرات بيز لكل $r \in [\tilde{r}^{L}_{\alpha t}, \tilde{r}^{u}_{\alpha t}]$ ، $r \in [\tilde{r}^{L}_{af}, \tilde{r}^{u}_{af}]$ وأن دالة الانتماء لنقاط بيز الضبابية لمعولية النظام $\tilde{F}$ عند الزمن t يرمز لها بالرمز $\hat{\tilde{F}}$ وتعرف بالصيغة الاتية :

$$M_{\hat{\tilde{F}}(r)} = \text{Sup}_{0\le\alpha\le1}\, I_{A_{(\alpha)}(r)} \text{.....(26)}$$

10- تقدير دالة الإتاحية الضبابية[6,5]:

تعرف دالة الإتاحية بانها أحتمال ان يكون النظام في حالةعمل عند الزمنtومستمربالعمل بدون فشل خلالالمدةالزمنيةالضبابية$[t , t + \tilde{s}]$حيثان$\tilde{s}$ هورقمضبابي،امـــادالةعدمالإتاحيةالضبابية(Fuzzy unavailability)فهيتشيرالىأحتمالأنيكونالنظامفيحالةأصلاحفيالوقتtويستمرفيهذهالحالةخلالالفترةالزمنية $[t , t + \tilde{s}]$،ويتم حساب دالةالإتاحيةللنظاموفقالصيغةالاتية:

$$A = \frac{E(x)}{E(x)+E(y)} \text{.....(27)}$$

حيث إن كل من x وy تمثل وقت الفشل والإصلاح على التوالي ، وإن كل من وقت الفشل والإصلاح تمثل متغيرات عشوائية تمتلك التوزيع الأسي بالمعالم λ و μ ، اذ يتم تعين توزيع كامـــا (GammaDistribution) كتوزيع سابق لـوقت الفشل والإصلاح على التوالي ، ولحساب إتاحية النظام يجب تقدير معالم الفشل والإصلاح ، حيث إن مقدرات بيز الضبابية لمعدل الفشل وبوجود دالة خسارة تربيعية تعطى بالصيغة الأتية :

$$\widetilde{(\lambda)}^{L}_{at} = \frac{s+(\theta_1)^{L}_{at}}{(t)^{L}_{at}+(\theta_2)^{L}_{at}} \qquad \widetilde{(\lambda)}^{U}_{at} = \frac{s+(\theta_1)^{U}_{at}}{(t)^{U}_{at}+(\theta_2)^{U}_{at}}$$

$$\widetilde{(\lambda)}_{af}^{L} = \frac{s + (\theta_1)_{af}^{L}}{(t)_{af}^{L} + (\theta_2)_{af}^{L}} \qquad \widetilde{(\lambda)}_{af}^{U} = \frac{s + (\theta_1)_{af}^{U}}{(t)_{af}^{U} + (\theta_2)_{af}^{u}}$$

حيث إن θ_1 وθ_2 هي معلمات التوزيع السابق لـ λ .

امـــا مقدرات بيز الضبابية لمعدل الإصلاح وبوجود دالة خسارة تربيعية تعطى بالصيغة الأتية :

$$\widetilde{(\mu)}_{at}^{L} = \frac{n + (y_1)_{at}^{L}}{(t)_{at}^{L} + (y_2)_{at}^{L}} \qquad \widetilde{(\mu)}_{at}^{U} = \frac{s + (\theta_1)_{at}^{U}}{(t)_{at}^{U} + (\theta_2)_{at}^{U}}$$

$$\widetilde{(\mu)}_{af}^{L} = \frac{n + (y_1)_{af}^{L}}{(t)_{af}^{L} + (y_2)_{af}^{L}} \qquad \widetilde{(\mu)}_{af}^{U} = \frac{n + (y_1)_{af}^{U}}{(t)_{af}^{U} + (y_2)_{af}^{u}}$$

حيث إن y_1 وy_2 هي معلمات التوزيع السابق لـ μ .

ومن خلال ما تقدم يتم أيجاد إتاحية النظام من خلال الصيغة الأتية:

$$\widetilde{(A)}_{at}^{L} = \frac{\widetilde{(\mu)}_{at}^{L}}{\widetilde{(\mu)}_{at}^{L} + \widetilde{(\lambda)}_{at}^{L}} \qquad \widetilde{(A)}_{af}^{U} = \frac{\widetilde{(\mu)}_{at}^{U}}{\widetilde{(\mu)}_{at}^{U} + \widetilde{(\lambda)}_{at}^{U}}$$

$$\widetilde{(A)}_{af}^{L} = \frac{\widetilde{(\mu)}_{af}^{L}}{\widetilde{(\mu)}_{af}^{L} + \widetilde{(\lambda)}_{af}^{L}} \qquad \widetilde{(A)}_{af}^{U} = \frac{\widetilde{(\mu)}_{af}^{U}}{\widetilde{(\mu)}_{af}^{U} + \widetilde{(\lambda)}_{af}^{U}}$$

11- دراسة وتقيم المعولية والإتاحية لمكائن معمل المأمون / قسم الالمنيوم :

لغرض تطبيق طريقة تقدير المعولية والإتاحية ، تم اختيار معمل المأمون التابع لوزارة الصناعة والمعادن / الشركة العامـــة للزيوت النباتية ، أذ يتألف قسم الالمنيوم من خطين إنتاجيين الخط الأول هو خط إنتاج عبوة معجون أسنا نعنبر،والخطالإنتاجي الثاني مخصص لإنتاج عبوة معجون حلاقة أدم،علماً أن طريقة ربط أنظمة الخطوط الإنتاجية التابعة لقسم الألمنيوم هو ربط متسلسل (Series System) ،وقد تم أختيار الخط الإنتاجي الخاص بتصنيع عبوة معجون أسنان عنبرمكان ألجمع البيانات المتعلقة بالرسالة، أذ تم جمع البيانات من السجلات الخاصة بالمعمل وكذلك عن طريق المقابلات الشخصية . ولغرض معرفة نوع التوزيع الذي تسلكه البيانات التي تم جمعها ، تم أجراء أختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit) لبرنامج (Easy Fit Distribution) وقد تم التوصل الى معرفة أن البيانات تخضع للتوزيع الأسي(Exponential distributions) ضمن اختبار (Kolmogorove – Smirnov)، امـــا فرضية الأختبار فكانت كالأتي :

Ho: life times are exponential distributed

H1: life times are not exponential distributed

والجدول الأتي يبين نتيجة الأختبار المتعلق بمركبات النظام :

جدول (1) نتائج اختبار البيانات حسب اختبار (Kolmogorove – Smirnov)

الأختبار	Kolmogorov- Smirnove Asymp.Sig(failure time)	Kolmogorov- Smirnove Asymp.Sig(repair time)
خياطة الأقراص	0.1621	0.20719
الكابسة	0.11211	0.13234
ضاغطة الهواء	0.21358	0.11887

اذ نلاحظ من الجدول أعلاه أن قيمة أحصاءة الأختبار لأوقات العطل والإصلاح (Asymp.Sig) لكل مركبة هي أكبر من مستوى المعنوية (0.005) ، وعليه نقبل فرضية العدم المذكورة أعلاه والتي تنص على أن البيانات للمركبات تتبع التوزيع الأسي (Exponential distributions) .

جدول (2) اوقات الفشل والاصلاح

	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
اوقات الفشل	42750	33000	39000
اوقات الاصلاح	33000	27500	29250

جدول(3) معلمات الفشل والاصلاح

	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
معلمات الفشل	538	546	692
معلمات الاصلاح	697	655	923

حيث أن

$$\widetilde{538},\widetilde{546},\widetilde{655},\widetilde{692},\widetilde{697},\widetilde{923},\widetilde{27500},\widetilde{29250},\widetilde{33000},\widetilde{33000},\ \widetilde{39000},\widetilde{42750}$$

هي ارقام ضبابية ذات دالة الانتماء الموضحة ادناه:

$$t_{\widetilde{538}}=\begin{cases}\dfrac{u-530}{16}, & 530\le u\le 538\\ \dfrac{546-u}{16}, & 538\le u\le 546\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{538}}=\begin{cases}\dfrac{u-530}{8}, & 530\le u\le 538\\ \dfrac{546-u}{8}, & 538\le u\le 546\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{546}}=\begin{cases}\dfrac{u-540}{12}, & 540\le u\le 546\\ \dfrac{552-u}{12}, & 546\le u\le 552\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{546}}=\begin{cases}\dfrac{u-540}{12}, & 540\le u\le 546\\ \dfrac{552-u}{12}, & 546\le u\le 552\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{655}}=\begin{cases}\dfrac{u-645}{20}, & 645\le u\le 655\\ \dfrac{665-u}{20}, & 655\le u\le 665\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{655}}=\begin{cases}\dfrac{u-645}{10}, & 645\le u\le 655\\ \dfrac{665-u}{10}, & 655\le u\le 665\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{692}}=\begin{cases}\dfrac{u-682}{20}, & 682\le u\le 692\\ \dfrac{702-u}{20}, & 692\le u\le 702\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{692}}=\begin{cases}\dfrac{u-682}{10}, & 682\le u\le 692\\ \dfrac{702-u}{10}, & 692\le u\le 702\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{697}}=\begin{cases}\dfrac{u-687}{20}, & 687\le u\le 697\\ \dfrac{707-u}{20}, & 697\le u\le 707\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{697}}=\begin{cases}\dfrac{u-687}{10}, & 687\le u\le 697\\ \dfrac{707-u}{10}, & 697\le u\le 707\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{923}}=\begin{cases}\dfrac{u-913}{20}, & 913\le u\le 923\\ \dfrac{933-u}{20}, & 923\le u\le 933\end{cases}\qquad 1-f_{\widetilde{923}}=\begin{cases}\dfrac{u-913}{10}, & 913\le u\le 923\\ \dfrac{933-u}{10}, & 923\le u\le 933\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{27500}}=\begin{cases}\dfrac{u-27400}{200}, & 27400\le u\le 27500\\ \dfrac{27600-u}{200}, & 27500\le u\le 2760\end{cases}$$

$$1-f_{\widetilde{27500}}=\begin{cases}\dfrac{u-27400}{100}, & 27400\le u\le 27500\\ \dfrac{27600-u}{100}, & 27500\le u\le 27600\end{cases}$$

$$t_{\widetilde{29250}} = \begin{cases} \frac{u - 29150}{200}, & 29150 \le u \le 2925(\\ \frac{29350 - u}{200}, & \mathbf{29250 \le u \le 2935} \end{cases} \quad 1 - f_{\widetilde{29250}} = \begin{cases} \frac{u - 29150}{100}, & 29150 \le u \le 29250 \\ \frac{29350 - u}{100}, & \mathbf{29250 \le u \le 29350} \end{cases}$$

$$t_{\widetilde{33000}} = \begin{cases} \frac{u - 32900}{200}, & 32900 \le u \le 33000 \\ \frac{33100 - u}{200}, & \mathbf{33000 \le u \le 3310(} \end{cases} \quad 1 - f_{\widetilde{33000}} = \begin{cases} \frac{u - 32900}{100}, & 32900 \le u \le 33000 \\ \frac{33100 - u}{100}, & \mathbf{33000 \le u \le 33100} \end{cases}$$

$$t_{\widetilde{33000}} = \begin{cases} \frac{u - 32900}{200}, & 32900 \le u \le 33000 \\ \frac{33100 - u}{200}, & \mathbf{33000 \le u \le 3310(} \end{cases} \quad 1 - f_{\widetilde{33000}} = \begin{cases} \frac{u - 32900}{100}, & 32900 \le u \le 33000 \\ \frac{33100 - u}{100}, & \mathbf{33000 \le u \le 33100} \end{cases}$$

$$t_{\widetilde{39000}} = \begin{cases} \frac{u - 38900}{200}, & 38900 \le u \le 39000 \\ \frac{39100 - u}{200}, & \mathbf{39000 \le u \le 3910(} \end{cases} \quad 1 - f_{\widetilde{39000}} = \begin{cases} \frac{u - 38900}{100}, & 38900 \le u \le 39000 \\ \frac{39100 - u}{100}, & \mathbf{39000 \le u \le 39100} \end{cases}$$

$$t_{\widetilde{42750}} = \begin{cases} \frac{u - 42650}{200}, & 42650 \le u \le 42750 \\ \frac{42850 - u}{200}, & \mathbf{42750 \le u \le 4285(} \end{cases} \quad 1 - f_{\widetilde{42750}} = \begin{cases} \frac{u - 42650}{100}, & 42650 \le u \le 42750 \\ \frac{42850 - u}{100}, & \mathbf{42750 \le u \le 42850} \end{cases}$$

الان نريد الحصول على المعولية والإتاحية لنظام بيز الضبابي ، اولاً نقوم بإستخرج $\alpha - Cut_t$ و$\alpha - Cut_f$ للأرقام الضبابية :

$$\widetilde{538}, \widetilde{546}, \widetilde{655}, \widetilde{692}, \widetilde{697}, \widetilde{923}, \widetilde{27500}, \widetilde{29250}, \widetilde{33000}, \widetilde{33000}, \widetilde{39000}, \widetilde{42750}$$

كالاتي :

$$\widetilde{538}_{at} = [530 + 16_{at}, 546 - 16_{at}] \qquad \widetilde{538}_{af} = [530 + 8_{af}, 546 - 8_{af}]$$

$$\widetilde{546}_{at} = [540 + 12_{at}, 552 - 12_{at}] \qquad \widetilde{546}_{af} = [540 + 6_{af}, 552 - 6_{af}]$$

$$\widetilde{655}_{at} = [645 + 20_{at}, 665 - 20_{at}] \qquad \widetilde{655}_{af} = [645 + 10_{af}, 665 - 10_{af}]$$

$$\widetilde{692}_{at} = [682 + 20_{at}, 702 - 20_{at}] \qquad \widetilde{692}_{af} = [682 + 10_{af}, 702 - 10_{af}]$$

$$\widetilde{697}_{at} = [687 + 20_{at}, 707 - 20_{at}] \qquad \widetilde{697}_{af} = [687 + 10_{af}, 707 - 10_{af}]$$

$$\widetilde{923}_{at} = [913 + 20_{at}, 933 - 20_{at}] \qquad \widetilde{923}_{af} = [913 + 10_{af}, 933 - 10_{af}]$$

$$\widetilde{27500}_{at} = [27400 + 200_{at}, 27600 - 200_{at}] \qquad \widetilde{27500}_{af} = [27400 + 100_{af}, 27600 - 100_{af}]$$

$$\widetilde{29250}_{at} = [29150 + 200_{at}, 29300 - 200_{at}] \qquad \widetilde{29250}_{af} = [29150 + 100_{af}, 29300 - 100_{af}]$$

$$\widetilde{33000}_{at} = [32900 + 200_{at}, 33100 - 200_{at}] \qquad \widetilde{33000}_{af} = [32900 + 100_{af}, 33100 - 100_{af}]$$

$$\widetilde{33000}_{at} = [32900 + 200_{at}, 33100 - 200_{at}] \qquad \widetilde{33000}_{af} = [32900 + 100_{af}, 33100 - 100_{af}]$$

$$\widetilde{39000}_{at} = [38900 + 200_{at}, 39100 - 200_{at}] \qquad \widetilde{39000}_{af} = [38900 + 100_{af}, 39100 - 100_{af}]$$

$$\widetilde{42750}_{at} = [42650 + 200_{at}, 42850 - 200_{at}] \qquad \widetilde{42750}_{af} = [42650 + 100_{af}, 42850 - 100_{af}]$$

والان يمكن الحصول نقطة بيز (Bayes Point)الضبابية المقدرة لمعولية النظام وبوجود دالة خسارة تربيعية ، كما مبين أدناه :

$$\widetilde{(\bar{r}_s)}^{L}_{at}$$

$$= \left[\frac{(42650 + 200_{at}) + (530 + 16_{at})}{(42650 + 200_{at}) + (530 + 16_{at}) + 132}\right]^{1+1} \left[\frac{(32900 + 200_{at}) + (540 + 12_{at})}{(32900 + 200_{at}) + (540 + 12_{at}) + 132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(38900+200_{\alpha t})+(682+20_{\alpha t})}{(38900+200_{\alpha t})+(682+20_{\alpha t})+132}\right]^{1+2}$$

$$=\left(\frac{43180+216_{\alpha t}}{43312+216_{\alpha t}}\right)^{2}\left(\frac{33440+212_{\alpha t}}{33572+212_{\alpha t}}\right)^{2}\left(\frac{39582+220_{\alpha t}}{39714+220_{\alpha t}}\right)^{2}$$

$$(\tilde{r}_s)^{U}_{\alpha t}=\left[\frac{(42850-200_{\alpha t})+(546-16_{\alpha t})}{(42850-200_{\alpha t})+(546-16_{\alpha t})+132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(33100-200_{\alpha t})+(552-12_{\alpha t})}{(33100-200_{\alpha t})+(552-12_{\alpha t})+132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(39100-200_{\alpha t})+(702-20_{\alpha t})}{(39100-200_{\alpha t})+(702-20_{\alpha t})+132}\right]^{1+1}$$

$$=\left(\frac{43396-216_{\alpha t}}{43528-216_{\alpha t}}\right)^{2}\left(\frac{33652-212_{\alpha t}}{33784-212_{\alpha t}}\right)^{2}\left(\frac{39802-220_{\alpha t}}{39934-220_{\alpha t}}\right)^{2}$$

$(\tilde{r}_s)^{L}_{\alpha f}$

$$=\left[\frac{(42650+100_{\alpha f})+(530+8_{\alpha f})}{(42650+100_{\alpha f})+(530+8_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}\left[\frac{(32900+100_{\alpha f})+(540+6_{\alpha f})}{(32900+100_{\alpha f})+(540+6_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(38900+100_{\alpha f})+(682+10_{\alpha f})}{(38900+100_{\alpha f})+(682+10_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}$$

$$=\left(\frac{43180+108_{\alpha f}}{43312+108_{\alpha f}}\right)^{2}\left(\frac{33440+106_{\alpha f}}{33572+106_{\alpha f}}\right)^{2}\left(\frac{39582+110_{\alpha f}}{39714+110_{\alpha f}}\right)^{2}$$

$$(\tilde{r}_s)^{U}_{\alpha f}=\left[\frac{(42850-100_{\alpha f})+(546-8_{\alpha f})}{(42850-100_{\alpha f})+(546-8_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(33100-100_{\alpha f})+(552-6_{\alpha f})}{(33100-100_{\alpha f})+(552-6_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}$$

$$\left[\frac{(39100-100_{\alpha f})+(702-10_{\alpha f})}{(39100-100_{\alpha f})+(702-10_{\alpha f})+132}\right]^{1+1}$$

$$=\left(\frac{43396-108_{\alpha f}}{43528-108_{\alpha f}}\right)^{2}\left(\frac{33652-106_{\alpha f}}{33784-106_{\alpha f}}\right)^{2}\left(\frac{39802-110_{\alpha f}}{39934-110_{\alpha f}}\right)^{2}$$

وبالتعويض عن قيمة α بالقيمة (0.95) نحصل على فترات لمعولية النظام :

$$\left(\widehat{\bar{R}}\right)_{at} = [0.98141\,,0.98151] \quad , \quad \left(\widehat{\bar{R}}\right)_{af} = [0.99146^{*}]$$

والأن يمكن تقديرإتاحية للعملية الإنتاجية وذلك من خلال تقدير معالم الفشل والاصلاح كالأتي :

$$\hat{\lambda}_{at}^{L} = \frac{1+1}{(42650+200_{at})+(530+} \qquad \hat{\lambda}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(42850-200_{at})+(546-}$$

$$\hat{\lambda}_{at}^{L} = \frac{1+1}{(32900+200_{at})+(540+} \qquad \hat{\lambda}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(33100-200_{at})+(552-}$$

$$\hat{\mu}_{at}^{L} = \frac{1+1}{(32900+200_{af})+(687+} \qquad \hat{\mu}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(33100-200_{at})+(707-}$$

$$\hat{\mu}_{at}^{L} = \frac{1+1}{(27400+200_{af})+(645+} \qquad \hat{\mu}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(27600-200_{af})+(665-}$$

$$\hat{\lambda}_{af}^{L} = \frac{1+1}{(42650+100_{af})+(530+8_{af})} \qquad \hat{\lambda}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(42850-100_{af})+(546-8_{af})}$$

$$\hat{\lambda}_{af}^{L} = \frac{1+1}{(32900+100_{af})+(540+6_{af})} \qquad \hat{\lambda}_{at}^{U} = \frac{1+1}{(33100-100_{af})+(552+6_{af})}$$

$$\widehat{\mu}_{\alpha f}^{L} = \frac{1+1}{(32900+100_{\alpha f})+(687+10_{\alpha f})} \qquad \widehat{\mu}_{\alpha f}^{L} = \frac{1+1}{(33100-100_{\alpha f})+(707-10_{\alpha f})}$$

$$\widehat{\mu}_{\alpha f}^{L} = \frac{1+1}{(27400+100_{\alpha f})+(645+10_{\alpha f})} \qquad \widehat{\mu}_{\alpha f}^{L} = \frac{1+1}{(27600-100_{\alpha f})+(665-10_{\alpha f})}$$

$$\widehat{A}_{\alpha t}^{L} = \frac{\frac{1+1}{(32900+200_{\alpha f})+(687+20_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(32900+200_{\alpha f})+(687+20_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(42650+200_{\alpha t})+(53}} \qquad \widehat{A}_{\alpha t}^{U} = \frac{\frac{1+1}{(33100-100_{\alpha f})+(707-10_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(33100-100_{\alpha f})+(707-10_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(42850-100_{\alpha f})+(54}}$$

$$\widehat{A}_{\alpha t}^{L} = \frac{\frac{1+1}{(27400+100_{\alpha f})+(645+10_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(32900+200_{\alpha f})+(687+20_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(32900+100_{\alpha f})+(54}} \qquad \widehat{A}_{\alpha t}^{U} = \frac{\frac{1+1}{(27600-100_{\alpha f})+(665-10_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(27600-100_{\alpha f})+(665-10_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(33100-100_{\alpha f})+(55}}$$

$$\widehat{A}_{\alpha f}^{L} = \frac{\frac{1+1}{(32900+100_{\alpha f})+(687+10_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(32900+100_{\alpha f})+(687+10_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(42650+100_{\alpha f})+(53}} \qquad \widehat{A}_{\alpha f}^{U} = \frac{\frac{1+1}{(33100-200_{\alpha t})+(707-20_{\alpha t})}}{\frac{1+1}{(33100-200_{\alpha t})+(707-20_{\alpha t})}+\frac{1+1}{(42850-200_{\alpha t})+(54}}$$

$$\widehat{A}_{\alpha f}^{L} = \frac{\frac{1+1}{(32900+200_{\alpha f})+(687+20_{\alpha f})}}{\frac{1+1}{(27400+100_{\alpha f})+(645+10_{\alpha f})}+\frac{1+1}{(32900+200_{\alpha t})+(54}} \qquad \widehat{A}_{\alpha f}^{U} = \frac{\frac{1+1}{(33100-200_{\alpha t})+(707-20_{\alpha t})}}{\frac{1+1}{(33100-200_{\alpha t})+(707-20_{\alpha t})}+\frac{1+1}{(33100-200_{\alpha t})+(55}}$$

وبالتعويض عن قيمة α بالقيمة (0.95) نحصل على فترة إتاحية النظام هي ناتجه من حاصل ضرب إتاحية كل ماكنة داخل النظام:

$$\widehat{A}_{\alpha t} = (0.1741 , 0.1745)\widehat{A}_{\alpha f} = (0.1843\ ^*)$$

جدول (4) معولية كل ماكنة داخل النظام

الفترة	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
المعولية في حالة استعمال دالة الانتماء الصحيحة	[0.99447 , 0.99449]	[0.99286 , 0.99290]	[0.99397 , 0.99400]
المعولية في حالة استعمال دالة الانتماء الخاطئة	0.99448*	0.99288*	0.99398*

جدول (5) معدل الفشل والاصلاح لعملية الانتاج(في حالة الانتماء الصحيح)

الفترة	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
معدل الفشل	[0.0000461 , 0.000063]	[0.0000595 , 0.0000598]	[0.0000503 , 0.0000505]
معدل الاصلاح	[0.0000592 , 0.0000595]	[0.0000708 , 0.0000713]	[0.0000666 , 0.0000671]

جدول (6) معدل الفشل والاصلاح لعملية الانتاج(في حالة الانتماء الخاطئة)

الفترة	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
معدل الفشل	0.0000462*	[0.0000596 , 0.0000711]	[0.0000668 , 0.0000669]
معدل الاصلاح	0.0000594*	0.0000711*	[0.0000668 , 0.0000669]

جدول (7) معولية كل ماكنة داخل النظام (في حالة الانتماء للصحيحة والخاطئة)

الفترة	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
المعولية في حالة استعمال دالة الانتماء الصحيحة	0.9945*	[0.99286, 0.99290]	[0.99397, 0.99400]
المعولية في حالة استعمال دالة الانتماء الخاطئة	0.99448*	[0.99288, 0.99289]	0.99398*

جدول (8) وإتاحية العملية الانتاجية

الفترة	خياطة الاقراص	الكابسة	ضاغطة الهواء
الإتاحية في حالة استعمال دالة الانتماءللصحيحة	[0.5622, 0.5625]	0.544*	[0.568, 0.571]
الإتاحية في حالة استعمال دالة الانتماء للخاطئة	[0.5622, 0.5623]	[0.5435, 0.5437]	[0.561, 0.570]

جدول (9) أيام العمل وإتاحية المعمل ولمدة ثلاثة أشهر

الفترة	الشهر الاول	الشهر الثاني	الشهر الثالث
ايام العمل	22	23	22
فترة الإتاحية في حالة استعمال دالة الانتماء للصحيحة	[19151, 19195]	[20022, 20068]	[19151, 19195]
فترة الإتاحية فيحالة استعمال دالة الانتماء الخاطئة	19173*	20043*	19173*

الأستنتاجات :

-في هذه الدراسة تم اقتراح طريقة جديدة لتقدير معولية وإتاحية النظام أذتم استخدام طريقة بيز الضبابية في التحليل للتعامل مع أوجه عدم اليقين المتعلقة بأوقات الفشل والاصلاح.

-أن معدل معولية مكائن النظام تتراوح بين [0.98141,0.98146] في حالة الأنتماء الصحيح و0.99146في حالة الأنتماء الخاطئ ، وأن نسبة إتاحية النظام تتراوح بين $\widehat{A}_{at} = (0.1741, 0.1745)$ في حالة الأنتماء الصحيح و $\widehat{A}_{af} = (0.1843$ * في حالة الأنتماء الخاطئ ، ونستنتج أن معدل إنتاجية المعمل خلال فترة ثلاثة أشهر تتراوح بين [58458 , 58324] في حالة الانتماء الصحيح و 58359 في حالة الأنتماء الخاطئ.

التوصيات :

-توصي الباحثة باستخدام توزيعات أخرى من العائلة الأسية والتي من الممكن أستخدامها لقياس أوقات الفشل والإصلاح بالإضافة الى أستعمال بيانات ضبابية في التحليل .

-وتوصي أيضاً بتقدير دالة المعولية الضبابية بالأستناد الى بيانات مراقبة .

-وتوصي الباحثة بتقدير دالة المعولية والإتاحية ذات حالات متعددةوالتي يقصد بها حساب دالة المعولية لحالات فشل متعددة كفشل في (الايدي العاملة ،المواد الاولية ، الادارة ،...الخ).

-توصي الباحثة باستخدام دوال أخرى للفشل وتقدير المعولية الضبابية بنفس الطرق المقترحة

-يمكن إستخدام دوال انتماء أخرى مثل الدالة الرباعية وغيرها من دوال الأنتماء لبيانات العينة الضبابية .

المصادر العربية :

1- الساعدي،عبد العباس كاظم،(1993)،"إستخدام دالة FUZZY والعمليات التصادفية للتنبؤ عن الهيكل التدريسي في جامعة بغداد"، رسالة ماجستير في الأحصاء،كلية الإدارةوالأقتصاد،جامعة بغداد.

2- الطائي،فاضل علي جيجان،(2007)،"الضبابية في البرمجة الخطية مع تطبيق عملي "،رسالة ماجستير في الأحصاء،كلية لإدارةوالأقتصاد،الجامعة المستنصرية.

المصادر الاجنبية :

3- Abdul Razak Hamdan ,Mohd. Khatim Hasan, Erna Budhiarti, (2004),"Fuzzy membership function in determining SPC Allocation",universitikebangsaan ,Malaysia .

4- Ching-Hsue Cheng,(1995),"Fuzzy Reliability baed on GERT"Department of mathematics,Chinese Military Academy,Fengshan,Kaohsiung,830 Taiwan Republic of China.

5- Gholizadeh, Ramin; Shirazi, Allakbar M.; Hadian, Maghdoode;(2012)," Bayesian system reliability and availability analysis under the vague environment based on Exponential distribution", International Journal on Soft Computing (IJSC) Vol.3, No.1 .

6- Gorkemli , Latife ; Ulusoy, SeldaKapan ,(2010)," Fuzzy Bayesian reliability and availability analysis of production systems" , Computers & Industrial Engineering , No: 59; P: 690–696 .

7- Gorkemli , Latife ; Ulusoy, SeldaKapan ,(2010)," Fuzzy Bayesian reliability and availability analysis of production systems" , Computers & Industrial Engineering , No: 59; P: 690–696 .

8- H.F. Martz, R.A. Waller, Bayesian Reliability Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1982.

9- Taheri, S.M.; R. Zarei ;(2011)," Bayesian system reliability assessment under the vague environment", Applied Soft Computing , N0:11, P: 614–1622.

10- Zio, Enrico .(2006) "Introduction to Basic of Reliability and Rick Analysis " Polytechnic of Milan, Italy.

11- Zellner, A. (1971), "An Introduction to Bayesian Inference In Econometrics", John Willy and Sons, Inc. New York.