

تصميم خطط عينات القبول عند اتباع وقت الفحص

لتوزيع كما

م.د. سعد أحمد عبدالرحمن – م.د. عبدالجبار خضر بخيت

قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد

المستخلص :

في العمليات الانتاجية يعتبر وقت الفحص متغير عشوائي له توزيع احتمالي معين, وقد يكون كما او وييل او التوزيع الاسي او غيره وتحت افتراض ان وقت الفحص (t) للمنتوج يتبع توزيع كما بالمعلمات (θ, γ) سيتم في هذا البحث تحديد معالم خطة المعاينة الضرورية لفحص المنتوج (n,c) باعتبار ان حجم العينة يتكون من $(n=g.r)$ (وتمثل عدد المجموعات التي سيتم فحصها (g) وحجم كل مجموعته ((r) اما (c) فهو عدد الوحدات المعينه المقبوله في العينه وان هذه الخطط ستحدد طبقا لاحتمال تحقق كل من مخاطرة المنتج والمستهلك والمتمثله باحتمال رفض المنتوج الجيد واحتمال قبول منتج رديء على الترتيب

تعتمد خطط المعاينه التي سيتم تحديدها على نسبة متوسط وقت الفحص الحقيقي لتحقيق (II) للوحدات المنتجه الى قيمه محده (μ_0) من قبل الباحث اضافه الى اعطاء قيم افتراضيه للمعلمات لتوزيع كما $(\gamma = 2, 4)$ و $(\alpha = 1, 2, 3)$ اما قيم مخاطرة المستهلك $(\beta = 0.25, 0.10)$ و $(\alpha = 0.01, 0.02, 0.05)$

واعتمدت جداول خاصه يمكن قراءت معالم خطة المعاينه منها مباشرة

Abstract

In production processes is the time of examination is a random variable whose distribution probabilistic particular, might be gamma or the Weibull or exponential distribution or other, under the assumption that a n-time examination (t) of the product follows the distribution of gamma with parameters (θ, γ) will be in this research defining plan preview Necessary to examine the product (n, c) given that the sample size consists of $(n = g .r)$ (The number of groups that will be scanned (g) and size of each group (r))

either (c) is the number of units defective accepted in the sample and that these plans Will be determined according to the probability that both producer and consumer risk and the possibility of rejection of good product and the possibility of accepting bad product, respectively.

Based sampling plan that will be determined on the ratio of the average real-time inspection to achieve (μ) of the units produced, to a specific value (μ_0) by the researcher and to give default values for the parameters for the distribution of gamma ($\gamma = 2,4$) and ($a = 1,2, 3$) The values of consumer risk ($\beta = 0.25,0.10$) and ($\alpha = 0.01,0.02,0.05$).

And adopted the special tabulations can Qrat landmarks plan preview them directly.

مقدمه عامه (General Introduction)

من المعلوم ان هنالك الكثير من المسببات والعوامل التي تؤدي الى حدوث تلف في الوحدات اثناء عملية التشغيل وهنا تبدو الحاجه الى خطط عينات القبول وجداول السيطره النوعيه للوقوف على المتغيرات المتوقعه في النوعيه وماهي اسبابها,تستخدم المعلومات الوارده في خطط عينات القبول وكذلك في جداول السيطره على النوعيه في اجراء الدراسات المتعلقه بقدرة التشغيل (process capability) التي تهدف الى الوقايه من المتغيرات المؤثره على النوعيه ومن ثم اتخاذ الاجراءات الهادفه الى تصحيح مسببات حدوث المتغيرات في النوعيه,فضلا عن استخدام تلك البيانات والمعلومات في التقارير الدوريه التي تقدم الى الاداره مما يساهم في الحصول على المعلومات التي تعتمد في اتخاذ القرارات المرحليه المتعلقه بالمفرد المنتج وكذلك تامين المعلومات المهمه للقرارات المرحليه المتعلقه بالعمليات الانتاجيه وهذا يعني ان جداول السيطره وخطة عينات القبول تستخدمان لغرض اتخاذ القرار في الحاله التي يظهر فيها نمط طبيعي من المتغيرات (متغيرات طبيعيه) والسماح باستمرار العمليات الانتاجيه او عندما تظهر متغيرات غير ثابتة يتطلب البحث عن مسبباتها واتخاذ الاجراءات اللازمه لتصحيحها , وبواسطة نظرية اتخاذ القرار اصبح من الممكن نظريا اشتقاق الحلول المضبوطه للمشاكل التي واجهت مهندسي السيطره النوعيه وخاصة تلك المتعلقة بحجم العينه الضروري لاتخاذ القرار بالقبول او الرفض بشرط اختيار حد مسموح به

للمخاطره الناتجه عن هذه القرارات وهذه المخاطره على نوعين هما المخاطره الناتجه عن رفض فرضية صحيحه والمخاطره الناتجه عن قبول فرضية خاطئه وقد توالت البحوث في هذا الموضوع المتضمن تحديد معالم خطط المعاينه الضروريه لفحص المنتج عندما تكون النوعيه ثابتة او عندما تكون متغير عشوائي له توزيع سابق ووضعت الجداول الخاصه بخطط عينات القبول من قبل (Dodge - Romig) لمجاميع مختلفه من قيمة (Average Outgoing Quality Level (AOQL) معدل حد النوعيه للوحدات الخارجه من الفحص . وكذلك مجاميع مختلفه من قيمة (Lot Tolerance Percentage Defective (LTPD))) ، سواء كانت العينات مفرده او مزدوجه او غيرها ، واستكمالا للبحث في تحديد معالم خطط عينات قبول مفرده (n,c) اوتامين ايجاد تلك الخطط عندما يحدث الخلل بمعدل (θ) كل ساعه من وقت التشغيل ويتوزع الزمن المستغرق حتى الحصول للخلل توزيعا مستمرا هو كما ، ويعتمد النموذج على سحب عينات حجمها (n) كل فتره مثلا (h) ساعه او اكثر فاذا كان عدد الوحدات المعيبه فيها اقل او يساوي عدد القبول (c) تستمر العمليه الانتاجيه ولكن عندما يكون العدد اكبر من (c) تتوقف العمليه الانتاجيه ويت البحث عن اسباب انحراف النوعيه ويستغرق زمن البحث مثلا (t) ساعه لحين تصحيح الخلل واعادة العمليه الانتاجيه الى وضعها.

فرضية البحث

استند البحث الى اعتبار ان توزيع الزمن المستغرق حتى حصول فشل في العمليه الانتاجيه هو

متغير عشوائي مستمر يتبع توزيع كما $T \sim \text{Gamma}(\theta, \gamma)$

وان حجم العينه التي سيتم سحبها هو (n) وهي تتكون من (g) من المجموعات حجم كل مجموعه هو (r) بحيث ان $(n = g \cdot r)$

اما عدد القبول (c) فهو عدد الوحدات المعيبه المقبوله في العينه وسيتم تحديد قيم (g,c) من برنامج خاص يعد لهذا الغرض اخذين بنظر الاعتبار تحقق احتمال قبول المنتج والذي

سنرمز له $(P_{(p)})$ هو $(P_{(p)}) = pr(x \leq c)$

حيث ان عدد الوحدات المعيبه في العينه وهو متغير عشوائي يتبع توزيع ثنائي ذي الحدين بالمعلومات (n,p) وان (p) تعتمد من توزيع كما وسوف نتناول الاحتمال $(P_{(p)})$ من وجهة

نظر المخاطره للمنتج (α_0) ومخاطرة المستهلك (β_1) والعمل على تحديد قيم (g,c) التي

تعمل على تحقيق $(L(P_1))$ و $(L(P_2))$.

هدف البحث

الهدف الرئيسي للبحث هو ايجاد خطة معاينه مفرده (n,c) الضرورية لفحص المنتج عندما يكون وقت الفحص للمنتج متغير عشوائي يتبع توزيع كاما بالمعلمات (θ, γ) علما بان (n=g.r) بحيث ان (g) تمثل عدد المجموعات المفحوصه (r) تمثل حجم كل مجموعه ، وقد كتب برنامج خاص بلغة فيجوال بيسيك بالاصدار (6) لاستخراج هذه الخطط وجدولتها تحت شروط تحقق كل من مخاطرة المستهلك والمنتج .

الرموز والفرضيات الخاصة بالخطط

(μ) متوسط وقت الحياة للمنتج

(μ₀) قيمة محدده (معرفه) الى (μ)

(n) حجم العينه الماخوذه من الدفعه (N)

(c) عدد القبول (عدد الوحدات المعيبه المقبوله في العينه (n)

(N) حجم الدفعه الانتاجيه

(g) عدد المجموعات المختاره والتي حجم كل منها (r) وان (n = g.r)

(T) متغير عشوائي يمثل الزمن المستغرق لحين حصول الفشل اي عندما يكون عدد الوحدات

المعيبه اكبر من (c + 1)

(α) مخاطرة المنتج (احتمال رفض منتج جديد)

(β) مخاطرة المستهلك (احتمال قبول منتج غير جيد)

اذا كانت معلومات العينه تؤيد الفرضيه

(H₀: μ ≥ μ₀) تقبل الدفعه وتعتبر جيده وفيما عدا ذلك ترفض العينه ومن ثم ترفض الدفعه

خطوات الحصول على خطة المعايينه

1-نختار مجموعات عددها (g) وحجم كل مجموعه (r) وعليه فان حجم العينه يكون

(n=g.r)

2-نختار عدد القبول (c)(او مايسمى حد العمل) للمجموعه ووقت التجربه (t₀)

3-ننفذ التجارب للمجموعات (g) بصوره انيه ونسجل عدد الحالات الفاشله لكل مجموعه.

4-تقبل الدفعه اذا وجد على الاكثر (c) وحده معيبه تحصل في كل المجموعات ثم نقطع

عملية الفحص واذا وجد على الاكثر (c) وحده معيبه تحصل في كل المجموعات ثم نقطع

عملية الفحص ، واذا وجد اكثر من (c) وحده معييه في اي مجموعه ومن ثم ترفض العينه ويجب اجراء فحص شامل للكميه المتبقية (N-n) اذا كانت (r=1) فان (n=g) .

والهدف المطلوب هو تحديد العدد (c) وعدد المجموعات (g) والتي تحقق مخاطرة المنتج والمستهلك بنفس الوقت وان حجم كل مجموعه هو (r) من الوحدات وان وقت الانتهاء من الفحص هو (t_0) (محدد مسبقا) .

لنفرض ان وقت الحياة للوحده او المنتج هو متغير عشوائي مستمر يتبع توزيع كاما بمعلمة شكل (γ) (وهي عدد صحيح معلوم) ومعلمة قياس (θ) وحسب الداله:-

$$f(t, \gamma, \theta) = \frac{1}{\theta^{\gamma} \Gamma(\gamma)} t^{\gamma-1} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad t > 0 \dots (1)$$

$$= 0 \quad \text{o/w}$$

اما الداله الاحتماليه التراكميه (c.d.f) فهي :

$$F(t, \theta) = 1 - \sum_{j=0}^{\gamma-1} \frac{e^{-\frac{t}{\theta}}}{j!} \left(\frac{t}{\theta}\right)^j \dots (2)$$

اذا كانت معلمة الشكل غير معلومه يمكن تقديرها من بيانات الفشل . وفي الواقع التطبيقي ان معلمة الشكل عادة ماتكون معلومه من خبره الهندسيه المتراكمه عند المهندسين في مجال العمل .

ونلاحظ من الداله (1) عندما ($\gamma = 1$) يتحول توزيع كاما الى التوزيع الاسي (exponential distribution) ونلاحظ ايضا من المعادله رقم (2) ان داله (c.d.f.) تعتمد على معلمة القياس (θ) فقط من خلال ($\frac{t}{\theta}$) ، وان متوسط الحياة للمنتج الذي يتبع توزيع كاما هو ($\mu = \gamma\theta$) طبقا لموضوع البحث فان خطة المعاينه الماخوذه من الدفعه (N) للمنتج ذو النوعيه (p) تعتبر مقبوله اذا كان عدد المعيب فيها ($r \leq c$) وتعتبر مرفوضه عندما ($r > c$) في كل مجموعه حجمها (r) ، وبذلك يكون احتمال قبول الدفعه الانتاجيه ($L(p)$) هو موضح في المعادله (3) :

$$L(p) = \left[\sum_{i=0}^c C_i^r p^i (1-p)^{r-i} \right]^g \dots (3)$$

(p) : احتمال فشل اي وحده في المجموعه (g) قبل زمن الانتهاء من الفحص (t_0)
ولعل من المناسب تحديد زمن الانتهاء (t_0) باعتباره مثلا مضاعف قيمة متوسط الحياة (μ_0)
وعليه اذا كان ($t_0 = a\mu_0$) حيث ان (a) ثابت) فان :

$$p = F_T(t_0) = 1 - \sum_{j=0}^{\gamma-1} \frac{e^{-\frac{a\gamma}{\mu/\mu_0}}}{j!} \left(\frac{a\gamma}{\mu/\mu_0} \right)^j \dots (4)$$

علما بان النسبه ($\frac{\mu}{\mu_0}$) هي نسبة معدل الحياة الحقيقي (μ) للوحدات الى نسبة معلومه (μ_0)
وتسمى ($\frac{\mu}{\mu_0}$) بمستوى نوعية المنتج (quality level of product) او نوعية متوسط
المعالجة (quality process average) ، وكما سبق لابد من تحقق كل من مخاطرة
المنتج والمستهلك عند تحديد معالم خطة المعاينه الضرورية لفحص المنتج .
فاذا كانت معلومات العينه تشير الى ($H_0: \mu \geq \mu_0$) يعتبر المنتج جيد وتقبل العينه ومن ثم
تقبل الدفعه , اما اذا كانت معلومات العينه تؤكد الفرضيه ($H_1: \mu < \mu_0$) (يعني المنتج
غير جيد) وبالتالي ترفض بقية العينه وترفض الكميه المتبقيه ($N-n$) .
ولابد من البحث عن اسباب انحراف النوعيه التي قدتكون من اسباب اسناده او عشوائيه .
وكما اشرنا في الهدف المطلوب تحديد معالم خطة المعاينه بحيث يكون احتمال قبول منتج
رديء هو مخاطرة المستهلك (β) واحتمال رفض منتج جيد هو مخاطرة المنتج (α) .
ومن وجهة نظراختبار الفرضيات لابد من تحديد عدد المجموعات وعدد القبول بشرط تحقق
المتباينتين :

$$L(p | \mu/\mu_0 = r_1) \leq \beta \dots (5)$$

$$L(p | \mu/\mu_0 = r_2) \geq 1 - \alpha \dots (6)$$

(r_2, r_1) هي نسب المتوسطات عند مخاطرة المستهلك والمنتج وان اعلى نسبة متوسط تشير
الى تحقق نوعيه عاليه .

لتكن (p_1, p_2) هي احتمالات الفشل المناظره لكل من مخاطرة المستهلك والمنتج على
الترتيب لابد من تحديد المعلمات من خلال تحقق المتباينات ($L(p_1), L(p_2)$) وهي :-

$$L(p_1) = \left[\sum_{i=0}^c C_i^r p_1^i (1-p_1)^{r-i} \right]^g \leq \beta \quad \dots (7)$$

$$L(p_2) = \left[\sum_{i=0}^c C_i^r p_2^i (1-p_2)^{r-i} \right]^g \leq 1 - \alpha \quad \dots (8)$$

ويمكن حل كل من (7,8) بواسطة طريقة البحث المتعدد حيث نفرض (r=1) ثم نبحث عن (c) التي تحقق المعادلتين (7,8) ثم نفترض (r=2) وهكذا لحين الحصول على اصغر مجموعه (r,c) من بين كل الحلول الممكنة والتي تحقق الاحتمالين $(L(p_1), L(p_2))$ ويمكن جدولة خطط المعاينة المختلفة باعتبار ان وقت الفحص المستغرق لحين حصول الفشل يتبع توزيع كاما بمعلمة شكل (γ) معلومه وقد تكون $(\gamma = 2, 3, 4)$ اما الثوابت (r_1, r_2) فهما (mean ratios) نسبة المتوسط المحدده عند مخاطرة المستهلك والمنتج.

نتائج المحاكاة

لغرض اجراء عمليات المحاكاة المختلفه للبحث فقد تم اجراء الافتراضات التاليه :

$$(\beta = 0.50, 0.10)$$

$$(\alpha = 0.01, 0.02, 0.05)$$

$$(a = 1, 2, 3)$$

$$(r = 4, 6, 8, 10)$$

$$(\gamma = 2, 4)$$

$$(r=4, 8)$$

وبعد ادراج القيم الافتراضيه السابقه على الصيغ (4,7,8) تم الحصول على النتائج الموضحة في الجداول التاليه :

جدول (1) خطة المعاينة عند (r=4)

γ	β	r_2	a=1			a=2			a=3		
			g	c	$L(p_2)$	g	c	$L(p_2)$	g	c	$L(p_2)$
2	0.50	4	11	3	0.967357	12	3	0.955709	11	2	0.974413
		6	5	1	0.986548	4	2	0.969555	3	1	0.991882
		8	4	1	0.982318	2	1	0.989093	1	1	0.988113
		10	1	1	0.977229	1	1	0.949011	0	1	0.980124
	0.10	4	9	2	0.964231	14	3	0.947255	13	2	0.967251

4	0.50	6	4	1	0.978769	4	2	0.983074	4	1	0.986517
		8	3	1	0.945374	4	1	0.988372	4	1	0.945514
		10	1	1	0.961963	3	1	0.964543	3	1	0.96957
		4	20	3	0.953823	16	3	0.975554	16	3	0.961968
	0.10	6	7	1	0.964775	4	2	0.986761	4	2	0.971866
		8	6	1	0.966108	3	1	0.966795	4	1	0.966561
		10	2	1	0.949783	1	1	0.963352	2	1	0.953924
		4	19	2	0.944613	17	3	0.97286	18	2	0.953239
		6	8	1	0.963136	1	2	0.981028	2	1	0.971041
		8	5	1	0.95142	1	2	0.963389	2	1	0.955156
		10	4	1	0.950852	1	1	0.942963	2	1	0.960471

جدول (2) خطة المعاينة عند (r=8)

γ	β	r_2	a=1			a=2			a=3		
			g	c	$L(p_2)$	g	C	$L(p_2)$	g	c	$L(p_2)$
2	0.50	4	9	3	0.953259	7	4	0.970213	13	5	0.961974
		6	9	2	0.974775	7	2	0.985517	7	3	0.975338
		8	6	1	0.946288	4	2	0.961422	6	3	0.955783
		10	5	1	0.937896	3	1	0.94339	5	2	0.941536
	0.10	4	4	5	0.983902	1	5	0.939072	5	5	0.98915
		6	1	2	0.994213	1	1	0.953234	3	2	1.001884
		8	4	5	0.977067	3	4	0.95455	6	4	0.977602
		10	5	3	0.938479	6	2	0.961993	4	3	0.944403
4	0.50	4	6	6	0.952321	7	5	0.913185	7	4	0.957008
		6	3	3	0.970661	3	3	0.986739	2	2	0.973642
		8	5	2	0.940569	5	2	0.940996	1	3	0.946796
		10	5	2	0.94104	4	3	0.923591	1	2	0.947518
	0.10	4	7	4	0.967216	7	3	0.946965	6	3	0.969854
		6	5	3	0.981246	4	2	0.986465	3	2	0.98404
		8	5	2	0.951834	3	1	0.944465	2	1	0.960132
		10	6	2	0.572924	4	1	0.940334	1	1	0.58117

ومن ملاحظة النتائج في الجداول اعلاه يمكن تحديد معالم خطة المعاينة الضرورية لفحص المنتج ضمن (n,c) حيث ان $(r_2, gn=)$ ، وان كل خطة معاينة تعتمد على مجموعة المعلمات المحدده فاذا كانت :

$$\gamma = 2$$

$$\beta = 0.5, r_2 = 4$$

$$a=1$$

$$r=4$$

سيكون $(g=11, c=3)$ ، وعليه فان : $n=11*3=33$ وتعني خطة المعاينة انه وعند فحص احد عشرة مجموعه حجم كل منها يتضمن اربع مفردات ، تقبل الدفعه اذا كان عدد المعيب يساوي ثلاث وحدات او اقل وباحتمال يعادل (0.953259) . اما نفس خطة المعاينة ولنفس المعلمات ولكن بوضع $(r=8)$ بدلا من $(r=4)$ يتبين لنا بان : $n=9*3=27$: $(g=9, c=3)$ لذا فان :

وبنفس الاسلوب يمكن معاينة بقية خطط المعاينه .

الاستنتاجات

تم في هذه الدراسة تقديم مجموعة خطط عينات قبول تتضمن حجم معاينه $(r_2, gn=)$ وبعده وحدات معييه مقبول يعادل (c) ، تحت افتراض ان وقت الحياه للمنتوج يتبع توزيع كما بمعلمة شكل (γ) معلومه (known shape) ومعلمة قياس مفترضه من قبل الباحث وتساوي :

$$(r_2 = \frac{\mu}{\mu_c})$$

واظهرت الدراسة انه وبشكل عام عند تزايد النسبه (r_2) نلاحظ تناقص عدد المجموعات (g) وعدد القبول (c) في نفس الوقت ، وعليه فان خطة المعاينه تتضمن اعدادا اقل عند زيادة النسبه (r_2) .

كما اظهرت الدراسه وجود اختلاف في قيمة (g, c) طبقا لاختلاف كل من مخاطرة المستهلك ومعلمات التوزيع المقترض

التوصيات

1- يمكن استخدام توزيعات اخرى ، بحيث يمكن تقدير معلماتها بالطرق الاعتياديه بدلا من اعتبارها ثابت وملاحظة مدى تأثيرها على خطة المعاينه

- 2- نوصي بمقارنة النتائج المستخلصة لكل خطة معاينه عند تغيير طريقة التقدير للمعلمات .
- 3- يمكن توسيع مجال البحث من خلال افتراض قيم اخرى للمعالم $(\gamma, \beta, \alpha, r)$ وملاحظة مدى تأثيرها على خطط المعاينه

References

- [1] Aslam.M, Mughal.A.R, Ahmed.M, and Zafar yab (2010).Group acceptance sampling plans for pareto distribution of the second kind. *Journal of Testing and Evaluation*, 38(2),1-8.
- [2] Aslam, M. (2007). Double acceptance sampling based on truncated life tests in Rayleigh distribution. *European Journal of Scientific Research*, 17(4), 605-611
- [3] Baklizi, A (2003). Acceptance sampling based on truncated life tests in the Pareto distribution of the second kind. *Advances and Applications in Statistics*, 3(1), 33-48.
- [4] Baklizi, A. and El Masri, A.E.K. (2004). Acceptance sampling based on truncated life tests in the Birnbaum-Saunders model. *Risk Analysis*, 24(6), 1453-1457
- [5] Balakrishnan, N., Leiva, V., and Lopez, J. (2007). Acceptance sampling plans from truncated life tests based on the generalized Brinbaum-Saunders distribution. *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, 36, 643-656.
- [6] Epstein, B. (1954). Truncated life tests in the exponential case. *Annals of Mathematical Statistics*, 25, 555-564.
- [7] Gupta, S.S. and Groll, P.A.(1961). Gamma distribution in acceptance sampling based on life tests, *Australian and New Zealand Journal of Statistics*,56. 942–970.
- [8] Gupta, R.D. and Kundu, D. (2003). Discriminating between the Weibull and generalized exponential distributions. *Computational Statistics and Data Analysis* 43, 179-196.

- [9] Jun, C.-H., Balamurali, S. and Lee, S.-H. (2006). Variables sampling plans for Weibull distributed lifetimes under sudden death testing. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(1), 53-58.
- [10] Kantam, R.R.L., Rosaiah, K. (1998). Half logistic distribution in acceptance sampling based on life tests, *IAPQR Transactions*, 23(2), 117-125.
- [11] Rosaiah, K. and Kantam, R.R.L. (2005). Acceptance sampling based on the inverse Rayleigh distribution. *Economic Quality Control*, 20(2), 277-286.