



تقدير نموذج الانحدار الخطي في ظل التعدد الخطي وعدم تجانس التباين باستخدام انحدار الحرف
والمربعات الصغرى المقيدة المعممة للحرف (GRLS(K)): دراسة تطبيقية

أ.د. محمد صادق الدوري

جامعة بغداد - كلية الادارة والاقتصاد

زينب هادي هشام

طالبة ماجستير في قسم الاحصاء في جامعة بغداد كلية الادارة والاقتصاد

المخلص

يهدف هذا البحث إلى معالجة مشكلتي التعدد الخطي الشديد وعدم تجانس تباين الأخطاء في نماذج الانحدار الخطي المستخدمة في التحليل النقدي، من خلال المقارنة بين طريقتي انحدار الحرف (Ridge Regression) والمربعات الصغرى المقيدة المعممة للحرف (GRLS(K)). اعتمدت الدراسة نمودجا اقتصاديا يتخذ الأساس النقدي متغيرا تابعا، مع مجموعة من المتغيرات النقدية والائتمانية بوصفها متغيرات مستقلة، باستخدام بيانات زمنية شهرية تعكس طبيعة الترابط البنوي في المتغيرات النقدية. أظهرت النتائج أن طريقة Ridge أسهمت في تحسين استقرار تقديرات المعلمات وتقليص تضخم التباين الناتج عن التعدد الخطي، مع تحقيق دقة تنبؤية مرتفعة. إلا أن إدماج الانكماش مع التقدير المعمم وفرض القيود الخطية ضمن إطار GRLS(K) أدى إلى نتائج أكثر كفاءة من حيث مؤشرات الأداء الإحصائي، ولاسيما انخفاض RSS و MAPE و MSE، فضلا عن تعزيز الاتساق الاقتصادي للمعلمات وتحقيق العلاقات التجميعية المفروضة. ويخلص البحث إلى أن GRLS(K) تمثل إطارا تقديريا متكاملًا وأكثر ملاءمة للنماذج النقدية المعقدة التي تتزامن فيها المشكلات الإحصائية والبنوية.

الكلمات المفتاحية: انحدار الحرف، GRLS(K)، التعدد الخطي، عدم تجانس التباين، القيود الخطية، الأساس النقدي.

Linear Regression under Multicollinearity and Non-Hypovariance Using Letter Regression and Generalized Letter Constrained Least Squares (GRLS(K)): An Applied Study

Prof. Dr. Mohammed Sadiq Al-Douri

University of Baghdad - College of Administration and Economics

Zainab Hadi Hisham

Master's Student in the Department of Statistics, University of Baghdad, College of
Administration and Economics

Abstract

This study addresses the problems of severe multicollinearity and heteroscedasticity in linear regression models used for monetary analysis by comparing Ridge Regression and Generalized Restricted Ridge Least Squares (GRLS(K)). An empirical monetary model is specified with base money as the dependent variable and a set of monetary and credit variables as regressors, using monthly time-series data that reflect strong structural interdependence among



variables. The results show that Ridge Regression improves coefficient stability by mitigating multicollinearity and achieves high predictive accuracy. However, incorporating shrinkage with generalized estimation and theoretically motivated linear restrictions within the GRLS(K) framework yields superior performance in terms of statistical accuracy, as evidenced by lower RSSRSSRSS, MSEMSEMSE, and MAPEMAPE, while also enhancing the economic coherence of parameter estimates. The study concludes that GRLS(K) provides a more comprehensive and efficient estimation framework for complex monetary models where statistical and structural problems coexist.

Keywords: Ridge Regression; GRLS(K); Multicollinearity; Heteroscedasticity; Linear Restrictions; Base Money.

المقدمة (Introduction) :

تُعد نماذج الانحدار الخطي من أكثر الأدوات الإحصائية استخداماً في تحليل العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية والمالية، لما تتمتع به من بساطة تفسيرية وقدرة على قياس الأثر الجزئي للمتغيرات المستقلة على المتغير التابع. إلا أن كفاءة هذه النماذج تعتمد بشكل جوهري على تحقق الفرضيات الكلاسيكية، وعلى رأسها استقلال المتغيرات التوضيحية وثبات تباين حدود الخطأ العشوائي. (Maddala, 1992 , pp. 176–180؛ Gujarati & Porter , pp. 334–338, 2009 (Greene, 2018 pp. 88–92؛

في التطبيقات الواقعية، ولاسيما في النماذج الاقتصادية والنقدية، كثيراً ما تواجه عملية التقدير مشكلتين منهجيتين متلازمتين: التعدد الخطي بين المتغيرات المستقلة وعدم تجانس التباين. إذ يؤدي التعدد الخطي إلى تضخيم تباينات المقدرات وجعلها غير مستقرة، في حين يؤدي عدم تجانس التباين إلى فقدان الكفاءة الإحصائية لمقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية، مما يضعف القدرة التفسيرية والاستدلالية للنموذج . (Gujarati & Porter, 2009, pp. 340–344; Greene) 2018, pp. 99–101.

لمعالجة مشكلة التعدد الخطي، طُوّرت عدة أساليب تقديرية بديلة، من أبرزها طريقة انحدار الحرف (Ridge Regression) التي تعتمد على إدخال معامل انكماش موجب يقلل من تباين المقدرات على حساب إدخال قدر محدود من التحيز، وهو ما يؤدي غالباً إلى خفض متوسط مربعات الخطأ وتحسين الاستقرار الإحصائي للنموذج ، في المقابل، تُعد طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) من الأدوات الفعالة لمعالجة عدم تجانس التباين من خلال إعادة هيكلة مصفوفة التباين-التغاير لحدود الخطأ، (Hoerl & Kennard, 1970, pp. 55–58; Marquardt, 1970, pp. 592–595).

وانطلاقاً من ذلك، برزت الحاجة إلى أطر تقديرية أكثر تكاملاً تجمع بين المعالجة المنتظمة للتعدد الخطي و القيود النظرية المفروضة على المعلمات و تصحيح عدم تجانس التباين، وهو ما توفره طريقة المربعات الصغرى المقيدة المعممة للحرف (GRLS(K)). إذ تدمج هذه الطريقة بين انحدار الحرف والقيود الخطية غير العشوائية ضمن إطار GLS ، بما يعزز من كفاءة واستقرار التقدير في النماذج ذات البنية المعقدة.

مشكلة البحث (Research Problem) :

تتمثل مشكلة البحث في أن تقدير نماذج الانحدار الخطي في التطبيقات الاقتصادية غالباً ما يتأثر بوجود تعدد خطي شديد بين المتغيرات المستقلة بالتزامن مع عدم تجانس تباين حدود الخطأ، وهو ما يؤدي إلى:



• تضخم تباينات مقدرات الانحدار وعدم استقرارها.

• ضعف دقة الاستدلال الإحصائي.

• عدم كفاءة مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية حتى في حالة عدم تحيزها.

وعليه، تبرز الحاجة إلى اعتماد أساليب تقدير بديلة قادرة على معالجة هاتين المشكلتين في آن واحد، مع الأخذ بنظر الاعتبار إمكانية فرض قيود خطية تعكس علاقات نظرية أو اقتصادية مسبقة بين معاملات النموذج.

أهمية البحث (Importance of the Study) :

تتبع أهمية هذا البحث من عدة جوانب، أبرزها:

1. **الأهمية المنهجية:** يقدم البحث إطاراً تقديرياً متقدماً يجمع بين ثلاث أدوات إحصائية مهمة: انحدار الحرف، القيود الخطية، وطريقة المربعات الصغرى المعممة، لمعالجة مشكلات شائعة في نماذج الانحدار الخطي.

2. **الأهمية التطبيقية:** يساهم البحث في تحسين دقة واستقرار النماذج التطبيقية المستخدمة في التحليل الاقتصادي والمالي، ولاسيما في النماذج التي تتسم بترباط عالٍ بين المتغيرات.

3. **الأهمية العلمية:** يثري الأدبيات الإحصائية التطبيقية من خلال إجراء مقارنة كمية بين طريقتي Ridge و GRLS(K) اعتماداً على معايير أداء موحدة، مما يساعد الباحثين على اختيار الأسلوب الأنسب في البيئات المعقدة.

منهجية البحث (Methodology) :

يعتمد البحث على المنهج الكمي التحليلي، ويمكن تلخيص منهجيته على النحو الآتي:

1. **تشخيص المشكلة الإحصائية:** الكشف عن وجود التعدد الخطي بين المتغيرات المستقلة باستخدام مؤشرات مثل معامل تضخم التباين (VIF)، والتحقق من عدم تجانس التباين باستخدام الاختبارات التشخيصية المناسبة (عبد الله، 2018).

2. **تقدير النموذج باستخدام انحدار الحرف (Ridge):** تقدير معاملات النموذج بإدخال معامل الحرف k بهدف تقليل أثر التعدد الخطي وتحسين استقرار المقدرات.

3. **تقدير النموذج باستخدام GRLS(K):** توظيف القيود الخطية غير العشوائية ضمن إطار المربعات الصغرى المعممة للحرف، بما يحقق معالجة متزامنة للتعدد الخطي وعدم تجانس التباين (Haupt, 2020, pp. 1–18; Oyewole, 2022, pp. 6514–6524).

4. **المقارنة بين الطريقتين:** إجراء مقارنة كمية بين طريقتي Ridge و GRLS(K) باستخدام مؤشرات الأداء الإحصائي مثل:

○ مجموع مربعات الأخطاء (RSS).

○ متوسط مربعات الخطأ (MSE).

○ معامل التحديد (R^2).



متوسط الخطأ النسبي (MAPE) .

المبحث الاول : الإطار النظري

(Theoretical Framework)

تُعد نماذج الانحدار الخطي من الأدوات الأساسية في التحليل الكمي للعلاقات الاقتصادية والمالية، إلا أن كفاءتها تعتمد على تحقق الفرضيات الكلاسيكية (كاظم ومسلم، 2002)، ولا سيما استقلال المتغيرات وثبات تباين الأخطاء. وفي التطبيقات الاقتصادية والنقدية الواقعية، غالبا ما يُخلّ بهذه الفرضيات نتيجة التداخل البيئي بين المتغيرات، مما يؤدي إلى ضعف كفاءة التقدير باستخدام الطرق التقليدية.

وتبرز في هذا السياق مشكلتنا **التعدد الخطي** و**عدم تجانس تباين الأخطاء** بوصفهما من أكثر المشكلات تأثيرا على استقرار المقدرات ودقتها، وتزداد حدة هذه الإشكالية عند تزامنها في نموذج واحد. واستجابة لذلك، طوّرت أساليب تقديرية بديلة، من أبرزها **انحدار الحرف** لمعالجة التعدد الخطي، و**المربعات الصغرى المعممة** لمعالجة عدم تجانس التباين (دبوب & النعيمي، 2006)، فضلا عن إدخال **القيود الخطية** لتعزيز كفاءة التقدير بالاستفادة من المعلومات النظرية المسبقة (الرشيداني، 2006). وانطلاقا من ذلك، يركّز هذا البحث على تبرير واستخدام **GRLS(K)** بوصفه إطارا تقديريا متكاملا لمعالجة هذه المشكلات بصورة متزامنة، وتمهيدا للتحليل التطبيقي والمقارنة الكمية.

1. نموذج الانحدار الخطي ومشكلاته الإحصائية: يُعبّر عن نموذج الانحدار الخطي المتعدد بالصيغة:

$$y = X\beta + u$$

وتفترض طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) تحقق مجموعة من الفرضيات الكلاسيكية، من أهمها عدم وجود ارتباط خطي قوي بين المتغيرات المستقلة وثبات تباين الأخطاء. إلا أن النماذج الاقتصادية والنقدية غالبا ما تعاني من تعدد خطي شديد وعدم تجانس في تباين الأخطاء، مما يؤدي إلى تضخم تباينات المقدرات وفقدان الكفاءة الإحصائية، ويجعل OLS غير ملائمة لأغراض الاستدلال.

2. **انحدار الحرف (Ridge Regression)**: لمعالجة مشكلة التعدد الخطي، طوّرت طريقة انحدار الحرف التي تعتمد على إدخال معامل انكماش ($k > 0$) إلى مصفوفة المعلومات (Hoerl & Kennard, 1970, pp. 591–612; Marquardt, 1970, pp. 55–67)، ويُعطى مقدر Ridge بالصيغة:

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1}X'y$$

تسهم هذه الطريقة في تقليص تباين المقدرات وتحسين استقرارها، من خلال تحقيق توازن بين التحيز والتباين، مما يؤدي غالبا إلى خفض متوسط مربعات الخطأ في البيانات التي تنسم بتعدد خطي مرتفع.

3. **عدم تجانس التباين والمربعات الصغرى المعممة**: في حالة عدم تجانس تباين الأخطاء، أي عندما تكون:

$$\sigma^2 I = \Omega = Var(u)$$

تفقد مقدرات OLS كفاءتها. ولمعالجة ذلك، تُستخدم طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) التي تأخذ بنظر الاعتبار البنية الحقيقية لمصفوفة التباين-التغاير. ينتج عن هذا التقدير بما يسمى تقديرات المربعات الصغرى المعممة للحرف ((Ridge Regression Estimated by GLS (RGLS) (White, 1980,)



(pp. 818–822; Wooldridge, 2016, pp. 252–255). وهي طريقة لمعالجة مشكلة التعدد الخطي وذلك باضافة كمية صغيرة الى العناصر القطرية للقطر الرئيسي للمصفوفة (C). حيث يعمل هذا الدمج في تكوين نموذج قوي يعمل على حل مشكلتين تعدد الخطي ومشكلة عدم تجانس في آن واحد ويُعطى مقدرها بالشكل:

$$\hat{\beta}_{RGLS} = (X'V^{-1}X + K_{IP})^{-1}X'V^{-1}y$$

$$\hat{\beta}_{RGLS} = C_K^{-1}X'V^{-1}y \quad , \quad \text{where } C_K^{-1} = X'V^{-1}X + K_{IP}$$

4. القيود الخطية غير العشوائية: في العديد من النماذج الاقتصادية، تتوافر علاقات بنيوية أو تجميعية بين المتغيرات يمكن التعبير عنها بقيود خطية على معاملات النموذج (الرشيداني، 2006؛ Roozbeh، 2016)

$$R\beta = r$$

ويؤدي إدخال هذه القيود، متى ما كانت منسجمة مع النظرية الاقتصادية، إلى تحسين كفاءة التقدير وتعزيز الاتساق الاقتصادي للمعاملات، ولاسيما في النماذج ذات الترابط البنيوي العالي.

5. المربعات الصغرى المقيدة المعممة للحرف $GRLS(K)$: تمثل طريقة $GRLS(K)$ إطاراً تقديرياً متكاملًا يجمع بين (Haupt، 2020؛ Oyewole، 2022):

- الانكماش لمعالجة التعدد الخطي (Ridge)،
- التقدير المعمم لمعالجة عدم تجانس التباين (GLS)،
- والقيود الخطية لتعزيز الاتساق الاقتصادي.

ويُعطى مقدر $GRLS(K)$ بالصيغة

$$\text{Min } (Y - X\beta)'V^{-1}(Y - X\beta)$$

$$R\beta = r$$

$$\hat{\beta}_{GRLS(K)} = \hat{\beta}_{GLS(K)} - C_K^{-1}R' [R \ C_K^{-1}R']^{-1} (R \hat{\beta}_{GLS(K)} - r)$$

$$\text{Where } C = X'V^{-1}X \quad , \quad \text{Where } C_K = C + K_I$$

المبحث الثاني : النموذج التطبيقي والبيانات

:(Empirical Model and Data)

يمثل الجانب التطبيقي اختباراً عملياً لكفاءة الأطر التقديرية المقترحة في التعامل مع المشكلات الإحصائية التي تواجه نماذج الانحدار الخطي في التطبيقات الاقتصادية الواقعية. وتبرز أهمية هذا الجانب في النماذج النقدية التي تنسم بترابط بنيوي ووظيفي بين المتغيرات النقدية والائتمانية، الأمر الذي يؤدي غالباً إلى تعدد خطي شديد وعدم تجانس التباين، ويحدّ من صلاحية الطرائق التقليدية للتقدير.



وانطلاقاً من ذلك، يهدف هذا القسم إلى بناء نموذج اقتصادي يعكس هذه التعقيدات واختباره باستخدام طرائق تقديرية متقدمة، هي انحدار الحرف والمربعات الصغرى المقيدة المعممة للحرف (GRLS(K)). وقد تم اختيار الأساس النقدي متغيراً تابعاً، مع مجموعة من المتغيرات النقدية والانتمائية بوصفها متغيرات مستقلة، بما يتيح تقييماً عملياً لكفاءة هذه الطرائق في بيئة تطبيقية تتسم بتعدد خطي مرتفع.

أولاً: الإطار التطبيقي :

يهدف هذا الجانب التطبيقي إلى تقدير نموذج انحدار خطي متعدد باستخدام بيانات نقدية حقيقية، مع التركيز على معالجة مشكلتي التعدد الخطي وعدم تجانس التباين في آنٍ واحد. وقد تم اعتماد هذا النموذج بوصفه بيئة اختبار مناسبة للأطر التقديرية المقترحة، نظراً لما تتسم به المتغيرات النقدية من ترابط داخلي مرتفع يعكس طبيعة السياسة النقدية وآليات انتقالها.

1. صياغة النموذج الاقتصادي:

استناداً إلى الأدبيات الاقتصادية والنقدية، يمكن تمثيل النموذج الاقتصادي قيد الدراسة بالصيغة الآتية:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_6 X_6 + \beta_7 X_7 + e_t$$

حيث أن :

Y_t : الأساس النقدي.

β_0 : الحد الثابت.

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7$: يمثل معاملات النموذج (الميل الحدي) .

X_1 : إجمالي الائتمان النقدي المباشر.

X_2 : الائتمان الممنوح للقطاع الخاص.

X_3 : الائتمان الممنوح للمؤسسات العامة.

X_4 : عرض النقد بمفهومه الواسع.

X_5 : صافي الأصول الأجنبية.

X_6 : صافي الأصول المحلية.

X_7 : عرض النقد بمفهومه الضيق.

e_t : يمثل حد الخطأ العشوائي.

وتعتبر هذه الصيغة عن البنية الاقتصادية الأساسية التي سيتم تقديرها باستخدام الطرائق التقديرية المختلفة.

2. التبرير الاقتصادي لاختيار المتغيرات وإشارات المعلمات المتوقعة

يمثل الأساس النقدي القاعدة التي تنطلق منها الكتلة النقدية في الاقتصاد، ويعكس بصورة مباشرة عمليات البنك المركزي المتعلقة بالإصدار النقدي والاحتياطيات المصرفية. ومن المتوقع أن تتحدد قيمته من خلال مجموعة من القنوات النقدية والانتمائية المتداخلة.

• من المتوقع أن تكون إشارة β_1 موجبة، إذ يؤدي توسع إجمالي الائتمان إلى زيادة الطلب على الاحتياطيات ومن ثم ارتفاع الأساس النقدي.



- يُتوقع أن تكون إشارة $\beta 2$ موجبة كذلك، إلا أن الارتباط البنوي بين الائتمان للقطاع الخاص وإجمالي الائتمان يجعل هذا المتغير مصدرا مباشرا للتعدد الخطي.
 - قد تكون إشارة $\beta 3$ موجبة أو سالبة تبعا لطبيعة تمويل القطاع العام وسياسات التقييم النقدي المتبعة.
 - يُتوقع نظريا أن تكون إشارة $\beta 4$ موجبة، نظرا للعلاقة البنوية بين الأساس النقدي وعرض النقد بالمفهوم الواسع من خلال مضاعف النقود، وهو ما يولد بدوره تعددا خطيا حادا.
 - غالبا ما تكون إشارة $\beta 5$ موجبة، إذ يؤدي تراكم الأصول الأجنبية إلى زيادة القاعدة النقدية في حال عدم التقييم.
 - يُتوقع أن تكون إشارة $\beta 6$ موجبة، لارتباط صافي الأصول المحلية بعمليات الإقراض المحلي والسياسات الائتمانية الداخلية.
- ويُعد هذا التحليل المسبق لإشارات المعلمات عنصرا مهما في تقييم مدى منطقية واستقرار نتائج التقدير لاحقا.

3. طبيعة البيانات ومداهما الزمني:

اعتمدت الدراسة على بيانات زمنية شهرية بلغ عدد مشاهداتها 259 مشاهدة، تغطي الفترة الممتدة من:

31/1/2004 إلى 31/7/2025

وقد تم الحصول على البيانات من مصادر رسمية موثوقة، شملت النشرات الإحصائية والموقع الرسمي للبنك المركزي العراقي. ويهدف اعتماد هذا المدى الزمني الطويل إلى تعزيز قوة الاختبارات الإحصائية وتحسين دقة التقدير.

4. التشخيص الإحصائي الأولي:

نظرا للطبيعة النقدية للمتغيرات، يُتوقع وجود ترابطات داخلية قوية فيما بينها. وقد أكدت نتائج معامل تضخم التباين (VIF) وجود تعدد خطي شديد جدا، حيث تجاوزت قيم VIF لبعض المتغيرات مستويات مرتفعة للغاية، الأمر الذي يجعل استخدام مقدر OLS غير ملائم لأغراض الاستدلال.

وتكمن هنا إحدى الإضافات التحليلية المهمة للبحث، إذ إن هذا المستوى من التعدد الخطي لا يمكن معالجته بطرائق تقليدية، بل يتطلب أطرا تقديرية متقدمة.

5. استراتيجية التقدير المعتمدة :

بناء على التشخيص السابق، تم اعتماد التسلسل التقديري الآتي:

1. استبعاد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS).
2. تقدير النموذج باستخدام انحدار الحرف (Ridge Regression) لمعالجة تضخم التباينات وتحسين استقرار المعلمات.
3. تقدير النموذج باستخدام GRLS(K) من خلال دمج انحدار الحرف مع مصفوفة التباين المعممة وفرض قيود خطية تعكس علاقات اقتصادية بنيوية.

ثانيا: صياغة القيود:



تنطلق صياغة القيود الخطية المعتمدة في هذا البحث من الطبيعة البنوية للعلاقات النقدية والائتمانية التي تحكم تطور الأساس النقدي، حيث لا تتحرك مكونات الائتمان وعرض النقد والأصول المحلية والأجنبية بصورة مستقلة، بل ترتبط فيما بينها بعلاقات تجميعية ووظيفية تعكس ميزانية البنك المركزي وآليات انتقال السياسة النقدية. وفي هذا السياق، فإن فرض قيود خطية متطابقة على بعض معاملات النموذج لا يُعد افتراضاً إحصائياً مجرداً، بل يمثل ترجمة مباشرة لمنطق اقتصادي كلي متماسك.

القيود الأولى: العلاقة بين إجمالي الائتمان ومكوناته

$$\beta_1 = \beta_2 + \beta_3$$

يعكس هذا القيد حقيقة أن إجمالي الائتمان النقدي يُمثل محصلة مباشرة للائتمان الممنوح للقطاع الخاص والائتمان الممنوح للمؤسسات العامة. ومن الناحية الاقتصادية، فإن الأثر الكلي لإجمالي الائتمان على الأساس النقدي يجب أن يساوي مجموع الآثار الجزئية لمكوناته الرئيسية، طالما أن هذه المكونات تُشكّل القنوات الأساسية لانتقال الائتمان داخل الاقتصاد. وعليه، فإن تقدير هذه المعلمات بصورة مستقلة تماماً قد يؤدي إلى نتائج غير منسجمة اقتصادياً، خصوصاً في ظل التعدد الخطي الشديد بين هذه المتغيرات. ويسهم فرض هذا القيد في فرض الاتساق التجميعي للنموذج، وتقليص التباين الناتج عن الترابط البنوي بين متغيرات الائتمان.

القيود الثانية: العلاقة بين عرض النقد ومصادره الرئيسية

$$\beta_4 = \beta_5 + \beta_6 + \beta_7$$

يعكس هذا القيد البنية المحاسبية لعرض النقد بالمفهوم الواسع، حيث يتحدد تطوره من خلال تفاعل صافي الأصول الأجنبية وصافي الأصول المحلية إلى جانب مكونات نقدية أخرى مرتبطة بالميزانية العمومية للبنك المركزي. ومن الناحية الاقتصادية، فإن الأثر الكلي لعرض النقد على الأساس النقدي ينبغي أن يعكس مجمل تأثير مصادره الرئيسية، ولا يمكن النظر إلى هذا الأثر بمعزل عن هذه المصادر. ويُعد هذا القيد متسقاً مع منطق ميزانية البنك المركزي، ويضمن أن تكون التقديرات النهائية للمعاملات منسجمة مع القيود المحاسبية والنقدية المعروفة.

وان الأثر الاقتصادي لفرض القيود يسهم في إدخال هذه القيود في تعزيز الاتساق بين النموذج القياسي والنظرية الاقتصادية من جهة، وتحسين الخصائص الإحصائية للمقدّرات من جهة أخرى. إذ يؤدي تقليص فضاء الحلول الممكنة لمتجه المعلمات إلى الحد من التضخم الاصطناعي في التباينات الناتج عن التعدد الخطي، ويُحسّن استقرار إشارات المعلمات، دون فرض افتراضات تعسفية أو غير مبررة اقتصادياً. كما أن دمج هذه القيود ضمن إطار GRLS(K) يتيح الاستفادة المتزامنة من المعالجة الانكماشية لانحدار الحرف، والتصحيح المعمّم لعدم تجانس التباين، مع توظيف المعلومات الاقتصادية المسبقة بصورة منهجية.

وبذلك، فإن القيود الخطية المعتمدة في هذا البحث لا تمثل قيوداً على التحليل، بل تُعد أداة لتعميقه، من خلال توجيه عملية التقدير نحو نتائج أكثر واقعية واتساقاً مع البنية الاقتصادية للنموذج النقدي قيد الدراسة، وبذلك تكون الصياغة الرياضية للقيود بالآتي:

$$(1) \text{ التمثيل العام للقيود الخطية } (R\beta=r)$$

عند وجود قيود خطية غير عشوائية مفروضة على معاملات نموذج الانحدار، تُكتب بالصيغة:

$$R\beta=r$$



حيث (R) مصفوفة معلومة من الرتبة (q×p) عدد صفوفها = عدد القيود (q) ، وعدد أعمدتها = عدد المعلمات (p) ، و (r) متجه معلوم من الرتبة (1×q).

(2) صياغة القيود المفروضة وتحويلها إلى (Rβ=r)
القيود الأولى

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 + \beta_3$$

$$\beta_1 - \beta_2 - \beta_3 = 0$$

$$R\beta=r$$

$$R = [0 \ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$r = [0]$$

(2) القيد

$$H_0: \beta_4 = \beta_5 + \beta_6 + \beta_7$$

$$\beta_4 - \beta_5 - \beta_6 - \beta_7 = 0$$

$$R\beta=r$$

$$R = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1]$$

$$r = [0]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3) إدراج القيود داخل مقدر GRLS(K)

في طريقة GRLS(K) يتم التقدير عبر تصغير دالة هدف مع وجود القيد Rβ=r

3.1 تعريف مصفوفة النظام مع الحرف (k)

نُعرّف:

$$C_K = X'V^{-1}X + K_I$$

$$C_K = c + K_I$$

$$\text{Where } C = X'V^{-1}X$$

حيث (k>0) معامل الحرف، و Ω مصفوفة تباين/تباين-مشارك الأخطاء (لا تجانس تباين).

3.2 مقدر Ridge-GLS غير المقيد (الأساس الذي يُقيد لاحقاً)



$$\hat{\beta}_{RGLS} = C_K^{-1} X'V^{-1}y \quad , \quad \text{where } C_K^{-1} = X'V^{-1}X + K_{IP}$$

3.3 مقدر GRLS(K) المقيد بصيغة مغلقة

الصيغة القياسية هي:

$$= \hat{\beta}_{GLS(K)} - C_K^{-1} R' [R \ C_K^{-1} R']^{-1} (R \hat{\beta}_{GLS(K)} - r) \hat{\beta}_{GRLS(K)}$$

وهذه الصيغة تُظهر بوضوح

- الجزء الأول $\hat{\beta}_{GLS(K)}$: Ridge-GLS
 - ثم حد التصحيح الذي يضمن تحقق القيود $R\beta=r$ بشكل دقيق عبر الإسقاط المقيد.
- ثالثاً: النتائج التجريبية:

جدول (1): تقديرات المعاملات باستخدام GLS و Ridge و GRLS(K)

| المتغير | GLS | Ridge | GRLS(K) |
|-------------------------------|-----------|-----------|----------|
| (β_0) | -1884.115 | -1877.211 | -352.614 |
| إجمالي الانتمان (β_1) | 0.0343 | 0.0339 | 0.0342 |
| انتمان خاص (β_2) | 0.0669 | 0.0669 | 0.1260 |
| انتمان عام (β_3) | 0.0449 | 0.0451 | 0.1500 |
| (β_4) M2 | 0.0253 | 0.0249 | -0.1947 |
| (β_5) NFA | 1.0311 | 1.0304 | 0.9720 |
| (β_6) NDA | 0.9894 | 0.9888 | 0.9359 |
| (β_7) M1 | -0.0664 | -0.0652 | 0.2107 |

المصدر: أُعدَّ من قبل الباحث بالاعتماد على مخرجات البرمجة الإحصائية باستخدام برنامج MATLAB.

جدول (2): مؤشرات جودة التقدير

| المؤشر | GLS | Ridge | GRLS(K) |
|---------|---------|---------|---------|
| (R^2) | 0.99925 | 0.99925 | 0.99950 |



| المؤشر | GLS | Ridge | GRLS(K) |
|--------|-------------|-------------|-------------|
| (RSS) | 313,451,507 | 312,117,352 | 209,529,907 |
| (MSE) | 1,210,237 | 1,205,086 | 808,996 |
| (MAPE) | 3.1846 | 3.1778 | 1.9430 |
| (k) | — | 0.0226 | 1.2240 |

المصدر: أُعدّ من قبل الباحث بالاعتماد على مخرجات البرمجة الإحصائية باستخدام برنامج MATLAB.

رابعاً: تحليل النتائج : تشير نتائج التقدير إلى أن طريقة GLS وفّرت معاملات مستقرة نسبياً، إلا أن استمرار التعدد الخطي الشديد حدّ من كفاءتها مقارنة بالطرائق الانكماشية. في المقابل، أظهرت Ridge Regression تحسناً في استقرار المعاملات مع الحفاظ على مؤشرات أداء قريبة من GLS ، مما يعكس نجاحها في تقليص تضخم التباين دون الإخلال بجوهر العلاقات الاقتصادية.

أما طريقة GRLS(K) فقد حققت أفضل أداء إحصائي واقتصادي معاً، إذ سجلت أدنى قيم لـ RSS و MSE و MAPE، إلى جانب أعلى قيمة لمعامل التحديد. ويعكس ذلك الأثر الإيجابي لدمج الانكماش مع القيود الخطية المستندة إلى النظرية الاقتصادية، بما يحقق توازناً فعالاً بين دقة التقدير، استقرار المعاملات، والاتساق البنوي للنموذج، وهو ما لم يتحقق عند استخدام أي من الطرائق بشكل منفرد.

خامساً: المقارنة بين Ridge Regression و GRLS(K):

تُظهر النتائج التطبيقية أن كلا من Ridge Regression و GRLS(K) يوفران بدائل فعّالة لطريقة المربعات الصغرى التقليدية في بيئة تتسم بتعدد خطي شديد بين المتغيرات المستقلة. إذ أسهمت طريقة Ridge في تقليص تضخم تباينات المعلمات وتحسين استقرارها العددي من خلال إدخال معامل الانكماش، مع الحفاظ على إشارات منسجمة مع التوقعات النظرية ومستوى جيد من الدقة التنبؤية.

في المقابل، تتفوق طريقة GRLS(K) على Ridge من حيث الشمولية المنهجية، إذ تجمع بين الانكماش لمعالجة التعدد الخطي، والتقدير المعمم لمعالجة عدم تجانس تباين الأخطاء، فضلاً عن فرض القيود الخطية التي تضمن الاتساق البنوي بين المعلمات المرتبطة بعلاقات تجميعية. وقد انعكس ذلك في تحقيق قيم أدنى لمؤشرات الخطأ مثل RSS و MSE و MAPE، إلى جانب تحسن طفيف في معامل التحديد.

وعليه، يمكن القول إن Ridge Regression تمثل أداة مناسبة لتحسين الاستقرار العددي في النماذج التي تعاني من التعدد الخطي فقط، في حين تُعد GRLS(K) إطاراً تقديرياً أكثر كفاءة وملاءمة عندما تتزامن مشكلات التعدد الخطي وعدم تجانس التباين، وحينما تكون هناك علاقات اقتصادية نظرية يمكن تمثيلها بقيود خطية. وهذا ما يمنح GRLS(K) أفضلية تطبيقية في النماذج النقدية والاقتصادية ذات البنية المعقدة (Theil & Goldberger, 1961, pp. 65–78; Judge et al., 1985, pp. 215–235).

الاستنتاجات والتوصيات

أولاً: الاستنتاجات



تبيّن من النتائج التطبيقية أن النماذج النقدية التي تتسم بترابط بنيوي عالٍ بين المتغيرات تعاني من مشكلتي التعدد الخطي الشديد وعدم تجانس تباين الأخطاء، مما يحدّ من كفاءة الطرائق التقليدية في التقدير. وقد أظهرت نتائج Ridge Regression قدرة واضحة على تحسين استقرار المعاملات وتقليص تضخم التباين مقارنة بالتقدير غير المنكمش.

إلا أن إدماج الانكماش مع التقدير المعمم وفرض القيود الخطية ضمن إطار GRLS(K) أدى إلى نتائج أكثر تفوقاً من حيث الدقة الإحصائية والاتساق الاقتصادي، حيث سجلت هذه الطريقة أفضل مؤشرات أداء، إلى جانب تحقيق العلاقات التجميعية المفروضة على المعلومات. ويؤكد ذلك أن الجمع بين المعالجة الإحصائية والمعلومات النظرية المسبقة يوفر تقديرات أكثر موثوقية في النماذج النقدية المعقدة.

ثانياً: التوصيات

يوصي البحث باعتماد GRLS(K) في تقدير النماذج الاقتصادية والنقدية التي تتسم بتداخل بنيوي بين المتغيرات، وعدم الاكتفاء بأساليب التقدير التقليدية أو الانكماشية غير المقيدة. كما يُنصح بتوظيف القيود الخطية المستندة إلى النظرية الاقتصادية متى ما كانت مبررة، لما لها من دور في تحسين جودة التقدير وتعزيز تفسير النتائج. وتقتصر الدراسة توسيع تطبيق هذه المنهجية في بحوث مستقبلية تشمل نماذج نقدية ومالية أخرى، أو أطر ديناميكية، لدعم التحليل القياسي وصنع السياسات الاقتصادية.

المصادر:

1. Abd. Eledum, H. Y., & Alkhalifa, A. A. (2012). Generalized two-stage ridge regression estimator (GTR) for multicollinearity and autocorrelated errors. *Canadian Journal on Science and Engineering Mathematics*, 3(3), 79–85. <https://www.cscjournals.org/library/manuscriptinfo.php?mc=JCSEM-71>
 2. Ayinde, K. (2007). A comparative study of the performances of the OLS and some GLS estimators when stochastic regressors are both collinear and correlated with error terms. *Journal of Mathematics and Statistics*, 3(4), 196–200. <https://thescipub.com/abstract/jmssp.2007.196.200>
 3. Greene, W. H. (2018). *Econometric analysis* (8th ed.). Pearson Education.
 4. Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic econometrics* (5th ed.). McGraw-Hill/Irwin.
 5. Haupt, H. (2020). Seemingly unrelated and fixed-effect panel regressions: Collinearity and singular dispersion. *arXiv preprint*, arXiv:2003.12321. <https://arxiv.org/abs/2003.12321>
 6. Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1), 55–67. <https://doi.org/10.1080/00401706.1970.10488634>
- <https://www.ijmse.com/article/hybrid-gls-ridge-modelling>
7. Judge, G. G., Griffiths, W. E., Hill, R. C., Lütkepohl, H., & Lee, T. C. (1985). *The theory and practice of econometrics* (2nd ed.). John Wiley & Sons.



8. Maddala, G. S. (1992). *Introduction to econometrics* (2nd ed.). Macmillan Publishing Company.
9. Marquardt, D. W. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. *Technometrics*, 12(3), 591–612. <https://doi.org/10.1080/00401706.1970.10488699>
10. Oyewole, O. (2022). Hybrid GLS–Ridge modelling in the presence of multicollinearity and autocorrelation phenomena. *Mathematical Statistician and Engineering Applications*, 71(4), 6514–6524.
11. Roozbeh, M. (2016). Robust ridge estimator in restricted semiparametric regression models. *Journal of Multivariate Analysis*, 147, 127–144. <https://doi.org/10.1016/j.jmva.2015.12.003>
12. Theil, H., & Goldberger, A. S. (1961). On pure and mixed statistical estimation. *International Economic Review*, 2 (1), 65–78. <https://doi.org/10.2307/2525589>
١٣. البكري، رباب عبد الرضا. (2013). بعض الطرق الحصينة لمعالجة مشكلة التعدد الخطي في النماذج الخطية مع تطبيق عملي. أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، العراق. للمزيد انظر في (<https://repository.uobaghdad.edu.iq>).
١٤. دبدوب، مروان عبد العزيز، والنعمي، أسوان محمد. (2006). طرائق مقترحة في انحدار الحرف. *المجلة العراقية للعلوم الإحصائية*، 10.
١٥. الرشيداني، خيرى بدر رشيد. (2006). تقييم طريقة Liu المقيدة كأداة لمعالجة مشكلة التعدد الخطي الحاد في نماذج الانحدار الخطي. *مجلة الموصل للعلوم المحاسبية*، 3(5)، 125–145. للمزيد انظر في (<https://uomosul.edu.iq>).
١٦. عبد الله، رائد أسمر. (2018). اختيار أفضل طريقة اختبار لمشكلة عدم تجانس التباين في نموذج الانحدار المتعدد (مع تطبيق عملي). رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء، العراق. للمزيد انظر في (<https://repository.uokerbala.edu.iq>).
١٧. كاظم، أموري هادي، ومسلم، باسم شلبية. (2002). القياس الاقتصادي المتقدم: النظرية والتطبيق. بغداد، العراق: مطبعة دنيا الأمل.