مجلة ابن الهيثم للعلوم الصرفة والتطبيقية المجلد 18 (4) 2005

دراسة دالة انتشار المثلث لنظام بصري يحوي فتحة مربعة الشكل ومقارنتها مع فتحة دائرية الشكل

علاء بدر حسن الجيزاني
قسم الفيزياء ، كلية التربية ابن الهيثم ، جامعة بغداد

الخلاصة

في هذا البحث تم اعتماد دالة انتشار المثلث المستنتجة من تقنية دالة البؤبؤ لإيجـ
شدة الصورة للجسم المثلث (1) لنظام بصـــري ذو فتحة مربعة ومقارنة النتائج مـــع التـ
المستخلصة من المصدر (2) .
وقد بينت النتائج زيادة قليلة في قدرة تحليل النظام البصـــري الحاوي على فتـــحة مربعة،
وكذلك زيادة في سماحية الخطأ البؤري عند استخدام الفتحة المربعة .

المقدمة

إن أهمية استخدام الفتحةالمربعة في الأنظمةالبصرية تكمن في كونها ذات مزايا لا تحققها
الفتحة الدائرية فهي تعتبر كمرشح مرور عالي HIGH PASS FILTER
إذ تعطي قـــدرة تحليل أعلى من غيرها ، كذلك تعطي عمق بؤري اكبر من الـــذي تعطيـ
الفتحة الدائرية ، وبمعنى آخر ان لها سماحيـــة اكبر للخـــطأ البؤري كمـــا سيوضح لاحقاً
في سبيل توضيح مزايا الفتـــحة المربعة سوف ندرس توزيع الشـــدة في مستوى الصـــورة
باســـتخدام فتحة مربعة ذات مساحة مساوية لمساحة الفتحة الدائرية المستخدمة من قبل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المصدر (2) لأجل المقارنة، أي ان [A=π] وعلى هذا الاساس يمكن تعريف دالة البؤبؤ (PUPIL FUNCTION) للفتحة المربعة بالمعادلة (3) :

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{ikw(x,y)} & |x| \le 1/2\sqrt{\pi} \quad , \quad |y| \le 1/2\sqrt{\pi} \\ 0 & |x| > 1/2\sqrt{\pi} \quad , \quad |y| > 1/2\sqrt{\pi} \end{cases} \quad ...[1]$$

حيث ان x,y هما احداثيا بؤبؤ الأخراج ، k هو العدد الموجي ويساوي $(2\pi/\lambda)$.

والشكل (1) يوضح تخطيطاً لشكل الفتحة المربعة .

دالة انتشار المثلث : سوف نتعامل في هذه الفقرة مع صورة جسم مثلث ذو إضاءة غير متشاكهه وباستخدام فتحة مربعة الشكل مستخدمين تقنية دالة البؤبؤ لإيجاد شدة الصورة ،والتي يعتبر فيها الجسم المثلث مكون من مجموعة من الخطوط الشاقوية المتساوية العرض والمتوازية . إن الصيغة الرياضية للدالة هي :

$$T(z') = \frac{LN}{2\pi} \iiint_{y\,x\,x_1} \left\{ \frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2} \right\}^2 f(x,y).f^*(x_1,y).e^{iz'(x-x_1)}.dx_1 dx dy. \quad [2]$$

حيث ان $T(z')$ هي دالة انتشار المثلث ، L عرض نصف قاعدة الجسم المثلث

N هو عامل المعايرة الذي يجعل الشدة مساوية الى الواحد عند $z'=0$ للنظام المثالي ، أي $T(0)=1$ ، $f^*(x1,y)$ هو المرافق المعقد لدالة البؤبؤ ، x1 هو احداثي المرافق المعقد ، z' هي المسافة المختزلة وتساوي $z'=2\pi u'$ ، حيث u' هو احداثي مستوى الصورة .

وباستعمال شرط الفتحة المربعة في المعادلة [1] يمكن كتابة المعادلة [2] كالآتي:

$$T(z') = \frac{LN}{2\pi} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2} \right\}^2 .f(x,y).f^*(x_1,y).e^{iz'(x-x_1)} ..[3]$$
$$dx_1 dx dy$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المصدر(2)لأجل المقارنة،أي ان[A=π] وعلى هذا الاساس يمكن تعريف دالة البؤبؤ(PUPIL FUNCTION) للفتحة المربعة بالمعادلة (3) :

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{ikw(x,y)} & |x|\le 1/2\sqrt{\pi} \quad , \quad |y|\le 1/2\sqrt{\pi} \\ 0 & |x|>1/2\sqrt{\pi} \quad , \quad |y|>1/2\sqrt{\pi} \end{cases} \quad ...[1]$$

حيث ان x,y هما احداثيا بؤبؤ الأخراج ، k هو العدد الموجي ويساوي $(2\pi/\lambda)$.
والشكل (1)يوضح تخطيطاً لشكل الفتحة المربعة .

دالة انتشار المثلث : سوف نتعامل في هذه الفقرة مع صورة جسم مثلث ذو إضاءة غير متشاكهه وباستخدام فتحة مربعة الشكل مستخدمين تقنية دالة البؤبؤ لإيجاد شدة الصورة والتي يعتبر فيها الجسم المثلث مكون من مجموعة من الخطوط الشاقولية المتساوية العرض والمتوازية . إن الصيغة الرياضية للدالة هي :

$$T(z')=\frac{LN}{2\pi}\iiint_{yxu}\left\{\frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2}\right\}^2 f(x,y).f^*(x_1,y).e^{iz'(x-x_1)}.dx_1dxdy. \quad [2]$$

عرض نصف قاعدة الجسم المثلث L هي دالة انتشار المثلث ، T(z′)حيث ان N هو عامل المعايرة الذي يجعل الشدة مساوية الى الواحد عند z′=0 للنظام المثالي ، أي T(0)=1 ، f*(x1,y) هو المرافق المعقد لدالة البؤبؤ ، x1 هو احداثي المرافق المعقد ، z′ هي المسافة المختزلة وتساوي z′=2πu′ ، حيث u′ هو احداثي مستوى الصورة .

وباستعمال شرط الفتحة المربعة في المعادلة[1]يمكن كتابة المعادلة [2] كالآتي:

$$T(z')=\frac{LN}{2\pi}\int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}}\int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}}\int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}}\left\{\frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2}\right\}^2 .f(x,y).f^*(x_1,y).e^{iz'(x-x_1)}..[3] \; dx_1dxdy$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

النظام المثالي :في حالة النظام المثالي يكون النظام البصري خالياً من جميع العيوب الزيـــوغ والخطأ البؤري ، أي أن $w(x,y)=0$ ، فتصبح دالة البؤبؤ :

$$f(x,y) = \ell^{ikw(x,y)} = 1 \quad , \quad f^*(x_1,y) = \ell^{-ikw(x_1,y)} = 1$$

فتصبح المعادلة [3] بالشكل :

$$T(z') = \frac{LN}{2\pi} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \int_{-1/2\sqrt{\pi}}^{1/2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2} \right\}^2 . \ell^{iz'(x-x_1)}\, dx_1 dxdy ...[4]$$

وعند تطبيق طريقة كاوس على المعادلة أعلاه (4) ، وتبسيط الدالة الاسية (e) فيها ؛ تصبح المعادلة بالشكل :

$$T(z') = \frac{LN}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{k=1}^{20} w_k \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{j=1}^{20} w_j \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{i=1}^{20} w_i \left(\frac{\sin[(x_j - x_{i1})L/2]}{(x_j - x_{i1})L/2} \right)^2 \cos[z'(x_j - x_{i1})] \right] \right\} ...[5]$$

ان الحد الثاني من الدالة الأسية (isin) ألغي لكونه عدد خيالي في حين ان الشدة يجب ان تكون ذات قيمـــة حقيقية ، ونلحظ كذلك استخدام [20] نقطة من نقاط كاوس لكـــون هـذا العدد مناسباً لايجاد نتائج دقيقة ، فيكون عدد النقاط الكلية ضـــمن منطقـــة التكامـــل هـو [8000] نقطة .

فعند استخدام برنامج بلغة (quick basic) لبرمجة المعادلة [5] ، وعلى اعتبار ايجاد قيم عامل المعايرة بنفس البرنامج لكل قيمـــة عرض (L) ،الجـــدول (1) ؛ يكـــون النـــاتج توزيع الشدة لصورة الجـــسم المثلث في مستوى الصورة ،الجدول (2) ، الشكل (2) .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ساحية الخطأ البؤري : يؤثر الخطأ البؤري في شدة الصورة بحيث تقل شدة الصورة وحدتها كلما زاد معامل الخطأ البؤري . ويتم حساب الشدة في هذه الحالة بادخال دالة الخطأ البؤري التي تساوي :

$$w(x, y) = w_{20}\left(x^2+y^2\right)$$

حيث أن w20 هو معامل الخطأ البؤري . فتصبح دالة البؤبؤ بالشكل :

$$f(x, y) = \ell^{ikw\,20\left(x^2+y^2\right)}, \quad f^*(x_1, y) = \ell^{-ikw\,20\left(x^2+y^2\right)}$$

تصبح المعادلة [3] (بعد التبسيط) :

$$T(z') = \frac{LN}{2\pi} \iiint_{-1/2\sqrt{\pi}} \left\{\frac{\sin[(x-x_1)L/2]}{(x-x_1)L/2}\right\}^2 .\cos[z'(x-x_1)+2\pi w_{20}(x^2-x_1^2)].$$
$$dx_1 dxdy \quad ..[6]$$

نعند برمجة المعادلة [6] لاستخراج قيم الشدة (T) وذلك بجعل $z'=0$ ، وتغيير قيمة w20 نحصل على الشدة المحورية{Axial Intensity}لعرض معين L [الجدول (3)، الشكل (3)] .

النتائج والمناقشة

إن طريقة كاوس للتكامل العددي من طرائق التكامل ذات التوزيع غير المتجانس للنقاط والتي تكون مناسبة في حالة الدوال الجيبية المستخدمة في هذا البحث ،والتي تعطي دقة جيدة للنتائج .

الشكل (1) يبين شكل الفتحة المربعة المستخدمة لبؤبؤ الإدخال والتي اعتمدت مساحة لها بقيمة (π) للمقارنة مع فتحة دائرية ذات نفس المساحة .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اما الشكل (2) فيبين توزيع الشدة للجسم المثلث في مستوى الصورة للفتحة المر
والدائرية، حيث نلحظ تفوق منحني التوزيع الخاص بالفتحة المربعة من ناحية م
الصورة ،وهذا ما أكدناه في المقدمة من حيث ان الفتحة المربعة ذات
قدرة تحليل أعلى من غيرها ، وتجدر الإشارة الى استخدام قيمة (L=2) في
البحث لكونها مناسبة نسبياً مع مدى قيم (z') المستخدمة في الرسم .
أما الشكل (3) فما يهمنا منه هو تفوق سماحية الخطأ البؤري الخاصة بالفتحة المربع
للحصول على شدة معيرة للصورة مقدارها (T(z)=0.8) عند [W20=0.328]
بينما يكون للفتحة الدائرية [W20=0.318] ، وهذا ما يؤكد زيادة العمق البؤري ع
استخدام الفتحة المربعة .

الخاتمة

قد تم اختيار الجسم المثلث لإجراء مقارنة على الشدة المعيرة لصورته من خل
منظومة بصرية تحوي فتحة مربعة او دائرية .
وقد اثبت البحث زيادة قدرة تحليل المنظومة البصرية الحاوية على فتحة مربعة
، وكذلك تكون سماحية الخطأ البؤري للفتحة المربعة اكبر منها للفتحة الدائرية .

المصادر

1.Maggo, J. N . Chopra , K. N .and Bhatnagar, G. S ,(1976)
Optica Acta , vol. 20 (12): 1995-1998
2.Al-Jizany, A. B. (2001) M.Sc. Studing and Evaluation of image
intensity and aberrations effectiveness for triangle object, Thesis
(Baghdad University).
3.Al- Qazzaz, H. H.(1998) M.Sc. Evaluation of optical system efficiency
by using line spread function, Thesis(Baghdad University).
4.Abramowitz ,M. and Stegun, I.A.(1965) Hand Book of
Mathematical Functions, (Dover Pub. New York).

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الجدول(1) قيمة عامل المعايرة(N) لكل قيمة (L).

L	N
1	1.1776
2	0.6625
3	0.5208
4	0.4653
5	0.4363
6	0.4167
7	0.4028
8	0.3928
9	0.3851
10	0.3788

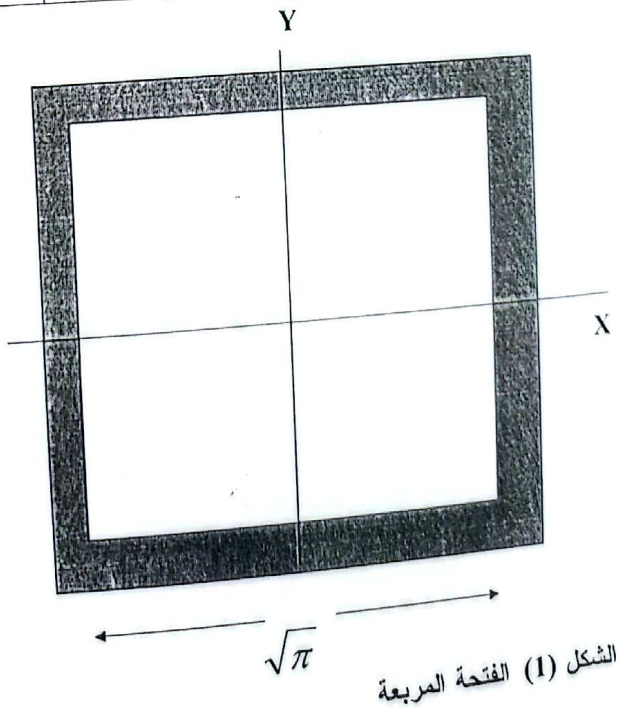
الجدول (2) توزيع الشدة المعيرة في مستوى الصورة لجسم مثلث الشكل لنظام بصري يحتوي فتحة مربعة أو دائرية.

z′	T(z′) circle	T(z′) square
0	1	1
1	0.816	0.813
2	0.438	0.423
3	0.157	0.13
4	0.057	0.037
5	0 .04	0.036
6	0.027	0.027
7	0.017	0.011
8	0.014	0 .01
9	0.011	0.012
10	0.008	0.007

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

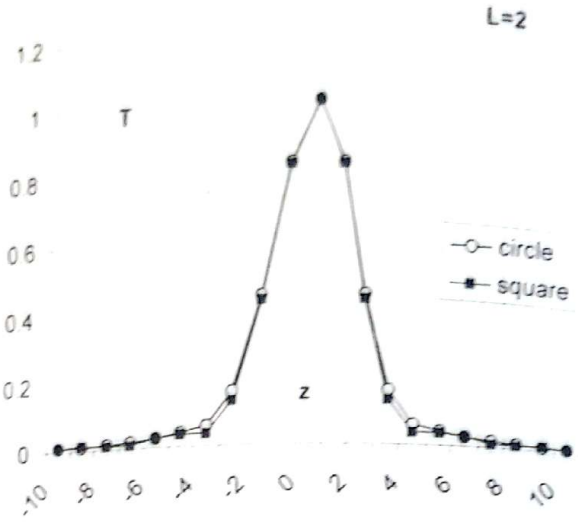
الجدول (3) الشدة المحورية المعيرة لنظام بصري يحتوي على فتحة مربعة أو دائرية لجسم مثلث الشكل .

W20	T(z′) circle	T(z′) square
0	1	1
0.5	0.584	0.592
1	0.214	0.139
1.5	0.166	0.137
2	0.109	0.105
2.5	0.095	0.059
3	0.073	0.076
3.5	0.067	0.046
4	0.055	0.047
4.5	0.05	0.046

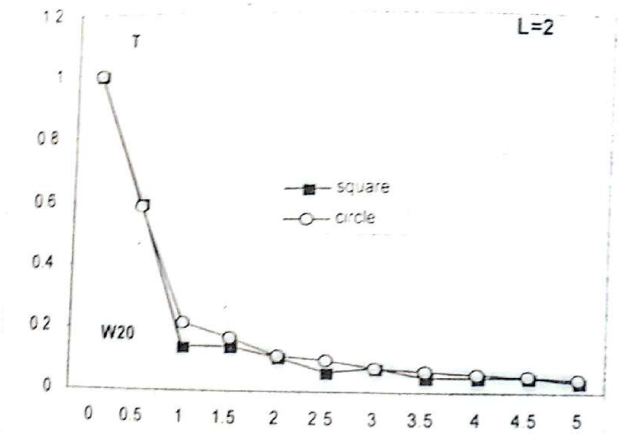


الشكل (1) الفتحة المربعة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الشكل (2) توزيع الشدة المعيرة في مستوى الصورة لجسم مثلث
الشكل لنظام بصري يحتوي على فتحة مربعة أو دائرية .



الشكل (3) الشدة المحورية المعيرة لنظام بصري يحوي فتحة مربعة أو دائرية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

IBN AL- HAITHAM J. FOR PURE & APPL. SCI VOL.18 (4) 2005

Studying of Triangle Spread Function for Optical System includes Square Aperture and Compare with Circular Aperture .

A. B. Hassan
Department of Physics, College of Education Ibn Al- Haitham ,
University of Baghdad

Abstract

In this research; the triangle spread function (concluded from pupil function technique) has been regarded , to find image intensity from triangle object in optical system includes square aperture to compare with concluded values from (2) .

The results shown that the square aperture contributes little improvement on resolving power, and increases the depth of focus.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner