تقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع لامدا العام ذو الاربعة معلمات بصيغة RS GLD بطريقة العزوم الخطية

أ.م .د.انتصار عربيي فدعم الباحثة لمياء عبد الجبار داود*

كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد

قسم الاحصاء

المستخلص :

أن توزيع لامدا العام (Generalize Lamda Distribution:GLD) ذو الاربعة معلمات ، من التوزيعات المهمه التي تناولها الباحثين في الأونه الاخيره ، لما يتميز به من امتلاكه أربعة معلمات ومرونه عالية واشكال متنوعة، ممامكنه من تقريب العديد من التوزيعات الأحتمالية المستمرة وتمثيل البيانات سواء كانت توزيعها معروف أم مجهول ، وقد طبق في كثير من المجالات . و في هذا البحث تناولنا اهمية التوزيع بصيغة RSGLD($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$) وتقدير معلماته ودالة المعولية بطريقة العزوم الخطية باستخدام المحاكاة ولحجوم عينات مختلفة وقيم افتراضية مختلفة .

*بحث مستل من رسالة ماجستير لم تناقش .

Abstract

The distribution of the generalized lambda (GLD) With four parameters, Distributions of the task that researchers addressed In recent, As characterized by Possession of four parameters and high flexibility and a variety of forms, Enabling him to bring many of the continuous probability distributions and the representation of the data, whether known or unknown distribution, Has been applied in many areas. In this paper we addressed the importance of distribution format)format RSGLD($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ and estimate its parameters and reliability function by method of linear moment ,Using simulation and sizes different samples and different default values.

1-المقدمة Introduction

لقد شهد نهاية القرن العشرين وحتى وقتنا هذا أهتماما بتوزيع لامدا العام بشكل ملحوظ وذلك لتميزه بأمتلاكه اربعة معلمات (الموقع ، القياس ، الالتواء،التفلطح) ،مما جعلة اكثر مرونة وعمومية ، ويتمتع بمجموعة واسعة من الاشكال،اذ يمكنه تقريب العديد من التوزيعات المستمرة مثل (المنتظم ،ويبل ،الاسي ،الطبيعي ،توزيع F)، وهذا يعتمد على قيم معلماته ، أوتمثيل البيانات عندما تكون مجهولة التوزيع ، كذلك صيغة تعريف التوزيع توفرخوارزمية بسيطة لتوليد الاعداد العشوائية في دراسات المحاكاة . كذلك يعد التوزيع بديل عن التوزيع الخليط في تمثيل البيانات التي يصعب تمثيلها من قبل التوزيعات المعروفة، وللخواص التي يتمتع بها فقد أستخدم في نمذجة الكثير من المجالات المختلفة للظواهر المختلفة للتوزيعات الاحتمالية المستمرة كالإرصاد الجوية والكيمياء الحياتية والمعولية ، لكونه مكن الباحثين من التعامل مع توزيع واحد بدلامن عدة توزيعات عند دراسة ظاهره ما خلال سلسلة زمنية أو حالات مختلف لنفس الظاهره، كذلك تعويض القيم المفقوده للبيانات التي يصعب فيها الوصول الى قيمة الظاهرة الحقيقية من خلال أمكانيته في محاكاة الانموذج الأحصائي لها [16][11][9] [4] [3].

الا أن صعوبة التوزيع تكمن في تقدير معلماته كونه لايمتلك دالة كثافة احتمالية pdf او دالة التوزيع التجميعية cdf بشكل مغلق ، وان الصيغة الوحيده المغلقة للتوزيع هي دالة الكوانتايل (fuanction quantile) التي يعرف من خلالها التوزيع . وقد استخدمنا في هذا البحث طريقة العزوم الخطية لتقدير معلمات التوزيع، بالاضافة الى ذلك سيتم تقديردالة المعولية (Reliability) او ماتعرف ب(الاعتمادية

او الموثوقية)، حيث في ظل تطور التكنولوجيا الحديثة يتوضح اهمية كفاء ة نظم الانتاج (الاجهزة أوالمكائن) التي تستخدم في مجالات عديده مثل الطب والهندسة وحقول الاتصالات وغيرها ،اكثر مما كان علية في الماضي و لتجنب الفشل الذي يعيق تحقيق الاهداف الستراتيجية لخطة العمل فلابد من معرفة المعولية لها ، لبيان مدى كفاءتها وقدرتها على تحقيق أهداف خطة العمل ، ويتم ذلك من خلال تحديد التوزيع الاحتمالي لاوقات الفشل للمعدات والمكائن ولكن في بعض الأحيان يصعب تحديد ذلك ، الأ أن توزيع GLD له القدرة على تمثيل أوقات الفشل سواء كان توزيعها معروف أم مجهول [15][13].

2- هدف البحث *Purpose of Search*

إن الهدف من هذا البحث هو توضيح خصائص توزيع لامدا العام ذو الاربعة معلمات بيغة RSGLDومن ثم تقدير معلماته بطريقة العزوم الخطية (*L-moment*) بتوظيف اسلوب المحاكاة ولحجوم عينات مختلفة ولتجارب مختلفة ومن ثم تقدير دالة المعولية .

3- الجانب النظري :

1-3 توزيع لامدا العام[16][9] (Generalize Lambda Distribution :GLD)

أن توزيع لامدا العام (Generalize Lambda Distribution :GLD) ذو الاربعة معلمات المقدم من قبل(Ramberg and Schmeiser) عام (1972-1974) ، والذي يرمز له $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ RS نسبتا الى الباحثين اعلاه ، توزيع احتمالي مستمر غير متماثل،لاتوجد له صيغة مغلقة لدالة الكثافة الاحتمالية pdf أو دالة التوزيع التجميعية cdf ويعرف من خلال دالة الكوانتايل ($quantilefunction: Q.F$) والتي يرمز لها $Q_x(y)$ وتسمى ايضا دالة التوزيع العكسية ($Inverse\ distribution\ function: F^{-1}(y)$)،وهي الصيغة المغلقة للتوزيع :

$$x = F^{-1}(y) = Q(y)^* = \lambda_1 + \frac{y^{\lambda_3} - (1-y)^{\lambda_4}}{\lambda_2}, 0 \le y \le 1, \lambda_2 \neq 0$$

..... (1)

حيث ان :

λ_1 : معلمة الموقع (location parameter)

λ_2 : معلمة القياس (scale parameter)

λ_3 : معلمة الالتواء (skewness parameter)

λ_4 : معلمة التفلطح (kurtosis parameter)

وان التوزيع يصبح متماثل عندما $\lambda_3 = \lambda_4$

---

*تعرف دالة الكوانتايل [9][6] على انها احد الطرق التي يعرف من خلالها التوزيع الاحتمالي اضافتا الى الطرق المعروفة (دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التراكمي cdF) ، او تعرف انها الطريقة الثالثة لتحديد فرص حدوث قيم مختلفة ل x ،اي انها تحدد قيم X مع احتمال حدوثها .

حيث $Q_X(y)$ هي دالة لكل $(y \in (0,1))$ تعلمنا عن قيم x بحيث $F_X(x) = y$:

$$Q_x(y) = x_y \ , \quad 0 \leq y \leq 1$$

ومن الجدير بالذكر اننا نستخدم دالة الكوانتايل في جداول التوزيع الطبيعي القياسي بالشكل التالي فعلى سبيل المثال :-

$$\Phi(1.96) = 0.97$$

وعليه فان دالة الكوانتايل :

$$Q(0.975) = 1.96$$

وهذا يعني ان قيمة x باحتمال 0.975 لاتتجاوز 1.96 ، ولمزيد من التفاصيل انظر المصدر [6]

أما دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع هي :

$$f(x) = f(Q(y)) = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 y^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1-y)^{\lambda_4 - 1}}$$

$$at\ x = Q(y)\ ,\ 0 \leq y \leq 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

والتي نحصل عليها كما يلي:

من العلاقة $x = Q(y)$ بحيث $F(x) = y$ وباشتقاق $F(x)$ بالنسبة الى x نحصل على :-

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dy}{dx} = f(x) \ldots\ldots (3)$$

وبالتعوض عن $x = Q(y)$ في المعادلة (3) فيكون:

$$f(Q(y)) = \frac{dy}{d(Q(y))} = \frac{1}{\frac{d(Q(y))}{dy}} \dots\dots\dots\dots (4)$$

ومن معادلة 1 نعوض عن Q(y) في :

$$\frac{d(Q(y))}{dy} = \frac{d}{dy}\left(\lambda_1 + \frac{y^{\lambda_3} - (1-y)^{\lambda_4}}{\lambda_2}\right)$$

$$= \frac{\lambda_3 y^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1-y)^{\lambda_4 - 1}}{\lambda_2} \dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

وبالرجوع للمعادلة (4)وبتعويض المعادلة (5) فيها نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع :-

$$f(x) = f(Q(y)) = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 y^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1-y)^{\lambda_4 - 1}} \quad , \quad 0 \le y \le 1$$

كما ان دالة الكثافة الاحتمالية لاتعتبر احتمالية الا اذا حققت الشروط التالية :

$$1.\ f(x) \ge 0 \qquad \forall x \in D$$

حيث D المجال المعرف للدالة . اي ان :-

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_3 y^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1-y)^{\lambda_4 - 1}} \ge 0 \quad \forall \quad y \in (0,1) \dots\dots\dots (6)$$

$$2.\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

ولتحقيق الشرط الثاني وبما ان $f(x) = f(Q(y))$ و $dx = dQ(y)$ وحسب المعادلة (4) نحصل على :-

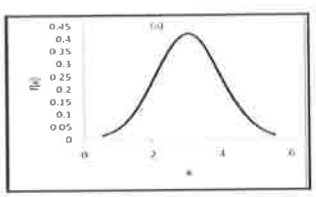
$$f(Q(y))d(Q(y)) = dy \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)$$

وعليه ينتج

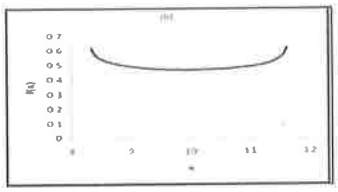
$$\int_0^1 f(Q(y))d(Q(y)) = 1 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (8)$$

ولرسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع يكون بالشكل التالي :

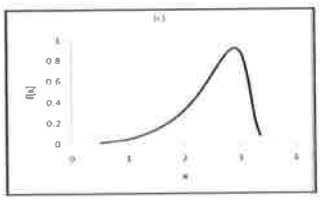
تحسب قيم $xi = Q(yi)$ حسب المعادلة 1 عند كل قيمة لyi باستخدام احد صيغ المتبعة لحساب الكوانتايل مثلا ($y = \frac{i}{n+1}, i = 1, 2, \ldots, n$) ،كذلك ايجاد قيم $f(xi)$ من المعادلة 2، عندها ترسم $(f(xi), xi)$ والتي تأخذ اشكال متنوعة باختلاف قيم المعلمات . اذ لكل مجموعة من المعلمات وبعد تطبيق ما جاء في اعلاه تتكون اشكال مختلفة لدالة التوزيع وكما مبين بالشكل رقم (2):



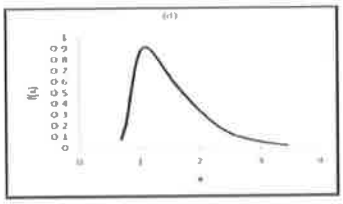
(a):RSGLD (1,0.2,0.13,0.130)



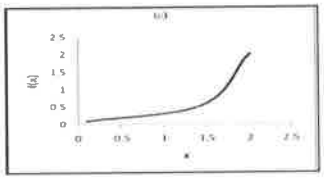
(b):RSGLD (1,0.6,1.5,-1.5)



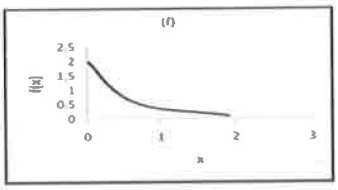
(c):RSGLD(1,0.2,0.13,0.013)



(d):RSGLD(1,0.2,0.013,0.13)



(e):RSGLD(1,1,0.5,4)



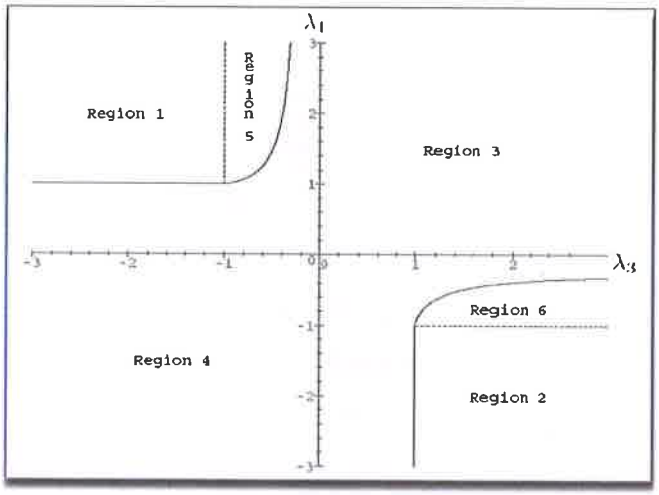
(f):RSGLD(1,1,3,0.5)

شكل رقم (1) يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$)RS GLD عند قيم مختلفة للمعلمات[1] .

ومن خواص RSGLD هناك تركيبات معينة من(λ_3, λ_4)غير مقبولة في بعض المناطق ،اما المناطق التي يكون فيها التوزيع مقبول هي كما مبينه بالجدول رقم (1) والموضحة بالشكل رقم (2) .

جدول رقم(1) يوضح المناطق المعتمده لل RSGLD

Region	λ_3	λ_4	Support
Region1	$\lambda_3 < -1$	$\lambda_4 > 1$	$(-\infty, \lambda_1 + 1/\lambda_2]$
Region2	$\lambda_3 > 1$	$\lambda_4 < -1$	$[\lambda_1 - 1/\lambda_2, \infty)$
Region3	$\lambda_3 > 0$	$\lambda_4 > 0$	$[\lambda_1 - 1/\lambda_2, \lambda_1 + 1/\lambda_2]$
	$\lambda_3 > 0$	$\lambda_4 = 0$	$[\lambda_1 - 1/\lambda_2, \lambda_1]$
	$\lambda_3 = 0$	$\lambda_4 > 0$	$[\lambda_1, \lambda_1 + 1/\lambda_2]$
Region4	$\lambda_3 < 0$	$\lambda_4 < 0$	$(-\infty, \infty)$
	$\lambda_3 < 0$	$\lambda_4 = 0$	$(-\infty, \lambda_1]$
	$\lambda_3 = 0$	$\lambda_4 < 0$	$[\lambda_1, \infty)$
Region5	$-1 < \lambda_3 < 0$	$\lambda_4 > 1$	$(-\infty, \lambda_1 + 1/\lambda_2]$
Region6	$\lambda_3 > 1$	$-1 < \lambda_4 < 0$	$[\lambda_1 - 1/\lambda_2, \infty]$



شكل رقم(2) يوضح المناطق (1,2,3,4,5,6) المقبولة لل RSGLD

2-3 تقدير معلمات توزيع RS GLD :-

لتقدير معلمات التوزيع RSGLD سنستخدم طريقة العزوم الخطية Linear moments Method، وكما مره ذكره أن للتوزيع أربعة معلمات($\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1$) ، وأن المعلمات ($\lambda_4, \lambda_3$) هي المعلمات التي يعتمد عليها في تقديربقية معلمات التوزيع ولكن تحتاج الى طرق عددية لايجادها لصعوبة الحصول عليها بالطرق الاعتيادية ، ومن الطرق العددية (طريقة نيوتن – رافسون وخوارزمية Downhill Simplex وغيرها)، اذ أن أي طريقة لتقديرمعلمات توزيع لامدا العام تتضمن الطرق العددية . وبعد أن يتم تقدرالمعلمات ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_1$) يجرى أختبار حسن المطابقة للتأكد من ملائمة التوزيع للبيانات . وقد أستخدمنا في هذا البحث الطريقة العددية خوارزمية DownhillSimplexلتقدير (λ_4, λ_3) ، وقبل الدخول بطريقة العزوم الخطية نوضح هذه الخوارزمية .

1-2-3 خوارزمية Downhill Simplex [14][12][5] :-

استخدمت طريقة *Downhill simplex* من قبل(*RogerMead &JohnNelder*) عام *1965* والتي تسمى ايضا *Nealder -Mead* او *Amoeba* ، وهي طريقة عددية لتقليل دالة الهدف (المشكلة الرياضية قيد البحث التي تتكون من عدة متغيرات) ، في فضاء متعدد الابعاد حيث تستخدم تقنية التحسين غير الخطية ، تتطلب فقط تخمينات عدة نقاط لكل متغير في الدالة دون الحاجة الى المشتقات ، حيث استخدمت في المشاكل الإحصائية ، التي معلماتها المجهولة تأخذ الاتجاه الغير خطي ، والحالات المماثلة . أذ تستخدم الخوارزمية مفهوم simplex الذي هو Polytop (شكل هندسي) في N من الابعاد و N+1 من النقاط او(القمم)، الذي يوجد بعدة انماط هندسية ، والاكثر شيوعا والمعروف هو شكل المثلث .

ان عمل هذه الخوارزمية هو توليد موضع اختبار عن طريق استقراء سلوك دالة الهدف يقاس عند ترتيب كل نقطة اختبار بعد ذلك تختار الخوارزمية نقطة واحدة من نقاط الاختبار لتحل محلها نقطة اختبار جديدة، وذلك باستبدال اسوأ نقطة بنقطة تنعكس من خلال النقطة الوسطى (centroid) ، اي هي اسلوب تكراري تقوم بتحديث اسوأ نقطة من خلال عمليات الانعكاس (reflection)، التوسع (expansion)، والانكماش (contraction)، والتقلص (shrink) مع معلمات[5] مرافقة الى هذه العمليات على التوالي هي:

$$\alpha = 1,\ \beta = 2,\ \gamma = 0.5\ ,\sigma = 0.5$$

وبعد ان بينا مفهوم خوارزمية Downhill simplex بشكل موجز فيمايلي نبين كيفية استخدامها لتقدير المعلمات ($\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4$) لتوزيع RSGLD وفقا للعمليات التي ذكرت في اعلاة .

الية عمل خوارزمية Downhill simplex :

1.تحديد دالة الهدف* (التي سنتطرق اليها مع طريقة التقدير المتبعة هنا وهي العزوم الخطية)

2.تحديد معلمات الخوارزمية $(\alpha, \gamma, \beta, \sigma)$ وايضاً عدد الحلول (n)

3. توليد حلول (S) بحجم (n) حيث ان كل صف من S التي هي عباره عن مصفوفه ذات الابعاد ($n \times 2$) تمثل (حل)عدد المعلمات المراد تقديرها

4. حساب دالة الهدف لكل صف في S .

5. ترتيب الحلول الموجودة في S حسب قيمة دالة الهدف واعلى قيمه هي التي تمتلك اسوأ حل

6.حساب m حيث ان $m = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^{n} S(i)$.

التي تمثل النقطة الوسطى (centroid) حيث ان كل $S(i) = [\hat{\lambda}_3(i) \quad \hat{\lambda}_4(i)]$.

7. جعل معدل التكرار $j = 1$

8. توليد نقطه اختبار جديده (trial point) التي هي r تمثل الانعكاس (reflection)

حيث ان $r = m + \alpha(m - S(n))$

9 . حساب قيم دالة الهدف$f(.)$ لـ (r)

- فاذا كانت $f(S(1)) < f(r) < f(n)$ اجعل $S(n) = r$
- عدا ذلك اذا كانت $f(r) < f(S(1))$ اذهب الى الخطوه 10

10. توليد نقطة اختبار جديده e التي تمثل التوسع (expansion)

حيث ان $e = r + \beta(r - m)$

11. حساب قيم دالة الهدف $f(.)$ لـ (e)

---

* دالة الهدف في موضوع بحثنا سنتطرق اليها مع طريقة التقدير ، بحيث تكون المعلمات التي تحقق اقل قيمة للدالة هي المعلمات المثلى التي يتم ايجاد بقية المعلمات من خلالها .

- فاذا كانت $f(e) < f(r)$ اجعل $S(n) = e$
- عدا ذلك اذا كانت $f(r) > f(S(n))$ اذهب الى الخطوه 12

12. توليد نقطة اختبار جديده (c) تمثل الانكماش (contraction)

حيث ان $c = m + \gamma(S(n) - m)$

13. حساب قيم دالة الهدف $f(.)$ لـ (c)

- اذا كانت $f(c) < f(S(n))$ اجعل $S(n) = c$
- عدا ذلك اذهب الى الخطوة 14

14. توليد نقطة اختبار جديده sh تمثل التقلص (shrink)

حيث أن $s_{(i)} = s_{(1)} + \sigma(s_{(i)} - s_{(1)})$

15. هل تحقق شرط التوقف (انتهاء عدد التكرارات الكلية) اذا تحقق شرط التوقف نطبع افضل حل تم ايجاده بالخوارزمية والذي يحقق اقل قيمة لدالة الهدف :

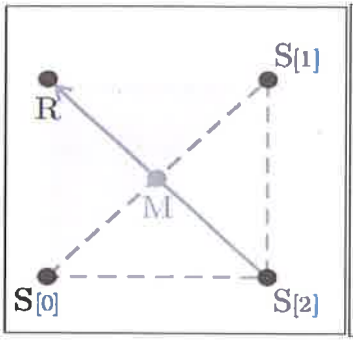
بحيث ان $\left|\frac{max(f)-min(f)}{max(f)}\right| < \in$

حيث $\in$ عدد صغير جدا .ونذهب الى الخطوة 16

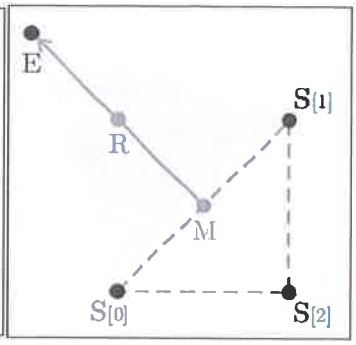
عدا ذلك نذهب الى الخطوه رقم (8) .

- اجعل معدل التكرار $j = j + 1$

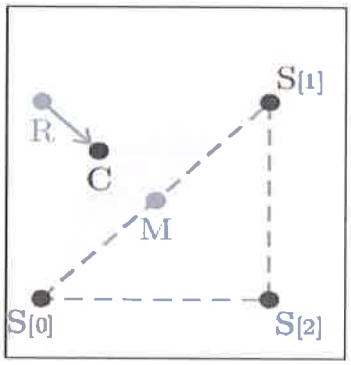
16 . التوقف .



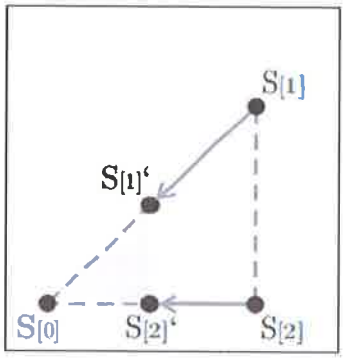
شكل (3-1) يوضح الانعكاس (reflection)



شكل(3-2) يوضح التوسع (*expansion*)



شكل رقم(3-3) يوضح الانكماش (Contraction)



شكل (3-4) يوضح التقلص (Shrink)

شكل رقم (3) يوضح مراحل خوارزمية Downhill simplex . انظر المصدر[12]

3-2-2طريقة العزوم الخطية[10][8][7][2][1] Linear moments Method (L.M.M)

طريقة العزوم الخطية التي تعرف ب (L-moments) هي توقعات لتركيبات خطية معينة للاحصاءات المرتبة ، ولتوضيح فكرة L-moment نتطرق فيما يلي الى تعريفها وخواصها وطريقة ايجادها للتوزيع والعينة وكيفية يتم تقدير المعلمات من خلالها .

3-2-2-1تعريف وخواص العزوم الخطية :-

3-2-2-1-1التعريف:-

ليكن X متغير عشوائي ذات قيمة حقيقية له دالة التوزيع التراكمي CDF ودالة الكونتايل $Q(y)$،وان ($X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \ldots \leq X_{n:n}$) هي الاحصاءه المرتبة لعينه بحجم n مسحوبة من توزيع X ،عليه تعرف العزوم الخطية والتي يرمز لها ب (L_r) كالتالي :-

$$L_r = r^{-1}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k\binom{r-1}{k}EX_{r-k:r} \quad r = 1,2,\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

حيث $E(X_{r-k:r})$ نجده كالتالي :-

بما ان توقع الأحصاءة المرتبة كما هو معروف :

$$E(X_{r:n}) = \int x\, f_r(x)dx \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

وان

$$f_r(x) = \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\left(F(x)\right)^{r-1}\left(1-F(x)\right)^{n-r} f(x) \ldots\ldots(11)$$

وبما ان , $Q(y) = x, F(x) = y$, $f(x)dx = dy$ (انظرالفقره 3) .

وبعد تعويض هذه الكميات في المعادلة (10) و المعادلة (11) نحصل على :-

$$E(X_{r:n}) = \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!}\int_0^1 y^{r-1}(1-y)^{n-r}Q(y)dy$$

وعليه فان :-

$$E(X_{r-k:r}) = \frac{r!}{k!\,(r-k-1)!}\int_0^1 y^{r-k-1}\ (1-y)^k Q(y)dy \qquad \dots\dots\dots(12)$$

وبتعويض المعادلة (12)في المعادلة (9) نحصل على :-

$$L_r = r^{-1}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k\binom{r-1}{k}\frac{r!}{k!\,(r-k-1)!}\int_0^1 y^{r-k-1}\ (1-y)^k Q(y)dy \dots\dots\dots(13)$$

وباستخدام نظرية binomial واجراء العمليات الحسابية اللازمة نحصل على :-

$$L_r = \int_0^1 \sum_{k=0}^{r-1}(-1)^{r-k}\binom{r}{k}\binom{r+k}{k} y^k\, Q(y)dy \qquad \dots\dots\dots(14)$$

وعلية فان العزوم الخطيه الأربعة الأولى هي:-

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \int_0^1 Q(y)\,dy \\ L_2 &= \int_0^1 (2y-1)Q(y)\,dy \\ L_3 &= \int_0^1 (6y^2-6y+1)Q(y)\,dy \\ L_4 &= \int_0^1 (20y^3-30y^2+12y-1)\,Q(y)dy \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots(15)$$

وان العزوم الخطيه الاربعة الاولى للتوزيع RSGLD بعد تطبيق مجموعة المعادلات (15)هي:-

$$L_1 = \mu = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_2}\left(\frac{1}{1+\lambda_3} - \frac{1}{1+\lambda_4}\right) \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(16)$$

$$L_2 = \frac{1}{\lambda_2}\left[\frac{\lambda_3}{(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)} + \frac{\lambda_4}{(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)}\right] \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (17)$$

$$L_3 = \frac{1}{\lambda_2}\left[\frac{\lambda_3(\lambda_3-1)}{(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)} - \frac{\lambda_4(\lambda_4-1)}{(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3)}\right.$$

.....(18)

$$L_4 = \frac{1}{\lambda_2}\left[\frac{\lambda_3(\lambda_3-1)(\lambda_3-2)}{(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)(\lambda_3+4)} + \frac{\lambda_4(\lambda_4-1)(\lambda_4-2)}{(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3)(\lambda_4+4)}\right]\dots\dots(19)$$

3-2-2-1-2 الخواص:-

1- جميع العزوم الخطية يمكن ايجادها اذا كانت $\lambda_3, \lambda_4 > -1$

2- لمتغير عشوائي X حقيقي القيمة العزوم الخطية تكون موجوده اذا وفقط اذا كان لديه متوسط (*mean*)محدد ،و يمكن ايجاد العزوم الخطية اذ كانت العزوم التقليدية العالية غير موجوده .

كذلك التوزيع الذي له متوسط (*mean*)محدد يكون له وصف وحيد بواسطة العزوم الخطية ، وتوفر معلومات عن التوزيع اذ ان :-

L_1: $(\mathrm{L-location})$ يمثل الموقع او متوسط التوزيع μ وياخذ اي قيمة:

$$\mathrm{L_1 = E(X) = \mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

L_2 : $(\mathrm{L-scale})$: يمثل القياس, $L_2 \geq 0$

اماالالتواء والتفلطح فانه يحدد من خلال :

نسبة العزوم الخطية (τ_r:L-moments ratio) بالاعتماد على العزوم الخطية العليا($L_r, r \geq 3$) حيث :

$$\tau_r = \frac{L_r}{L_2} \quad ,r = 3,4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

وأن الألتواء(L-skewness) للتوزيع هو :

$$\tau_3 = \frac{L_3}{L_2}$$
$$= \frac{\lambda_3(\lambda_3-1)(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3) - \lambda_4(\lambda_4-1)(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)}{\lambda_3(\lambda_3+3)(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3) + \lambda_4(\lambda_4+3)(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)}$$

$\ldots\ldots (22)$

كذلك التفلطح (L-kurtosis) للتوزيع هو :

$$\tau_4 = \frac{L_4}{L_2}$$
$$= \frac{\lambda_3(\lambda_3-1)(\lambda_3-2)(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3)(\lambda_4+4) + \lambda_4(\lambda_4-1)(\lambda_4-2)(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)(\lambda_3+4)}{\lambda_3(\lambda_3+3)(\lambda_3+4)(\lambda_4+1)(\lambda_4+2)(\lambda_4+3)(\lambda_4+4) - \lambda_4(\lambda_4+3)(\lambda_3+1)(\lambda_3+2)(\lambda_3+3)(\lambda_3+4)}$$

$\ldots\ldots (23)$

وتكون مقيدة بالشروط:-

1. $-1 < \tau_3 < 1$
2. $\frac{(5\tau_3^2 - 1)}{4} \leq \tau_4 < 1$

3- 2-2-2العزوم الخطية للعينة[7]

ان العزوم الخطية (L-moments) تعرف من التوزيعات الاحتمالية ، ولكن في الممارسة العملية في كثير من الأحيان تقدر من عينة محددة، ويستند التقدير في هذه الحالة على عينة بحجم n مرتبة في ترتيب تصاعدي وكالتالي :-

لتكن $(x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n)$ تمثل مجموعة من البيانات المرتبة لعينة بحجم n ، فان العزوم الخطية (L-moments) للعينة هي :-

$$l_1 = \bar{X} = \binom{n}{1}^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_{(i:n)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

$$l_2 = \frac{1}{2}\binom{n}{2}^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left[\binom{i-1}{1} - \binom{n-i}{1}\right] x_{(i:n)} \quad \ldots\ldots\ldots (26)$$

$$l_3 = \frac{1}{3}\binom{n}{3}^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left[\binom{i-1}{2} - 2\binom{i-1}{1}\binom{n-i}{1} + \binom{n-i}{2}\right] x_{(i:n)} \quad \ldots (27)$$

$$l_4 = \binom{n}{4}^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left[\binom{i-1}{3} - 3\binom{i-1}{2}\binom{n-i}{1} + 3\binom{i-1}{1}\binom{n-i}{2} - \binom{n-1}{3}\right] x_{(i:n)} \ldots\ldots (28)$$

كذلك

$$\hat{\tau}_3 = \frac{l_3}{l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

$$\hat{\tau}_4 = \frac{l_4}{l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

وبعد ان بينا العزوم الخطية للتوزيع والعينه وطريقة ايجادهما ، سنتطرق الان الى كيفية استخدامها لايجاد المقدرات، وذلك يكون بمساوات العزوم الخطية للعينة l_i الى العزوم الخطية للتوزيع L_i وبذلك نحصل على اربعة معادلات:-

$$\left.\begin{array}{l} l_1 = L_1 \\ l_2 = L_2 \\ l_3 = L_3 \\ l_4 = L_4 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

وبحل نظام المعادلات (31) نجد المعلمات ($\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1$)،الا أن المعادلات ($L_3 = l_3$, $L_4 = l_4$) تكون معقده ويصعب حلها للحصول على ($\hat{\lambda}_4, \hat{\lambda}_3$) وتحتاج الى طريقة عددية لايجادها ، وسنوضح كيفية تقدير المعلمات من خلال الخوارزمية التالية :

خوارزمية تقدير المعلمات* :-

الخطوة الاولى : حساب احصاءات العينة :

$\hat{\tau}_4 = \frac{l_4}{l_2}$, $\hat{\tau}_3 = \frac{l_3}{l_2}$, l_1 , l_2 , l_3 , l_4 المعادلات (

من 25 ولغاية 30)

الخطوة الثانية : استخدام خوارزمية *Downhill Simplex* التي تناولنها في الفقرة (3-2-1) لايجاد المقدرات $\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4$ من خلال دالة الهدف التالية

$$f(\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4) = (\hat{\tau}_3 - \tau_3(\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4))^2 + (\hat{\tau}_4 - \tau_4(\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4))^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

والمعلمات التي تحقق اقل قيمة للدالة هي المعلمات المثلى التي تعتمد كمقدرات للتوزيع ونجد من خلالها بقية المقدرات .

الخطوة الثالثة :تعوض المقدرات $\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4$ في المعادلة 17 وباعتبار $L_2 = l_2$ يتم ايجاد $\hat{\lambda}_2$:-

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{1}{l_2}\left[\frac{\hat{\lambda}_3}{(\hat{\lambda}_3+1)(\hat{\lambda}_3+2)} + \frac{\hat{\lambda}_4}{(\hat{\lambda}_4+1)(\hat{\lambda}_4+2)}\right]$$

الخطوة الرابعة : تعوض $\hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4$ في المعادلة 16 وباعتبار $L_1 = l_1$ يتم ايجاد $\hat{\lambda}_1$:

$$\hat{\lambda}_1 = l_1 - \frac{1}{\hat{\lambda}_2}\left(\frac{1}{\hat{\lambda}_3+1} - \frac{1}{\hat{\lambda}_4+1}\right)$$

الخطوة الخامسة : اجراء اختبار(KS: Klomogorov - Smirnov) :

وفقا" لاحصاءة الاختبار التالية لبيان مطابقة التوزيع للبيانات :

$$D_n = max\left|s^{-1}\left(\frac{i}{n}\right) - Q(yi)\right|$$

حيث أن

$s^{-1}\left(\frac{i}{n}\right) = xi$ حيث xi هنا البيانات المشاهدة .

$Q(yi) = xi$ تحسب من المعادلة (1)

ووفقا لفرضيات الاختبارالمبينة في ادناه حيث فرضية العدم H_0 تنص على ان توزيع GLD يطابق ($\equiv$) البيانات ,والفرضية البديلة H_1 تنص على ان توزيع GLD لايطابق($\not\equiv$)البيانات ، فأذا كانت D_n اكبر من القيمة الجدولية عند مستوى معنوية وحجم عينة معين ترفض فرضية العدم وتقبل الفرضية البديلة والعكس بالعكس .

$H_0: GLD \equiv data$

$H_1: GLD \not\equiv data$

فاذاكان الاختبار مطابق نذهب الى الخطوه السادسه عدا ذلك نعود الى الخطوة الثانية (نعود الى الخوارزمية Downhill Simplex للبحث عن قيم اولية جديده لـل $\hat{\lambda}_3, \hat{\lambda}_4$ واعادة خطوات خوارزمية تقدير المعلمات) .

---

*خوارزمية تقدير المعلمات من ترتيب الباحثة.

الخطوة السادسة : توقف

5-مفهوم وتقدير دالة المعولية[1][15][13][17] [18]

Concept and estimate Reliability function

تعرف المعولية (الاعتمادية او الموثوقيه) ،($Reliability$) والتي يرمز لها $R(t)$على انها احتمال ان المعدات او المكائن أو الاجهزة سوف تؤدي وظيفتها المطلوبة وفقا للشروط المحددة لعملها خلال الفترة الزمنية $(0,t)$ ، لمعرفة مدى قدرة هذه الاجهزه على اداء عملها وفقا للخطط المعده للانتاج كذلك التنبؤ بالقدرات الانتاجية ،إذ ان الاهتمام الرئيسي في نظرية المعولية هوفهم الاسباب التي تحدث الفشل بوصفها دالة للعمر .

ويتم انجاز ذلك من خلال تحديد التوزيع الاحتمالي لاوقات الفشل الذي يمثل بالمتغير العشوائي(T) الغير سالب .

ويعبر عن دالة المعولية $R(t)$ بالمعادلة الرياضية :-

$$R(t) = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F(t) = \overline{F}(t)$$

$$t \geq 0 \ldots\ldots\ldots (33)$$

وان$R(t)$ قيمة موجبة ضمن المدى($0,1$) وغير متزايده ومستمرة من جهة اليسار .

حيث أن:

T : يشير الى دورة حياة الوحدة التجريبية .

t: متغير عشوائي يشير الى الوقت .

(Random variable refers to the time until failure occurs)

$F(t)$: دالة التوزيع التجميعية (Cumulative distribution Function CDF)

$\overline{F}(t)$: مكملة دالة التوزيع التجميعية .

(Complementary cumulative distribution function)

وبما انه لا توجد صيغة مغلقة لدالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التجميعية تحسب عددي لتوزيع RSGLD، كما اشرنا اليه في الفقره الثالثة ، فأنه سيتم تقدير دالة المعولية من خلال دالة الكوانتايل(quantile function)،اذ ان التوزيعات التي لاتمتلك صيغة مغلقة لدالة الكثافة الاحتمالية pdf و دالة التوزيع التجميعية cdf ،وتمتلك فقط دالة الكوانتايل بصيغة مغلقة فان تقدير المعولية يكون على اساسها [1][15][13][17] [18] ، وعليه سنستخدم $R(t)$ في حساب اوقات الفشل t من خلال دالة الكوانتايل المعادلة (1) للتعرف على وقت الفشل للمكائن والمعدات وقيمة $R(t)$المقابله لها[13]، فيكون عمر الوحده التجريبية بدلالة المعولية المقابلة لها $(t = x(R(t))$.هذا يعني في توزيع $RSGLD$ القيام بتقدير معلماته حسب طريقة التقدير المتبعة واختباره للتاكد من ملائمة التوزيع للبيانات ثم ايجاد $R(t)$ و دالة الكوانتايل $Q(y_i)$ المقابلة لها .

وبما ان $F(t_i) = y_i$ لتوزيع RSGLD وبالرجوع للمعادلة (33) فأن :-

$$R(t_i) = 1 - y_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

وسنوضح كيفية تقدير المعولية من خلال الخوارزمية التالية :-

<u>خوارزمية تقدير دالة المعولية :-</u>

<u>الخطوة الاولى</u> :تقدير معلمات التوزيع بطريقة العزوم الخطية كما اشرنا اليه .

<u>الخطوة الثانية</u> : حساب $R(t_i) = 1 - y_i$

حيث $y_i = \frac{i}{n+1}$, $i = 1, 2, \ldots\ldots, n$

i : تمثل الترتيب التصاعدي لاوقات الفشل .

أو اي صيغة اخرى من صيغ حساب y_i انظر المصدر[6] .

<u>الخطوة الثالثة</u> : حساب $t_i = x_i = Q(y_i)$ حسب المعادلة (1) :-

$$t_i = x_i = Q(y_i) = \lambda_1 + \frac{y_i^{\lambda_3} - (1 - y_i)^{\lambda_4}}{\lambda_2} \quad , \quad 0 \le y \le 1$$

حيث ان $y_i = 1 - R(t_i)$

الخطوة الرابعة: تكوين جدول من دالة المعولية $R(t_i)$ كما جاء بالخطوة الثانية وعمر المنتج $(x_i =$ $Q(y_i) = t_i$ الذي تم حسابه من الخطوة الثالثة .

الخطوة الخامسة : توقف .

5-الجانب التجريبي

تم استخدام اسلوب المحاكاة في هذا البحث لغرض ايجاد قيم مقدرات التوزيع ومن ثم قيمة دالة المعولية ، لمايتميز به هذا الاسلوب من مرونه ويوفرالوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظريا ودون الأخلال بدقة النتائج المطلوبة .

5-1مراحل تجربة المحاكاة :

ان مراحل تجربة المحاكاة التي نفذت وفقا لبرنامج كتب بلغة الماتلاب (MATLAB) هي كالتالي :-

المرحلة الاولى : وهي المرحلة الاساسية والتي تم فيها :

اولا : اختيار قيم افتراضية أولية لمعلمات (الموقع والقياس والالتواء والتفلطح ، λ_4 , λ_3, λ_2, λ_1) على التوالي وكما مبين بالجدول التالي:

جدول رقم (3) يبين القيم الأفتراضية الاولية للمعلمات والنماذج المقترحة

التجارب	λ_1 معلمة الموقع	λ_2 معلمة القياس	λ_3 معلمة الالتواء	λ_4 معلمة التفلطح
I	3	2	0.3	0.1
II	3.5	2.5	0.9	0.7
III	4	3	0.15	0.11

ثانيا : اختيار ثلاثة حجوم عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة (30,50,100) .

وللحصول على تجانس عالي تم تكرار التجارب (Replications=1000) مرة لكل تجربة .

المرحلة الثانية : والتي يتم فيها توليد المشاهدات العشوائية (البيانات) تتبع توزيع RSGLD وذلك باستخدام دالة التحويل العكسي $(F^{-1}(y) = x)$ لتوزيع RSGLD التي يتميزبها كونها الصيغة المغلقة

للتوزيع ويتم تعريفيه من خلالها كما مره ذكره في الفقرة(3-1) ،بدلالة المتغير العشوائي yi الذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن الفتره$(0,1)$ وكما يلي :

1- توليد أرقام عشوائية تتبع التوزيع المنتظم

$$y_i \sim U(0,1) \quad , i = 1,2,\dots,n$$

باستخدام الحاسبة الألكترونية على وفق الصيغة الآتية :

$$Y = RND$$

2 - تعويض قيم (y_i)في الدالة العكسية للتوزيع المعادلة (1) وتوليد البيانات التي تتبع توزيع RSGLD :

$$x_i = F^{-1}(y_i) = \lambda_1 + \frac{{y_i}^{\lambda_3} - (1-y_i)^{\lambda_4}}{\lambda_2}, 0 \le y \le 1$$

المرحله الثالثة :يتم في هذه المرحلة تقدير معلمات التوزيع بطريقة العزوم الخطية (L.M)كما جاء بالجانب النظري .

المرحلة الرابعة: اجراء اختبار كلومكروف– سيمرنوف (Klomogorov -Smirnov : KS) لغرض اختبار ملائمة التوزيع للبيانات .

المرحلة الخامسة : تتم في هذه المرحلة المقارنة بين المقدّرات لتوزيع للحالات وحجوم العينات المختلفة التي ذكرت في اعلاة ، إذ تم استخدام معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) وكما يلي:-

اولا : متوسط مربعات الخطأ (MSE) للنموذج المتمثل بدالة الكوانتايل$Q(y)$ وفق الصيغة التالية :-

$$MSE(Q(y)) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Q(y_i) - x_i)^2$$

حيث أن

xi : البيانات المشاهده .

$Q(y)$: تمثل البيانات التي تم الحصول بعد تقديرالمعلمات وتعويضها في دالة الكوانتايل $Q(y) = x_{RS_l}$ المعادلة (1) .

ثانيا : متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمعلمات وفق الصيغة التالية :

$$MSE(\hat{\lambda}_j) = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}(\hat{\lambda}_{j(i)} - \lambda_j)^2 \quad , \quad j = 1,2,3,4$$

حيث أن

r :عدد تكرارات التجربة والمساوي (1000) مرة .

المرحلة السادسة: تقدير دالة المعولية وفق الصيغة التي ذكرت في الفقرة (5) . حيث بعد القيام بتقدير معلمات التوزيع حسب طريقة التقدير المتبعة والتي كانت في هذا البحث طريقة العزوم الخطية ،وبعد ذلك اختبارالتوزيع للتاكد من ملائمة للبيانات وايجاد دالة الكونتايل $Q(y_i)$ ،يتم احتساب المعولية ،فيكون عمر الوحده التجريبية بدلالة المعولية المقابلة لها $t = x(R(t))$.

2-5 مناقشة تجربة المحاكاة :

بعد تطبيق تجربة المحاكاة تم الحصول على النتائج التالية :

1- الجدول رقم (3) التالي يمثل قيم معلمات التوزيع التي تم الحصول عليها بتطبيق طريقة العزوم الخطية ولحجوم عينات مختلفة ولحالات مختلفة ،كذلك قيمة اختبار كاموكروف – سميرنوف للتوزيع مقارنتا بالقيمه الجدولية .

جدول رقم (3) يوضح قيم معلمات التوزيع لطريقة التقدير (L.M) كذلك قيمة اختبار KS للحالات المختلفة للقيم الافتراضية

التجربة	n	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	KS^*
I	30	2.907429	4.143055	9.498725e-001	3.149723	0.0318
	50	2.891961	4.182036	1.128519	3.670953	0.0272
	100	2.899367	3.946025	1.863293	4.715271	0.0247
II	30	3.461792	2.277510	1.293715	3.23689	0.0659
	50	3.467867	2.407272	1.513338	2.697634	0.0563
	100	3.499764	2.686995	1.622237	1.636716	0.0291
III	30	3.977473	5. 329396	4.365730	3.424046	0.0274
	50	4.036704	4.643169	4.281491e-001	1.193141e-001	0.0213
	100	4.052511	4.694371	5.756306	7.253726e-002	0.0161

ولحجوم عينات مختلفة .

*تمثل KS قيمة اختبار كلومكروف – سميرنوف المقبولة مقارنتا مع القيمه الجدولية عند مستوى معنوية 95% بعد تقدير معلمات التوزيع للتاكد من ملائمته للبيانات .

2-الجدول رقم (4) التالي يمثل متوسط مربعات الخطاء ((MSE للمعلمات المقدرة والنموذج المتمثل بدالة الكونتايل Q(y)للتجارب المختلفة للقيم الافتراضية ولحجوم العينات مختلفة .

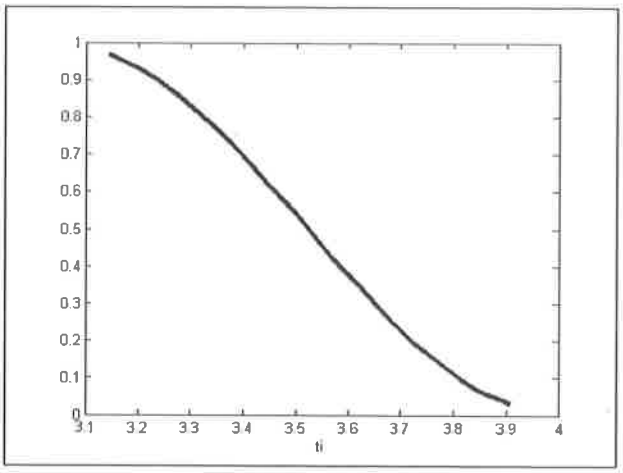
جدول رقم (4) يوضح متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمعلمات المقدرة والنموذج المتمثل بدالة الكونتايل $Q(y)$ للتجارب المختلفة للقيم الافتراضية ولحجوم العينات مختلفة .

التجارب	n	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	$Q(y)$
I	30	1.259409e-006	7.476711e-003	6.405933e-004	1.953390e-003	1.9797e-004
	50	9.826772e-006	9.541357e-004	2.234483e-003	1.618971e-002	1.6065e-004
	100	4.638320e-006	3.207392e-003	1.213596e-002	1.358279e-002	7.7716e-005
II	30	1.186498e-007	1.953571e-004	5.359597e-005	7.721255e-005	0.0013
	50	2.460393e-009	2.163245e-004	2.654169e-003	3.667085e-003	5.2972e-004
	100	8.152708e-007	7.877995e-004	1.207782e-002	4.718419e-003	1.6338e-004
III	30	1.479069e-005	6.701279e-004	6.039302e-003	2.358692e-006	2.1542e-004
	50	1.152315e-005	6.128995e-003	3.281491e-005	2.241019e-003	1.1858e-004
	100	6.878870e-006	3.089263e-003	7.632749e-003	6.565522e-003	6.4669e-005

3- الجدول رقم (5) التالي يمثل دالة المعولية واوقات الفشل المقابلة لها لعينه للتجربة الثانية عندحجم العينه (30) التي اخذت على سبيل التوضيح والشكل رقم (4) يوضح ذلك وهكذا عند حجوم عينات وتجارب مختلفة .حجوم عينات وتجارب مختلفة .

جدول رقم (5) يوضح عمر الوحدات التجريبية والمعولية المقابلة لها لعينة بحجم (30) للحالة الثانية من التجارب التي تم تنفيذها.

i	ti	R(ti)	i	ti	R(ti)
1	3.072096	0.967742	16	3.606516	0.483871
2	3.120632	0.935484	17	3.630124	0.451613
3	3.167358	0.903226	18	3.65276	0.419355
4	3.212081	0.870968	19	3.674521	0.387097
5	3.254758	0.83871	20	3.695504	0.354839
6	3.295405	0.806452	21	3.715806	0.322581
7	3.334073	0.774194	22	3.73552	0.290323
8	3.370827	0.741935	23	3.754738	0.258065
9	3.405747	0.709677	24	3.773552	0.225806
10	3.438919	0.677419	25	3.792048	0.193548
11	3.470433	0.645161	26	3.810311	0.16129
12	3.500385	0.612903	27	3.828425	0.129032
13	3.528871	0.580645	28	3.846467	0.096774
14	3.581837	0.548387	29	3.864511	0.064516
15	3.581837	0.516129	30	3.882625	0.032258



الشكل رقم (4) يوضح دالة المعولية عندما حجم العينه (30) للتجربة الثانية

6-الاستنتاجات :

من خلال النتائج التي تم الحصول عليها تبين مايلي:-

1. **اختبار كلومكروف – سميرنوف اعطى نتائج ايجابية عند مقارنته مع القيمه الجدولية وهذا يدل على مدى ملائمة التوزيع للبيانات عند قيم المعلمات التي تم الحصول عليها عند تطبيق طريقة العزوم الخطية .**
2. **رغم عدم امتلاك *RSGLD* صيغة مغلقة لدالة الكثافة الاحتمالية او دالة التوزيع التجميعية بشكل مغلق فتم الحصول على تقدير دالة المعولية بالاعتماد على دالة الكونتايل للوصل الى عمر الوحدة التجريبية والمعولية المقابلة لها ($t = x(R(t))$) ، وكما مبين بالجدول رقم (5) والشكل رقم (4)على سبيل المثال لاحدى العينات التي كانت تحت التجربة كانت قيم دالة المعولية متناقصة مع ازدياد الزمن مما يؤكد صحة الجانب النظري لهذا البحث حول سلوك هذه الدالة .**

المصادر

[1]-B., V. (2012)" Reliability Concepts In Quantile-Based Analysis Of Liftime Data" .Ph.D., Cochin University of Science andTechnology,Cochin.

[2]-Bergevin,R.J.(1993) ."An Analysis of the Generalized Lambda Distribution". MS thesis, AFIT/GST/ENS/93M-01. School ofEngineering, Air Force Institute of Technology(AU), Wright- Patterson AFB, OH.

[3]-Chalabi,Y. ,Scott,D.,J.& Wuertz,D.(2012). Flexible distribution modeling with the generalized lambda distribution. MPRA Paper No. 43333, posted 20. December 2012 12:05 UTC Chapman & Hall, CRC Press, London, Boca Raton, FL .

[4]-Demirtas,H.(2010)." An application of Multiple Imputation under the Two Generalized Parametric Families". Journal of Data Science, 443-455.

[5]-Gao,F.& Han,L.(2010)." Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameter". Comput Optim Appl DOI 10.1007/s10589-010-9329-3

[6]-Gilchrist,W.G.,(2000). "Statistical Modelling with Quantile Functions". Chapman & Hall/CRC , , Florida

[7]-Hamdan, M., S.(2009) " The Properties of L-moments Compared to Conventional Moments", for the MSc Degree Of MATHEMATICS, The Islamic University of Gaza

[8]-Hosking, J.R.M. (1990). "L-moments: analysis and estimation of distribution using linear combination of order statistics". Journal of the Royal Statistical Society B 52, 105–124

http://mpra.ub.uni-muenchen.de/43333.

[9]-Karian, Z.A.& Dudewicz, E.J.(2000)" Fitting Statistical Distributions: The Generalized Lambda Distribution and Generalized Bootstrap Methods".CRC Press .

[10]-Karvanena ,J. & Nuutinenb, A. (2008). "Characterizing the generalized lambda distribution by L-moments". Computational Statistics & Data Analysis (52) 1971 – 1983.

[11]-Lakhany, A.& Mausser, H. (2000). "Estimating parameters of generalized lambda distribution". Algo Res. Quart. Vol .3 , NO.(3),47-58

[12]-Moraglio,A. , Johnson,C.,G.(2010)." Geometric Generalization of the Nelder-Mead Algorithm", Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science Volume 6022, pp 190-201.

[13]-Movahedi , M.M., Lotfi ,M.R. & Nayyeri, M. A (2013)."solution to determining the reliability of products "Using Generalized Lambda Distribution".Research Journal of Recent Science Vol. 2(10), 41-47

[14]-Nelder, J., Mead, R., (1965). A simplex method for function minimization. Computer J. 7, 308–313.

[15]-Pal, S.(2005)." Evaluation of non-normal process capability indices using generalized lambda distributions". Quality Eng. 77–85.

[16]-Ramberg, J., Dudewicz, E., Tadikkamalla, P.& Mykytka, E. (1979)." A probability distribution and its uses in fitting data". Technometrics 21, 210–214.

[17]-Soni,P.Dewan,I.&Jain,K.(2012).Non parametric estimation of quantile density function". Indian Statistical Institu, DelhiCentre7, SJSS Marg, New Delhi{110 016, India .

[18]-Thomas, B., Midhu N.N & Sankaran, P.G.(2014)." A software reliability model using quantile function". Journal of Probability and Statistics Volume 2014 , Article ID 951608.