استخدام الفحص المبتور في تحديد معلمات خطة المعاينة المفردة لفحص المنتوج تحت فرضية التوزيع اللوغاريتمي المنطقي

م. سهيل نجم عبود
مركز الحاسبة الالكترونية
كلية الادارة والاقتصاد
جامعة بغداد

م. بيداء اسماعيل
مركز الحاسبة الالكترونية
كلية الادارة والاقتصاد
جامعة بغداد

المستخلص :

في هذا البحث تم تصميم مجموعات خطط عينات القبول لفحص المنتوج بشكل مجاميع عددها k، وحجم كل منها r، وعندئذ يكون حجم العينة (n=k.r)، عندما يكون وقت الحياة للوحدة المفحوصة متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي. وتم تحديد اصغر عدد من المجموعات k عند مجموعات مختلفة من مخاطرة المنتج واوقات انتهاء من الفحص محددة، واستخرجت جداول تتضمن معلمات هذه الخطط واحتمال القبول المقترنة بها.

Abstract

A group of acceptance sampling to testing the products was designed when the life time of an item follows a log-logistics distribution. The minimum number of groups (k) required for a given group size and acceptance number is determined when various values of Consumer's Risk and test termination time are specified. All the results about these sampling plan and probability of acceptance were explained with tables.

المقدمة

في معظم خطط عينات القبول والتي تعتبر اداة مهمة في تقييم نوعية المنتوج بواسطة العينات بدلاً من الفحص الشامل، وعندما يكون وقت الفحص متغير عشوائي ولابد من بتر هذا الوقت عند اجراء الفحوصات والوصول الى قرار معين اما القبول من العينة او الرفض من العينة، في معظم الخطط يتم تحديد حجم العينة المفحوصة والتي يتم اختيارها عشوائياً من الدفعة، تحت اعتبارات معينة منها خاص باحتمال تحقق مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض منتوج جيد) ومنها تحقق مخاطرة المستهلك (وهي احتمال قبول منتوج ردئ)، وسوف نفترض هنا ان وحدات العينة تفحص تباعاً واحدة بعد الاخرى، وهذا الاسلوب اعتمده الباحثون Juntel-al (2006), Vlcek et al (2003), Pascual and Meeker (1998)

بدلاً من فحص العينة، حيث تفحص بشكل مجاميع، حجم كل مجموعة يساوي عدد ثابت r مثلاً. تفحص وحدات العينة بصورة مستقلة ويبتر وقت التجربة اذا وجد عدد من الوحدات المعيبة اكبر من عدد القبول c، وسوف يتم تحديد معلمات خطة المعاينة (n, c) طبقاً للتوزيع تحت البحث والذي يتم اختياره طبقاً للمعلومات السابقة والخبرة والمشاهدات حول الوحدات الفاشلة، وسوف نفترض هنا ان هذا التوزيع هو اللوغارتمي المنطقي *Log-Logistic*، وهو من التوزيعات الشائعة في حقل النوعية والمعولية وتحليل بيانات البقاء.

هدف البحث

- يهدف البحث الى استخراج مجموعة قيم خطط المعاينة (n, c) المناظرة لقيم مختلفة من احتمال القبول للمنتوج، وكذلك المناظرة لمستويات مختلفة من قيم متوسط الحياة الحقيقي للوحدة المنتجة، ونسبته الى مستويات بتر مختلفة μ_0 عندما يكون الوقت المستغرق لحين الفشل هو متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي *Log-Logistic*.

الجانب النظري

تعرف دالة الكثافة الاحتمالية p.d.f للتوزيع اللوغارتمي المنطقي *Log-Logistic* كالآتي:

$$f(t,\sigma_{LL}) = \frac{\frac{\gamma}{\sigma_{LL}}(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma-1}}{\left[1+(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}\right]^2} \qquad \ldots\ldots (1)$$

حيث ($\gamma>1$) تمثل معلمة الشكل،($\sigma_{LL}>0$) تمثل معلمة القياس.

وان دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية c.d.f هي:

$$F_{LL}(t) = \frac{(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}}{1+(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}} \qquad t>0 \qquad \ldots\ldots (2)$$

والوسط الحسابي لهذا التوزيع هو:

$$\mu_{LL} = \frac{\frac{\pi\,\sigma_{LL}}{\gamma}}{Sin(\frac{\pi}{\gamma})} \qquad \ldots\ldots (3)$$

وكحالة خاصة من هذا التوزيع عندما ($\gamma=2$) فان ($\mu_{LL} = 1.5708\,\sigma_{LL}$).

وقد اعتمد كثير من الباحثين هذا التوزيع في تحليل اوقات البقاء، وتوزيعات الاحصاءات المرتبة وتقديرات المعلمات الخطية غير المتحيزة، ومن هؤلاء الباحثين نذكر

على سبيل المثال لا الحصر Ragab & Gerrn (1984) و Kantam et. al (2001), Kantam et. al (2006)، ودرسوا خطط عينات القبول، بالاستناد الى التوزيع اللوجستي اللوغارتمي *Log-Logistic*، وسوف يتم في هذا البحث ايجاد مجموعات خطط عينات القبول عندما يبتر وقت الفحص، وفي هذا توفير للوقت والكلفة، حيث يتم فحص مجموعات من الوحدات انيأ، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة لكل مجموعة، فاذا كان مجموع هذه الوحدات اكبر من c ترفض الفرضية $(H_o : \mu \geq \mu_o)$، واذا كان مجموعها اقل او يساوي c تقبل الفرضية $(H_o : \mu \geq \mu_o)$، علماً بان μ وقت الحياة للوحدات المفحوصة، μ_o هو مقدار البتر من الوقت μ.

ان تصميم خطة معاينة لفحص المنتوج يضمن ان متوسط الحياة للوحدة الواحدة في الدفعة μ يكون اكبر من قيمة محددة لوقت الحياة μ_o، يتم تحت افتراض ان وقت الحياة للوحدات المنتجة يعتبر متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي بمعلمة شكل معلومة، وتعتبر الدفعة من المنتوج جيد (مقبولة) اذا كان متوسط الحياة الحقيقي لوحداتها اكبر من $(H_o : \mu \geq \mu_o)$ عند مستوى معين من مخاطرة المستهلك (وهو احتمال قبول منتوج غير جيد)، وفيما عدا ذلك ترفض الدفعة.

ان تصميم خطة معاينة للفحص المبتور يتضمن الخطوات التالية:

1- نختار مجموعات عددها k وحجم كل منها r وحدة، وبذلك يكون حجم العينة $(n = k \times r)$.

2- نختار عدد قبول c للمجموعة ونحدد وقت التجربة t_0.

3- ننفذ التجارب (تجارب الفحص) على المجموعات k آنياً، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة في كل مجموعة.

4- تقبل الدفعة اذا كان مجموع المعيب اقل او يساوي c في كل المجموعات.

5- تنتهي التجربة عندما يكون مجموع المعيب في المجموعات k المفحوصة اكبر من r وترفض الدفعة، ولا بد من البحث عن اسباب انحراف النوعية فيما اذا كانت اسنادية ام عشوائية.

ان خطط المعاينة $(n = k \times r, c)$ تعتبر تعميم لكثير من خطط المعاينة المفردة للانظمة الخاصة بها مثل نظام LTPD، AOQL والتي وضعها الباحثان Dodge-Romig

عام (1947)، ووسعها الباحث Hald (1981)، وقد وسعت الخطط (n, c) من قبل Kantam (2001)، Rosaiah and Kantam (2005) لتشمل خطط جديدة هي ($n = k \times r, c$)، اي يتم فحص مجموعات عددها k وحجم كل منها r، في آن واحد، فاذا كان مجموع المعيب فيها اقل او يساوي c فان المنتوج يعتبر جيد، ويكون متوسط الحياة هو ($H_o : \mu \geq \mu_o$)، اما اذا كان المجموع اكبر من c ترفض الدفعة ويكون متوسط الحياة للوحدات ($\mu < \mu_o$) وهو خارج المواصفات المتفق عليها مسبقاً.

ولعل من المناسب جعل وقت الانتهاء من التجربة يساوي رقم مضاعف من وقت الحياة للوحدات μ_o اي ان ($t_o = a\mu_o$)، وبما ان احتمال رفض دفعة جيدة يسمى *مخاطرة المنتج Producer's Risk*، بينما يسمى احتمال قبول دفعة غير جيدة *مخاطرة المستهلك Consumer's Risk*. وعند تحديد معلمات خطة المعاينة المقترحة سوف نعتمد على مخاطرة المستهلك او استخدام ما يسمى مستوى الثقة *Confidence level*، فاذا كان مستوى الثقة هو P^*، فان مخاطرة المستهلك هي ($\beta = 1 - P^*$)، وسوف يتم تحديد مجموعة خطط المعاينة المقترحة بحيث ان مخاطرة المستهلك لاتزيد عن β.

ان احتمال قبول الدفعة ذو النوعية P هو:

$$L(P) = \left[\sum_{i=0}^{c} \subset_i^r P^i (1-P)^{r-i} \right]^k \qquad ..... (4)$$

حيث ان p احتمال ان تكون الوحدة في المجموعة فاشلة قبل زمن الانتهاء من تجربة الفحص.

وان قيمة p في حالة التوزيع *Log-logistic* وعندما ($\gamma = 2$) هي:

$$P = \frac{(1.5708\,a)^2}{(\frac{\mu_{LL}}{\mu_o})^2 + (1.5708\,a)^2} \qquad ..... (5)$$

وان اصغر عدد من المجموعات k والمطلوب استخراجه (اخذين مخاطرة المستهلك بنظر الاعتبار) هو عندما يكون المتوسط الحقيقي ($\mu = \mu_o$) هو ذلك العدد الناتج من حل المتباينة:

$$L(P_o) \leq \beta \qquad ..... (6)$$

علماً بان:

$$P = \frac{(1.5708\,a)^2}{1+(1.5708\,a)^2}$$

وكحالة خاصة عندما $(\gamma = 2)$ و (c=0)، وكما يسمى (Zero failure test) فان k هي اصغر عدد صحيح يحقق المتباينة:

$$\left[K \geq \frac{Ln(\beta)}{r\,Ln(1-P_o)}\right] \quad \ldots\ldots (7)$$

ويمكن البحث عن قيم k التي تحقق المعادلة (6) طبقاً لقيم مختلفة من مخاطرة المستهلك $(\beta = 0.25\,,\,0.10\,,\,0.05\,,\,0.01)$، وحجم كل مجموعة r، وعدد القبول c، ومضاعف محدد لوقت الانتهاء من تجربة فحص الوحدات $(a = 0.7\,,\,0.8\,,\,1.0\,,\,1.2\,,\,1.5\,,\,2.0)$، وبعد كتابة برنامج خاص بالمعادلة (6) بلغة C^{++}، واستخدمت طريقة البحث المتعدد، تم الحصول على الجدول رقم (1) الذي يوضح عدد المجموعات k المطلوبة لخطة الفحص المقترحة، وهي الخطة $(n = k \times r\,,\,c)$ ولتوزيع *Log-logistic*.

جدول رقم (1) عدد المجموعات المطلوبة للخطة المقترحة للتوزيع اللوغاريتمي المنطقي

β	r	c	A					
			0.7	0.8	1.0	1.2	1.5	2.0
0.25	2	0	1	1	1	1	1	1
	3	1	2	2	1	1	1	1
	4	2	3	3	2	1	1	1
	5	3	5	4	2	1	1	1
	6	4	8	5	2	2	1	1
	7	5	14	8	3	2	2	1

0.10	4	0	1	1	1	1	1	1
	5	1	2	1	1	1	1	1
	6	2	3	2	1	1	1	1
	7	3	5	2	2	1	1	1
	8	4	7	3	2	1	1	1
	9	5	8	4	2	1	1	1
0.05	5	0	1	1	1	1	1	1
	6	1	2	1	1	1	1	1
	7	2	2	2	1	1	1	1
	8	3	3	2	1	1	1	1
	9	4	4	3	2	1	1	1
	10	5	6	3	2	1	1	1

وبعد الحصول على اصغر حجم للمجموعات k التي ينبغي فحصها والتي حجم كل منها يساوي r وحدة، نتطرق الى حساب احتمال قبول الدفعة المنتجة عندما تكون نوعية المنتوج (او المعولية) عالية بدرجة كافية، والمنتوج مقبول لانه مطابق للمواصفات القياسية والمصنعية التي تم وضعها مسبقا، ويعتبر المنتوج جيد عندما ($\mu > \mu_o$) او ان ($\frac{\mu}{\mu_o} > 1$)، وطبقا للمعادلة الخاصة باحتمال القبول $L(P) = \left[\sum_{i=0}^{c} C_i^r P^i q^{r-i}\right]^k$.

ولمجموعات مختلفة من ($\frac{\mu}{\mu_o} = 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12$)، وقيم مختلفة من ثابت معامل زمن الانتهاء من الفحص a يمكن جدولة احتمالات القبول من حل المعادلة $L(P)$، والنتائج موضحة في الجدول رقم (2).

يتضح من الجدول رقم (2) ان احتمالات القبول P(C) تتزايد بسرعة اكثر من زيادة النوعية، فمثلا عندما ($a = 0.7$, $c = 3$, $r = 5$, $\beta = 0.25$)، فان عدد المجموعات المطلوب هو (k=10)، واذا كانت قيمة المتوسط الحقيقي ضعف القيمة المحددة ($\frac{\mu}{\mu_o} = 2$)، فان قيمة مخاطرة المنتج هي ($\alpha = 0.0764$)، وعندما ($\frac{\mu}{\mu_o} = 4$)، فان مخاطرة المنتج هي ($\alpha = 0.0036$)، وعليه فان المنتج يرغب في تحديد مستوى النوعية للمنتوج بحيث يكون احتمال القبول اكبر من مستوى محدد مسبقاً.

جدول رقم (2) احتمالات القبول لمجموعة خطط عينات القبول عندما (c=3)

β	r	k	a	2	4	6	8	10	12
0.25	5	10	0.7	0.9236	0.9964	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000
0.25	5	8	0.8	0.9070	0.9957	0.9996	0.9999	1.0000	1.0000
0.25	5	6	1.0	0.8801	0.9948	0.9994	0.9997	1.0000	1.0000
0.25	5	4	1.2	0.8202	0.9903	0.9988	0.9995	0.9999	1.0000
0.25	5	3	1.5	0.7234	0.9816	0.9974	0.9996	0.9998	0.9999
0.25	5	2	2.0	0.6785	0.9675	0.9947	0.9997	0.9996	0.9998
0.10	6	7	0.7	0.8238	0.9933	0.9989	0.9998	0.9999	1.0000
0.10	6	6	0.8	0.8219	0.9924	0.9962	0.9997	0.9999	1.0000
0.10	6	5	1.0	0.6998	0.9727	0.9985	0.9992	0.9997	1.0000
0.10	6	4	1.2	0.6514	0.9634	0.9904	0.9985	0.9996	0.9999
0.10	6	3	1.5	0.6223	0.9665	0.9936	0.9964	0.9995	0.9998
0.10	6	2	2.0	0.5344	0.8878	0.9646	0.9977	0.9981	0.9993
0.05	7	6	0.7	0.7658	0.9904	0.9989	0.9999	0.9999	1.0000
0.05	7	4	0.8	0.7337	0.9871	0.9985	0.9997	0.9999	1.0000
0.05	7	3	1.0	0.5782	0.9734	0.9964	0.9992	0.9998	1.0000
0.05	7	2	1.2	0.5061	0.9556	0.9932	0.9985	0.9996	0.9998
0.05	7	2	1.5	0.5042	0.9432	0.9904	0.9977	0.9993	0.9997
0.05	7	1	2.0	0.2276	0.8335	0.9664	0.9905	0.9967	0.9987
0.01	8	5	0.7	0.6533	0.9861	0.9978	0.9996	0.9999	1.0000
0.01	8	4	0.8	0.5514	0.9741	0.9964	0.9992	0.9998	0.9999
0.01	8	3	1.0	0.5403	0.9588	0.9942	0.9987	0.9996	0.9999
0.01	8	2	1.2	0.3914	0.9093	0.9856	0.9976	0.9990	0.9999
0.01	8	1	1.5	0.3094	0.8874	0.9792	0.9948	0.9983	0.9996
0.01	8	1	2.0	0.0899	0.7101	0.9284	0.9793	0.9928	0.9995

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات:

1- ان تصميم خطط عينات القبول $(n = k \times r,\ c)$ قد استخرج عند مجموعات مختلفة من مخاطرة المستهلك وقيم مختلفة من معامل وقت الانتهاء من الفحص، وعندما تزداد قيم هذا المعامل (اى قيم a) لوحظ ان حجم المجموعات k يقل وكما هو واضح في الجدول رقم 1.

2- لوحظ تزايد احتمالات القبول عند تزايد قيمة المتوسط الحقيقي μ نسبة الى القيمة المحددة μ_o، وكلما كبرت قيمة $\frac{\mu}{\mu_o}$ يؤول احتمال القبول الى الواحد الصحيح.

3- في هذه الخطط يتم فحص مجموعات عددها k حجم كل منها r في آن واحد، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة لكل مجموعة، فاذا كان مجموع الوحدات الفاشلة اكبر من c ترفض الفرضية $(H_o : \mu \geq \mu_o)$ وترفض العينة، اما اذا كان مجموع المعيب اصغر او يساوي c تقبل الفرضية H_o وتقبل العينة، وفي هذا توفير للوقت وللكلفة.

4- يمكن توسيع نطاق الجدول رقم 1 والجدول رقم 2 الى قيم اخرى من مخاطرة المستهلك، وقيم اخرى $\frac{\mu}{\mu_o}$، وكذلك قيم اضافية لمضاعف زمن انتهاء الفحص وهو الثابت a.

5- يمكن تعميم هذه الخطط لتشمل توزيعات اخرى غير التوزيع اللوغارتمي المنطقي، وهذا التوزيع يحدد من ازمنة فحص الوحدات وطبيعتها والخبرة والبيانات السابقة المتكونة عن الوحدات الفاشلة اثناء فحوصات النوعية.

التوصيات:

1- نوصي بتوسيع نطاق الجداول لكي تتضمن استخراج اصغر نسبة بتر $\frac{\mu}{\mu_o}$ مناظرة لقيم مختلفة من مخاطرة المستهلك، وقيم r (احجام المجموعات) وعدد القبول، وقيمة المضاعف a .

2- نوصي بتوسيع نطاق الخطط الى التوزيعات الاخرى وخاصة تلك التوزيعات التي تكون معلماتها غير معلومة وتحتاج الى ايجاد افضل المقدرات لها في الحصول على افضل تصاميم لخطط المعاينة، مقابلة لمقدرات المعلمات ذات الاقل متوسط مربعات خطأ.

3- نوصي بتقدير المعلمات المجهولة مثلا عندما تعتمد التصاميم لخطط العينات على التوزيع الاسي العام او التوزيع الطبيعي بأكثر من طريقة، والمقارنة بين التصاميم وايجاد التصميم الكفوء من بينها، لكي نضمن الحصول على منتوجات تلبي رغبة المستهلكين وذات نوعية عالية جداً.

References

1- Jun, C. H., Balamurali, S. and Lee, S. H. (2006), "Variables Sampling Plans for Weibull Distribution Life Times under Sudden Death Testing". IEEE Transactions on Reliability 55, 53-58.

2- Pascual, F. G. and Meeler, W. Q. (1998), "The Modified Sudden Death Test: Planning Life Tests with a Limited Number of Test Positions". Journal of Testing and Evaluation 26, 434-443.

3- Rosaiah, K., Kantam, R. R. L. and Santah Kumarch (2007), "Exponential Log-Logistic Distribution an Economic Reliability Test Plan", Pakistan Journal of Statistics 23, 147-156.

4- Rosaiah, K., Kantam, R. R. L. and Reddy, J. P., "Economic Reliability Test Plan with Inverse Rayleigh Variate", Pakistan Journal of Statistics 24 (1), 57-65.

5- Vlcek, B. L., Hendricks, R. C. and Zaretsky, E. V. (2003), "Monte Carlo Simulation of Sudden Death Bearing Testing". NASA, Hanover, MD, USA.