مجلة ابن الهيثم للعلوم الصرفة والتطبيقية المجلد 18 (4) 2005

إثارة الموجات الكهرومغناطيسية لموجات لنكماير في البلازما النسبية

احمد سهل وحدين، جمال عبد الجبار حسن
قسم الفيزياء،كلية التربية،جامعة حضرموت للعلوم و التكنولوجيا
قسم الفيزياء ، كلية التربية ، الجامعة المستنصرية

الخلاصة

تم دراسة إثارة موجات لنكماير اللاخطية في البلازما النسبية بتردد ضربات الرنين لموجتين ليزريتين عاليتي التردد [HF] . بالاعتماد على معادلات فلاسوف النسبية، تم استنتاج معادلة لاخطية توضح نشوء وسلوك سعة موجة لنكماير المثارة تحت شروط الرنين ومعادلة شرودنجر اللاخطية بحدها الايمن . على اساس هاتين المعادلتين تم دراسة التعديل والرنين الحركي وتاثير التعديل الغير المستقر على نمو موجات لنكماير.

المقدمة

تثير الاشعة الليزرية عالية التردد مجالات ذاتية كهرومغناطيسية في البلازما.وقيمة هذه المجالات المثارة تفوق بكثير قيمة المجالات الناتجة من التقلبات الحرارية المتزنة. وطبيعة التفاعلات اللاخطية للموجات المثارة بمختلف انواعها ، والتأثير المتبادل بين الموجات وجسيمات البلازما تحددان نشوء ومعدل التغير الزمني لطيف هذه المجالات المثارة(1-6) .

تعتبر الظواهر الطبيعية لمثل هذه التفاعلات موضوع ابحاث تجريبية مكثفة نخص منها بالذكر تلك الابحاث التي تقوم بدراسة وتصميم معجلات موجة الضربة البلازمية(2,1) بغرض تعجيل الجسيمات بوساطة الموجات الطولية للبلازما و التي لها

سعات مساوية او اكبر من سعات مجالات التعجيل في المعجلات المالوفة [معجل استنفورد $E=20$ MV/m] وتنتشر بسرعة طور قريبة من سرعة الضوء حيث تستطيع ان تكسب الجسيمات المعجلة طاقات نسبية .

في البحث التجريبي للباحثين Clayton وجماعته (2)تم التأثير على البلازما بشعاعين ليزر [CO_2] شدة كل منهم [1.7×10^{13} W/cm^2] نتج عن ذلك اثارة موجات طولية بلغت سعة الموجة [1-3]% من تركيز الالكترونات المتزنة عند درجة حرارة [T=30 Ev] حيث ساوت [E=1 GV/m] . وفي بحث Umstadter وجماعته (3) بلغت سعة الموجة البلازمية [16%] من تركيز الالكترونات المتزنة عند درجة حـرارة [T=10 eV] بينما بلغت سرعة الطور [0.02] من سرعة الضوء. وفي ابحاث تجريبية اخرى بلغت كثافة الاشعاع الليزري [10^{14}-10^{16} W/cm^2] وبلغت سرعة الالكترونات في هذه المجالات الى السرع النسبية(4-6) .

كما اهتمت هذه الابحاث نفسها بدراسة اثارة موجات لنكماير في البلازما بوساطة موجتين ليزريتين متوازيتين وعاليتي التردد [HF] تنتشران في اتجاه واحد [$\vec{E}_2 \uparrow\uparrow \vec{E}_1; \vec{k}_2 \uparrow\uparrow \vec{k}_1$ حيث $\vec{E}_2; \vec{k}_2; \vec{E}_1; \vec{k}_1$ المتجه الموجي وشدة المجال الكهربائي للموجة الاولى والموجة الثانية على التوالي] او تكونان متقابلتان ($\vec{E}_2 \uparrow\uparrow \vec{E}_1; \vec{k}_2 \downarrow\uparrow \vec{k}_1$) .

هاتين الحالتين تم دراستهما نظريا في كثير من الاعمال على سبيل المثال (1,7)Tajima and Tang على النموذج (8,7,1) . اعتمدت الدراستان للباحثان Salimullah (8) على موديل غير متتابع للنظرية الهيدروديناميكي والدراسة للباحث المستخدمة لاترتكز على الحركية. غير التتابع من وجهة نظرنا يكمن في ان دالة التوزيع المنطق علمي "فضلا" عن ذلك عدم احتساب الازاحة اللاخطية للترددات والتي تعتبر حجر الاساس لدراسة التفاعلات الرنينية.

استخدمت نماذج مختلفة لدراسة التفاعلات اللاخطية للموجات في البلازما منها النموذج الهيدروديناميكي النسبي واللانسبي ونموذج النظرية الحركية النسبي واللانسبي. نلاحظ ان الدراسات النظرية التي اعتمدت النموذج الهيدروديناميكي تعطي صيغ مختلفة للازاحة اللاخطية لترددات موجات لنكماير والى استنتاجات متناقضة(9) .فضلا"عن ذلك

فان النتائج المتحصلة من النموذج الهيدروديناميكي تكون صحيحة لدرجات الحرارة المنخفضة $(T \rightarrow 0)$. استخدام معادلات فلاسوف اللانسبية (نموذج النظرية الحركية اللانسبية الى نتائج صحيحة عند درجات حرارة لانسبية وبوجه خاص استنتاج علاقة التشتت لموجات لنكماير ، بيد انه عند وجود مجال مغناطيسي فان معادلات فلاسوف اللانسبية تؤدي الى نتائج من الصعب توضيحها(10) . من الممكن تفسير ذلك على ان مجموعة المعادلات الحركية للمجالات والجسيمات في البلازما اللاتصادمية تتكون من معادلات فلاسوف ومعادلات ماكسويل ، غير ان معادلات ماكسويل لا متغيرة لورنتس،أن نفس اللامتغير يجب ان يتوفر في معادلات فلاسوف ، لذلك فات علينا قانونية استخدام معادلات فلاسوف النسبية فقط.

في اطار نموذج النظرية الحركية النسبية (معادلات فلاسوف النسبية) تم دراسة التفاعلات الخطية واللاخطية- التشتت ، انتشار الموجات في البلازما الممغنطة، ظاهرة الاضطراب الضعيف ، التعديل غير المستقر- على سبيل المثال البحوث النظرية اوالعملية (13-10) . تشير الدراسة (3) أن النتائج التجريبية في توافق تام مع النتائج النظرية المستنتجة من نموذج النظرية الحركية النسبية(11) .

لذلك سنعتمد اعتمادا كليا على نموذج النظرية الحركية النسبية لوضع الاساس النظري لدراسة اثارة الموجات الكهرومغناطيسية لموجات لنكماير في البلازما النسبية.

الجانب النظري

عند انعدام الترابط بين الجسيمات في البلازما فان معادلات ماكسويل تحدد الاضطراب الكهرومغناطيسي وما يرتبط به من اضطراب في كثافة الشحنة والتيار.وبما ان معادلات المجال لا متغير لورنتس فيجب ان يتوفر لامتغير لورنس في معادلة فلاسوف:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\vec{V}\frac{\partial}{\partial \vec{r}}+e_{\sigma}\left(\vec{E}+\frac{1}{c}\left[\vec{V}\times\vec{B}\right]\right)\frac{\partial}{\partial \vec{p}}\right\}F_{\sigma}=0 \quad \text{-----------------------[1]}$$

حيث F_{σ} دالة توزيع الجسيمات المعايرة بعدد الجسيمات النوع σ.

كثافة الشحنة ρ والتيار $\vec{J}$ في معادلات المجال :

$$rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \quad ; \quad div\vec{B} = 0 \quad ; \quad rot\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} + \frac{4\pi}{c}\vec{J} \quad ;$$

$$div\vec{E} = 4\pi\rho \text{ ------------[2]}$$

مرتبطة بدالة التوزيع في العلاقات الآتية :

$$\rho = \sum_{\sigma} e_{\sigma} \int F_{\sigma} d^3 p \quad ; \quad \vec{J} = \sum_{\sigma} e_{\sigma} \int \vec{V} F_{\sigma} d^3 p \text{ .------------------------------[3]}$$

في حالة الاتزان تكون البلازما متجانسة وتحدد حالتها دالة التوزيع غير المضطربة $F_{\sigma} = f_{o\sigma}(\vec{p})$ وكذلك فان المجالات الذاتية المواءمة تساوي صفرا.

نعرف المجال الكهرومغناطيسي ودالة التوزيع المضطربة $f_{\sigma} = F_{\sigma} - f_{o\sigma}(\vec{p})$ بوساطة تكاملات فوريه الفراغية الزمنية . عندئذ نموذج فوريه للمعادلة [1] يأخذ الشكلىالاتي:

$$-i(w - \vec{k}\vec{V}) f_{\sigma}(w,\vec{k}) + e_{\sigma}\left\{\vec{E}(w,\vec{k}) + \left[\frac{\vec{V}}{w} \times \left[\vec{k} \times \vec{E}(w,\vec{k})\right]\right]\right\} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial \vec{p}} f_{o\sigma} + (2\pi)^{-4} e_{\sigma} \int \left\{\vec{E}(w',\vec{k}') + \left[\frac{\vec{V}}{w'} \times \left[\vec{k}' \times \vec{E}(w',\vec{k}')\right]\right]\right\} \times \qquad [4]$$

$$\times \frac{\partial}{\partial \vec{p}} f_{\sigma}(w - w', \vec{k} - \vec{k}') dw' d\vec{k}' = 0 \quad ;$$

حيث تم التعويض عن المجال المغناطيسي بالمجال الكهربائي بوساطة المعادلة الأولى في [2] . إضافة إلى ذلك من [2] نحصل على :

$$\left[\vec{k} \times \left[\vec{k} \times \vec{E}(w,\vec{k})\right]\right] + \frac{w^2}{c^2}\vec{E}(w,\vec{k}) = -\frac{w^2}{c^2}\vec{P}(w,\vec{k}) \text{ -----------------[5]}$$

نموذج فوريه لمتجه الاستقطاب مرتبط بنموذج فوريه لكثافة التيار بالعلاقة التالية :

$$\vec{P}(w,\vec{k}) = \frac{4\pi i}{w}\sum_{\sigma} e_{\sigma} \int \vec{V} f_{\sigma}(w,\vec{k}) d^3 p \text{ ------------------------------[6]}$$

سنستخدم طريقة التقريب التكراري لحل المعادلات [4] من اجل ذلك نفك دالة التوزيع المضطربة إلى متسلسلة قوى شدة المجال الكهربائي $\vec{E}(w,\vec{k})$:

$$f_{\sigma} = \sum_{i=1}^{\infty} f_{\sigma}^{(i)} \quad ; \qquad (f_{\sigma}^{(i+1)} << f_{\sigma}^{(i)} << f_{o\sigma}) \text{ ---------------------------[7]}$$

ليصبح الجزء الأيمن من العلاقة [6] منفك الى متسلسلة قوى المجال . و هكذا نحصل على:

$$P_i(w,\vec{k}) = \chi_{ij}^{(1)}(w,\vec{k})E_j(w,\vec{k}) + \int \chi_{ijk}^{(2)}(w_1,\vec{k}_1,w_2,\vec{k}_2)\times$$
$$\times E_j(w_1,\vec{k}_1)E_k(w_2,\vec{k}_2)d(1,2) + \int \chi_{ijkl}^{(3)}(w_1,\vec{k}_1,w_2,\vec{k}_2,w_3,\vec{k}_3)\times$$
$$\times E_j(w_1,\vec{k}_1)E(w_2,\vec{k}_2)E_l(w_3,\vec{k}_3)d(1,2,3) + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots[8]$$

حيث

$$d(1,2) = (2\pi)^{-4}\, dw_1 d\vec{k}_1 dw_2 d\vec{k}_2 \delta(w-w_1-w_2)\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2),$$
$$d(1,2,3) = (2\pi)^{-4}\, dw_1 d\vec{k}_1 dw_2 d\vec{k}_2 dw_3 d\vec{k}_3 \delta(w-w_1-w_2-w_3)\delta(\vec{k}-\vec{k}_1-\vec{k}_2-\vec{k}_3)$$

$\chi_{ij}^{(1)}$ معامل تاثير العازل الخطي و $\chi_{ijk}^{(2)}$ و $\chi_{ijkl}^{(3)}$ معاملات تاثير العازل اللاخطية.

نعوض متسلسلة متجه الاستقطاب من المعادلة [8] في المعادلة[5] والاقتصار على المجاميع التي تحتوي سعة المجال مرفوع الى اس لايزيد عن التكعيب، فنحصل على معادلات لا خطية مقربة الى مكعب سعة المجال :

$$\Lambda_{ij}(w,\vec{k})E_j(w,k) + \int \chi_{ijk}^{(2)}(w_1,\vec{k}_1;w_2,\vec{k}_2)E_j(w_1,\vec{k}_1)\times$$
$$\times E_k(w_2,\vec{k}_2)d(1,2) + \int \chi_{ijkl}^{(3)}(w_1,\vec{k}_1;w_2,\vec{k}_2;w_3,\vec{k}_3)\times$$
$$\times \vec{E}_j(w_1,\vec{k}_1)E_k(w_2,\vec{k}_2)E_l(w_3,\vec{k}_3)d(1,2,3) = 0\ldots\ldots\ldots[9]$$

حيث

$$\Lambda_{ij}(w_1,\vec{k}) = \varepsilon_{ij}(w,\vec{k}) - (\delta_{ij} - k_i k_j / k^2)(kc/w)^2,$$

$$\varepsilon_{ij}(w,\vec{k}) = \delta_{ij} + \sum_{\sigma} \frac{4\pi e_{\sigma}^2}{w} \int d^3 p \frac{V_i}{w - \vec{k}\vec{V}} Y_{ij}(w,\vec{k},\vec{V}) \frac{\partial}{\partial p_j} f_{o\sigma},$$

$$Y_{ij}(w,\vec{k},\vec{V}) = (1 - \frac{\vec{k}\vec{V}}{w})\delta_{ij} + \frac{V_i k_j}{w}.$$

المعادلات[9] تصف العمليات اللاخطية الضعيفة في البلازما النسبية اللاتصادمية. في الصورة العامة هذه المعادلات توضح سلوك المجالات المضطربة الطولية و المستعرضة

شروط الرنين لموجتين كهرومغناطيسيتين عاليتي التردد بترددات w_2, w_1 ومتجهات الموجة $\vec{k}_2, \vec{k}_1$ وموجة لنكماير بتردد w_l ومتجه موجي $\vec{k}_l$ في البلازما المتجانسة تاخذ الشكل الاتي:

$$w_1 - w_2 = w_l \quad ; \quad \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \vec{k}_l \text{ ------------------ [10]}$$

حيث

$$w_l << w_{1,2} \text{ ------------------ [11]}$$

نفترض ان الموجتين الليزريتين المستعرضة في البلازما مستقطبة في اتجاه المحور ox والموجة الطولية مستقطبة في اتجاه المحور oz ومع الأخذ في الاعتبار $(\vec{k}_1 \uparrow\uparrow \vec{k}_2 \uparrow\uparrow \vec{k}_l \uparrow\uparrow \vec{n}_z)$ نبحث عن حل المعادلة[9] في الصورةالاتية:

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ .... [12]}$$

حيث

$$\vec{E}_{1,2} = \vec{n}_x E_{1,2} \exp\left[-i(w_{1,2}t - k_{1,2}z)\right] + C.C. \text{ ------------------ [13]}$$

$$\vec{E}_o = \vec{n}_z \sum A_m \exp\left[-i(w_l mt - k_l mz)\right]; A_m = A^*_{-m} \text{ ------------------ [14]}$$

فضلاً عن ذلك ناخذ في الحسبان ان الموجات الثلاث عبارة عن موجات ذاتية . وبصورة أدق

$$\det\left|\wedge_{ij}(w;\vec{k})\right| = 0 \text{ ------------------ [15]}$$

وهذا فقط للترددات و المتجهات الموجية الاتية:

$$w = w_l ; w_1 ; w_2 ; w_1 - w_2 \text{ .... ;......... ..} \vec{k} = \vec{k}_l ; \vec{k}_1 ; \vec{k}_2 ; \vec{k}_1 - \vec{k}_2$$

لمثل هذه الشروط ولضرورة الحفاظ على قيم تكعيب المجالات الذاتية المواءمة نحصل من العلاقة [8] على خمس معادلات لاخطية لكل من سعة الموجة الطولية E_0 وسعة الموجتين المستعرضة E_2, E_1 وهكذا نحصل على خمسة عشرة معادلة تربط بين السعات $E_{1,2}(\pm 2), E_{1,2}(\pm 1), E_{1,2}(0), A_{\pm 2}, A_{\pm 1}, A_o$ حيث $(\pm n)$ تعني $(\pm nw, \pm nk)$. من مجموعة المعادلات واحتساب الترددات العالية لموجات الليزر الحاقنة و وفقاً لشروط الرنين [10],[11] :

$$\left(\frac{w_p}{w_{1,2}}\right) << \left(\frac{V_{E_{1,2}}}{c}\right)^{-2/3} \quad ; \quad V_E = eE/(m_e w) \quad ; \text{ ------------------ [16]}$$

نحصل على المعادلات الاتية:

$$\varepsilon(w_l,k_l)E_o + Qw_l^{-2}|E_o|^2 E = -id_o E_1 E_2^* \quad , \text{----------------------}[17]$$

$$\varepsilon(w_{1,2};k_{1,2})E_{1,2} = -id_{1,2}E_{2,1}E_o^* \quad , \text{----------------------}[18]$$

حيث

$$d_l = 2\sum_\sigma 4\pi e_\sigma^3 \int d^3p \frac{w_2\Delta_1 k_1 c - w_1\Delta_2 k_2 c - w_1 w_2 \Delta_l p_z / p_o}{w_1 w_2 \Delta_l^2 \Delta_1 \Delta_2}(V_z/p_o)\frac{\partial}{\partial p_z} f_{o\sigma}$$

.... [19]

$$d_1 = \chi_{xxz}^{(2)}(w_2;k_2,w_l,k_l) \quad ; \text{----------------------}[20]$$

$$d_2 = \chi_{xxz}^{(2)}(w_1;k_1,-w_l,-k_l) \quad ; \text{----------------------}[21]$$

$$Q = \frac{5}{6}M^2 + \frac{3}{4}N \quad ;\text{----------------------}[22]$$

$$\begin{Bmatrix} M \\ N \end{Bmatrix} = \sum_\sigma \frac{2\pi e_\sigma^3}{m_\sigma w_l^2}\int \begin{Bmatrix} B \\ 2eA/(3m_\sigma c) \end{Bmatrix} \frac{\partial f_{o\sigma}/\partial p_z}{1-k_l V_z/w_l} d^3p \quad ; \text{------------}[23]$$

$$B = m_\sigma c(p_\sigma^2 - p_z^2)/(p_\sigma^3(1-k_1 V_z/w_1)^2,$$

$$A = 3p_\sigma B^2(p_z - p_\sigma k_1 c/w_1)/2(p_\sigma^2 - p_z^2)$$

$$\Delta_m = w_m - k_m V_z ; (m = l.1.2).$$

مع الأخذ في الإعتبار الصيغة [16] اذ من الممكن إهمال الجزء الأيمن في المعادلة [18]وفقا للأتي:

$$V_{E_{1,2}}/c >> (16/3)(w_p/w_{1,2})^3 \qquad (\alpha >> 1)$$

$$V_{E_{1,2}}/c >> (1/9)(w_p/w_{1,2})^3\,\alpha^{9/2}\,[\ln(1/\alpha)]^{5/2} \quad ; \qquad (\alpha << 1)$$

$$\alpha = m_e c^2 / T_e$$

ولذلك من الممكن الحصول على علاقة التشتت للموجات المستعرضة في الشكل التالي:

$$w_{1,2}\varepsilon^{tr}(w_{1,2};\vec{k}_{1,2}) - k_{1,2}^2 c^2 = 0 \quad \text{------------------[24]}$$

حيث

$$\varepsilon^{tr}(w_{1,2};\vec{k}_{1,2}) = 1 + \sum_{\sigma} \frac{2\pi e_{\sigma}^2}{k_{1,2}^2 w_{1,2}} \int \frac{\left[\left[\vec{k}_{1,2} \times \vec{V}\right] \times \vec{k}_{1,2}\right]}{w_{1,2} - \vec{k}_{1,2}\vec{V}} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} f_{o\sigma}$$

كما هو معروف ان دالة توزيع ماكسويل النسبية تصف حالة اتزان البلازما تأخذ الصورة الاتية

$$f_{o\sigma} = \frac{n_o \alpha}{4\pi(m_{\sigma}c)^3 K_2(\alpha)} \exp(-cp_o / T_{\sigma}) \quad \text{------------------[25]}$$

$K_n(\alpha)$ - دالة ماكدونالد الرتبة n .

وهاكذا من [24] نحصل على علاقة التشتت الآتية :

$$w_{1,2}^2 = w_p^{\approx 2} + k_{1,2}^2 c^2 \quad \text{------------------[26]}$$

هنا

$$w_p^{\approx 2} = \alpha w_{pe}^2 (1 - K_o(\alpha) / K_2(\alpha))/2$$

من علاقة التشتت [26] يتبين أن سرعة طور الموجات الكهرومغناطيسية تأخذ العلاقة الاتية:

$$V_{ph}^{tr} = c(1 - w_p^{\approx 2} / w_{1,2}^2)^{-1/2} \quad \text{------------------[27]}$$

ولكن سرعة الطور V_{ph}^{l} لموجة لنكماير المستقطبة في اتجاه المحور oz تساوي سرعة المجموعة الموجية V_g^{tr} للموجات الكهرومغناطيسية (14) :

$$V_{ph}^{l} = V_g^{tr} = c(1 - w_p^{\approx 2} / w_{1,2}^2)^{1/2} \quad \text{------------------[28]}$$

ومن ثم فان سرعة الطور للموجة الطولية المثارة نتيجة ضربة الرنين للموجات الليزرية (الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة) اقل من سرعة الضوء. مثل هذه الموجة تتفاعل بتوافق مع الجسيمات . وهكذا كلما اقتربت سرعة الطور V_{ph}^{l} لموجة لنكماير من سرعة الضوء كلما اكتسبت الجسيمات طاقة اكبر.

تثار الموجات الطولية وفقا للصيغة [17] بسبب التيار اللاخطي - الناتج من تأثير الموجات الليزرية الحاقنة للبلازما- وتعرف كثافته وفقا والعلاقة [19] . لدراسة

طبيعة عملية اثارة موجات لنكماير وعلاقتها مع الزمن

في [17] لنموذج المكان والزمان . من اجل ذلك نقوم بتغيير (w_l) إلى $(\partial/\partial t)$ ، مع الأخذ في الاعتبار أن تثار فقط موجات شبه مستقرة . نحصل على معادلة التغير الزمني لسعة موجات لنكماير المثارة تحت شروط الرنين في الصورة الآتية :

$$\ldots/\partial t + q|E_o|^2 E_o = -iD \quad \text{---------------------------[29]}$$

حيث

$$\ldots = Q w_o^{-2}(\partial\varepsilon_{zz}/\partial w_o)^{-1} \; ; \qquad D = d_o E_1 E_2^*(\partial\varepsilon_{zz}/\partial w_o)^{-1} .$$

عند اثارة موجات لنكماير احادية الطول الموجي بالامكان حدوث اضطراب في المجال الطولي في مدى ترددي واسع نتيجة لنمو التعديل الغير مستقر. في هذه الحالة تثار موجات بإعداد موجية $k_o + \delta k$ حيث

$$\ldots > \frac{w_{pe}}{V_T}\left(\frac{V_E}{c}\right)^2 \; ; \qquad V_T = (T_e/m_e)^{1/2} \quad \text{------------------------[30]}$$

من المعادلة[9] وبنفس الطريقة مع الاخذ في الاعتبار ان $(w_l = w_o + \delta w)$ و $(k_l = k_o + \delta k)$ من الممكن استنتاج معادلة شرودنجر اللاخطية بحدها الايمن في الصورة الاتية :

$$\ldots\partial E/\partial t + iV_g\partial E/\partial x + g\partial^2 E/\partial x^2 + q_1|E|^2 E + S\pi^{-1}\wp\int_{-\infty}^{\infty}(|E(x')|^2/(x-x'))dx'E = -iD \quad \text{-[31]}$$

حيث الرمز $\wp$ يعني أخذ القيمة الأساسية للتكامل و المعاملات g , q_1 , S موضحة في (16,15) . المعادلة [31] توصف التعديل غير المستقر لموجات لنكماير . تم دراسة المعادلة [31] بدون حدها الايمن في (16,15)حيث تم الإيضاح ان معدل نمو التعديل الغير مستقر يكون اقصى مايمكن للموجات الضوئية وعند درجات حرارة نسبية.

التعديل والرنين الحركي لموجات لنكماير

وفقا للمعادلة [29] فان القيمة الحقيقية E' والقيمة التخيلية E'' لسعة موجة لنكماير تاخذ العلاقة التالية :

$$\dot{E}'' = \partial H/\partial E' \quad ; \quad \dot{E}' = -\partial H/\partial E'' \quad \text{--------------------------[32]}$$

حيث هاملتونيان

$$H = 0.25q(E_o^2)^2 + DE''$$ ---[33]

عبارة عن تكامل الحركة. علاقة مربع القيمة المطلقة لسعة الموجة بالنسبة للزمن مع افتراض انه في اللحظة الابتدائية لاتوجد موجات لنكماير تأخذ الصورة الاتية :

$$\frac{d}{dt}|E_o|^2 = \pm 2D\sqrt{E_o^2 - (q/(16D))(4H/q - E_o^4)^2},$$

حل هذه المعادلة عند $(q \neq o)$ ممكن التعبير عنه بتكامل ناقص من الدرجة الأولى :

$$F(\arccos\frac{1-(\sqrt{3}+1)x}{1+(\sqrt{3}-1)x} \;;\; \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}) = \pm 2\sqrt[4]{1/3}(q/4D)^{1/3} Dt + const.$$ ------------------[34]

حيث

$$x = (q/4D)^{2/3} E_o^2$$

وهكذا سعة المجال تتغير تغيرا دوريا . مدة التعديل تساوي :

$$\tau = (2.4/D)(4D/q)^{1/3}$$ --------------------------------------[35]

تنمو سعة موجة لنكماير حتى تصل قيمتها العظمى $E_{o\max}$ خلال مدة زمنية تساوي نصف فترة التعديل $(\tau/2)$. حيث تاخذ القيمة العظمى لسعة موجة لنكماير الصورةالاتية :

$$E_{o\max} = D\tau/2.4$$ --------------------------------[36]

لمعرفة نمو ومعدل التغير الزمني لسعة موجة لنكماير مدة التعديل والسعة القصوى للموجة وعلاقتهم بالقيم الفيزيائية للبلازما والموجات الحاقنة ، وبفرض أن الموجة الطولية (موجة لنكماير) والموجات المستعرضة لهما سرع طور قريبة من سرعة الضوء اي :

$$z_{1,2} = \frac{w_{1,2}}{k_{1,2}c} \to 1+0 \ldots\ldots\ldots; \ldots\ldots\ldots\ldots z_o = \frac{w_o}{k_o c} \to 1-0,$$

نحسب التكامل في الصيغتين [20],[22] والتي تحتوي على المقام $(w_o - k_o V_Z)$ بوساطة دائرة لانداو مع الأخذ بنظر الاعتبار دالة توزيع ماكسويل النسبية [25] نحصل على الآتي :

$$=2\frac{w_{pe}^2}{w_o w_1 w_2}\frac{e}{m_e c}\frac{1}{K_2(\alpha)}\{K_o(\alpha)-i\pi z_o(1+z_o)[(1+\alpha\beta)\exp(-\alpha\beta)+E_1(-\alpha\beta)]\}$$
---------------[37]

$$=\frac{3}{2}\frac{w_{pe}^2}{w_o^2}\frac{e}{m_e c}\frac{1}{K_2(\alpha)}\left\{K_2(\alpha)+\frac{2}{\alpha}K_1(\alpha)-\frac{i}{12}w_o^2 z_o^2\frac{\partial^2}{\partial w_o^2}\left[\beta^{-2}(z_o+\alpha\beta)\exp(-\alpha\beta)\right]\right\}$$
-----[38]

$$=-2\frac{w_{pe}^2}{w_o^2}\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{K_2(\alpha)}\left\{K_1(\alpha)+\frac{6}{\alpha}K_2(\alpha)-\frac{i\alpha^2}{192}.w_o z_o\hat{L}\left[z_o\beta^{-2}\exp(-\alpha\beta)\right]\right\}$$
------[39]

$$\beta=(1-z_o^2)^{-1/2};\hat{L}=z_o^{-1}\frac{\partial^4}{\partial w_o{}^4}-\frac{\partial^4}{\partial w_o{}^4}z_o$$

تعطينا هذه العلاقات مع الصيغة [22] الحل النهائي لنشوء ومعدل التغير الزمني لسعة موجة لنكماير ذات سرع الطور القريبة من سرعة الضوء المثارة بوساطة الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة الحاقنة حيث بوساطتهن يمكننا قياس القيمة القصوى لسعة الموجة المثارة، وزمن التعديل اللاخطي ، والطور البدائي لهذه الموجة. كل هذه النتائج تم الحصول عليها على اساس المعادلة اللاخطية باحتساب تكعيب سعة المجال والخاصة بالاثارة الرنينية حيث يمكن معرفة القيم لجميع درجات الحرارة.

عند درجات حرارة غير نسبية $(\alpha >> 1)$ نحصل على العلاقات الاتية:

$$V_{Eo\max}/c=(4-\alpha^{-1})\left(\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c}\right)^{1/3}\quad\text{------------------[40]}$$

$$w_p\tau=13.48\left(1+\frac{19}{4}\alpha^{-1}\right)\left(\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c^2}\right)^{-2/3}\quad\text{------------------[41]}$$

وعند درجات حرارة عالية $(\alpha << 1)$ نحصل على :

$$V_{Eo\max}/c=\alpha^{3/2}(\ln(1/\alpha))^{5/6}\left(\frac{4}{9}\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c^2}\right)^{1/3}\quad\text{----------[42]}$$

$$w_p\tau=44.5\alpha^{-5/2}(\ln(1/\alpha))^{-7/6}\left(\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c^2}\right)^{-2/3}\quad\text{------------------[43]}$$

تقييم تاثير التعديل اللاخطي غير المستقر

في ظروف الرنين الحركي زمن نمو سعة الموجة الطولية المثارة يكبر بشكل ملحوظ عن الزمن اللازم $(\tau/2)$ لبلوغ سعة الموجة الطولية قيمتها العظمى في ظروف الحركة الدورية .

في الحالتين بعد مرور زمن يساوي $(\tau/2)$ نحصل على موجة طولية ذات سعة محدودة . ولكن هذه الموجة غير مستقرة بالنسبة لإثارة طيف مستمر من موجات لنكماير. ولذلك نقوم بتقييم معدل نمو التعديل غير المستقر.

لهذا التقييم نستخدم المعادلة [31] مع افتراض أن الموجة الطولية ذات سعة محدودة والتي تودي بدورها إلى حذف الجزء الأيمن من هذه المعادلة.ولذلك فان القيمة القصوى لمعدل نمو التعديل غير المستقر يأخذ الشكل الأتي:

$$\gamma_{\max} = q_1 |E_{o\max}| \qquad [44]$$

عند درجات حرارة غير نسبية $(\alpha >> 1)$ من الصيغة [44] نحصل على :

$$\gamma_{\max} / w_p = 5.8(1 + \frac{17}{12\alpha})(\frac{V_{E_1} V_{E_2}}{c^2})^{2/3} \qquad [45]$$

ولدرجات حرارة نسبية عالية $(\alpha << 1)$:

$$\gamma_{\max} / w_p = \eta \alpha^3 (\ln(1/\alpha))^{5/2} (\frac{V_{E_1} V_{E_2}}{c^2})^{2/3} \qquad [46]$$

حيث $(\eta = 1.4)$ عند درجة حرارة $(T_e = 10mc^2)$ وعند درجة حرارة $(T_e = 100mc^2)$ تكون القيمة $(\eta = 3.3)$.

بمقارنة هذه النتائج مع النتائج الذي تم الحصول عليها للقيمة $(\tau/2)$ وفقا والصيغة [35] نحصل لدرجات حرارة غير نسبية $(\alpha >> 1)$ العلاقة التالية :

$$\tau \gamma_{\max} / 2 \approx 19.5(1 + \frac{37}{6\alpha}) \qquad [47]$$

ولدرجات حرارة عالية $(\alpha << 1)$ نحصل على :

$$\tau \gamma_{\max} / 2 \approx 7.5 \qquad [48]$$

الاستنتاجات والمناقشة

حصلنا على النتائج الأساسية لموجات لنكماير اللاخطية في البلازما النسبـ
المثارة بوساطة الضربات لشعاعين ليزريين . وجدنا إن مكعب سرعة الالكترون في مجال موجة لنكماير المثارة $(V_{Eo\max}=eE_{o\max}/(m_e w_l))$ عند درجات حرارة لانسبية $(T_e << m_e c^2)$ تتناسب طرديا مع حاصل ضرب سرعتي الالكترونات عند درجة حرارة $T_e=10\ mc^2$ وعند درجة حرارة $T_e=100\ mc^2$ في مجال الموجات المستعرضة وغيرمتعلقة بتركيز الالكترونات . والقيمة القصوى لسعة موجة لنكماير اللاخطية $(E_{o\max})$ تقل بزيادة الحرارة. العلاقة $(w_p \tau)$ ايضا غير المتعلقة بتركيز الالكترونات وتقل عند زيادة سعة الموجات الليزرية او عند نقصان تردداتها، وتزيد عند ارتفاع درجة الحرارة. عند درجات الحرارة العالية $(T_e > m_e c^2)$ يبقى نفس التناسب قائما، وتتغير فقط طبيعة العلاقة بعوامل البلازما.

من العلاقات [22],[35-39] نلحظ ان التناقص المضطرد للقيمة القصوى لسعة موجة لنكماير اللاخطية عند درجات الحرارة المنخفضة غير محسوس. حيث انه عند $(T_e \cong 0.05 m_e c^2)$ تبدا سعة موجة لنكماير في التزايد ، وقرابة درجة الحرارة $(T_e \approx 0.25 m_e c^2)$ تأخذ علاقة القيم $(\tau, E_{o\max})$ بدرجة الحرارة صفة رنينية ، وتساوي القيمة الحقيقية لمعامل تكعيب المجال اللاخطي صفرا $(R_e q = o)$ حيث تستبدل العلاقة الدورية للسعة بعلاقة تزايد خطي.

القيمة الرنينية للحرارة تساوي $(T_e = 0.25 m_e c^2)$ توافق سرع طور موجات لنكماير اللاخطية القريبة من سرعة الضوء . بيد ان الرنين ممكن حدوثه لاي درجة حرارة وممكن معرفة ذلك من المعادلة $(R_e q = 0)$ ، على سبيل المثال درجة الحرارة $(T \cong 2.5 eV)$ تتفق وسرعة الطور $(V_{ph}^{l} = 0.1c)$.

يحدث ايقاف مفعول التكعيب اللاخطي $(R_e q = 0)$ بسبب الموازنة المتبادلة بين الاليات اللاخطية المختلفة: اللاخطية النسبية لها نسق (V_E^2 / c^2) واللاخطية الحرارية $(V_E^2 V_T^2 / V_{ph}^4)$.

استنادا الى معادلة شرودنجر[31] بحدها الأيمن اجري تقييم للنتائج التي تم الحصول عليها ،حيث تم التوضيح بانه عند حدوث اضرابات في البلازما في شكل موجات لنكماير الخطية ، هذه الموجات تبدا النمو بمعدل

$$w_{pe}^{-1}\gamma_{max} \approx 5.8(1+\frac{17}{12\alpha})(\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c^2})^{2/3} ....;.........(T_e << m_e c^2)$$

$$w_{pe}^{-1}\gamma_{max} \cong \eta\alpha^3(\ln(1/\alpha))^{5/2}(\frac{V_{E_1}V_{E_2}}{c^2})^{2/3} ....;......(T_e >> m_e c^2)$$

ولذلك وبعد مرور زمن $(\tau + \gamma_{max}^{-1})$ تحدث إثارة مكثفة لاهتزازات لنكماير المفاجئة.
هذه النتيجة في توافق مع ماتم التوصل اليه في [17] .

المصادر

1-Tajima, T. and Dawson J. M., (1979).Phys.Rev.Lett., 43(4): .267

2- Clayton, C.E.;Joshi, C.;Darrow ,C. and Umstadter, D.(1985). Phys. Rev. Lett.,54(21): 2343.

3-Umstadter, D.;Willams, R. ;Clayton, C. and Joshi C. (1987). Phys. Rev. Lett.,59 (3): 292.

4- Strocio, M.A.;Lee ,K.and Lindman, E.L.(1978).,Phys. Fluids 21 (9): 1509.

5- Sakagami, Y.;Kawakami H.;Nagao S.and Yamanaka, C.(1979), Phys. Rev. Lett. 42, (13):. 839.

6- Walsh, C.J.;Baldis, H.A. and Evans, R.G.(1982) , Phys. Fluids, 25, (12): 2326.

7- Tang, C.M.;Sprangl, P.and Sudan, R.N.(1985), Phys. Fluids, 28(6): 1974.

8- Salimullah. Md. ,Liu, Y.G.(1985),Phys.Fluids, 28(4): 1209.

9- Mckinstrie, C.J. and Forslund, D.W. (1987),Phys. Fluids,30,
(3):. 904.
10-Kuzmenkov ,L.S. and Sytnov,M.I.(1986). Soviet Plasma Phys.
12(1):. 92.
11- Kuzmenkov ,L.S.; Sokolov, A.A. and Trubachov, O.O.(1983).
Soviet Izv. Vuzov Phys, No.12,P.17.
12- Wahdain, A.S.;Kuzmenkov, L.S. and Trubachov, O.O.(1986).
Soviet Vesnik Mosc. Univ.,Ser.3 , 27(4) 89.
13- Wahdain, A.S. (2004).,Iraq J. College of Education. Al-
Mustansiriya University,No.(1): 223.
14- Fainberg, Ya. B.(1987). ,Soviet Plasma Phys. 13(5):. 607.
15- Wahdain, A.S.;Kuzmenkov, L.S.and Trubachov, O.O.(1987).
Soviet Vesnik Mosc. Univ. Dep. VINITI,No.1658-B87,7P.
16- Wahdain ,A.S.;Kuzmenkov, L.S.and Trubachov O.O. (1987), X-
conf.Mol. Uchenich,UDN.,Moscow, Ch.3,PP.71-75 Dep.VINITI
No.9153-B87.
17- Bogomolov ,Ya. L.;Lytvak ,A.G. and Feigin, A.M.(1987) .Soviet
Phys. : JETP, 45, (1): 12.

IBN AL- HAITHAM J. FOR PURE & APPL. SCI. VOL.18 (4) 2005

The Excited of Electromagnetic Waves for Langmuir Waves in Relativistic Plasma

A. S.Wahdain ,J. A. Hassan
Department of Physics ,College of Education , University of Hadhramout
Department of Physics ,College of Education, University of Al-Mustansiriya

Abstract

The study of the excited nonlinear Langmuir waves has been obtained in relativistic plasma in a resonance beat frequency for two high frequency laser waves. In accordance to Vlasov relativistic equation, we deduce a non-linear equation that illustrates the proceeding and behavior of the amplitude of exited Langmuir wave under resonant conditions and non-linear Schrödinger equation in her right term. On the basis of these two equations, we study the effect of modulation modulation and the kinetic resonance and the effect of modulation instability on the buildup of Langmuir wave.