خطة المعاينه المنفرده عند اتباع اختبار الحياة المبتور توزيع معكوس الطبيعي

د. وليد عبدالله ارحيمة
الكلية التقنية الادارية

Abstract

The term sampling inspection issued when the quality of product is evaluated by sample ,rather than by total inspection ,were the time and the cost of inspection can be saved through sampling ,in this paper we provide an algorithm to establish the sampling plan (n ,c) which represent the sample size (n) and acceptance number (c). tables are provided for proposed sampling plan ,considering consumer risk and producer risk ,and operating characteristic curve ,and truncated life test ,were the quality variable is the life time of an item ,and we would like to know whether the life times of items reach our standard or not .the test can be performed without waiting until all test items fail and then the test time can be reduced significantly .

المقدمــة

تستخدم خطط عينات القبول في تقييم نوعية المنتوج وتحديد احتمال القبول بواسطة العينه بدلا من الفحص الشامل .وقد كتبت العديد من البحوث في هذا المجال حيث اعتبرت عينات القبول الاداة الرئيسيه في الكثير من تطبيقات انظمة السيطره النوعيه.

وفي عينات القبول اذا كان متغير النوعيه هو وقت الحياة للوحده الواحده ،فان خطة عينة القبول سوف تعرف بمعولية المعاينه (Reliability Sampling) ويسمى الفحص هنا فحص الحياة (Life test) ولابد من معرفة فيما اذا كانت اوقات الحياة للوحدات تصل الى اوقاتها القياسيه ام لا.

وعندما يتضح لنا ان اوقات الحياة للوحدات تزيد او تساوي قيمه محدده مسبقا،تعامل دفعة الوحدات بانها مقبوله والعكس صحيح اذا اشار وقت الفحص الى ان متوسط وقت الحياة لمجموعة الوحدات اقل من الوقت المقرر القياسي لها تعامل الدفعه على انها مرفوضه (غير

مقبوله) وفي بعض الاحيان ربما تعتبر عملية الانتظار لفحص كل الوحدات حتى تفشل جميع الوحدات في اختبار الحياة تعتبر مكلفه ومضيعه للوقت ،لذلك لابد من استخدام فحص الحياة المبتور لتوفير الوقت والكلفه حيث يمكن اجراء الفحص بدون الانتظار حتى حصول الفشل لكل الوحدات . وبذلك يساهم البتر في تقليل وقت الفحص بدرجه معنويه.

تكمن المشكله هنا في ايجاد اصغر حجم عينه يضمن تحقق متوسط وقت حياة معين ،عندما يقطع فحص الحياة عند نقطه محدده مسبقا ولتكن (t) ،وعندما يكون عدد الوحدات المعيبه المشاهده لايزيد عن عدد القبول للعينه (c) .

ان قرار القبول (قبول الدفعه) يعتمد فقط على متوسط وقت الحياة المحدد والذي يتحقق باعلى احتمال ممكن وليكن (p^*) مما يضمن تحقق حماية للمستهلك وينتهي الفحص في الوقت الذي نحصل فيه على (c+1)معيب عند الوقت (t) .

وفي بعض الاحيان تعتبر عملية الانتظار لحين فشل كل الوحدات المفحوصه في وقت الاختبار او عندما تكون اوقات الحياة للوحدات المنتجه المختبره عالي جدا،لذلك نلجا الى عملية اختبار الحياة المبتور (truncated life test) لتوفير الوقت والكلفه والجهد ويمكن تنفيذ الفحص او اجراؤه بدون الانتظار حتى تفشل كل الوحدات المختبره وبذلك يمكن تقليل وقت الاختبار بدرجة معنوية .

تكمن المشكلة الاساسيه في ايجاد اصغر حجم عينه لفحص الوحدات ويضمن تحقق وسط حياة معين للوحدات ويضمن تحقق وسط حياة معين للوحدات عندما ينتهي فحص الحياة عند وقت محدد مسبقا هو (t) وكذلك عندما يكون عدد الوحدات الفاشله لايزيد عن عدد القبول (c) للعينه .

ان قرار قبول الدفعه يتحقق عندما متوسط وقت الحياة للوحدات يتحقق باحتمال عالي موضوع مسبقا هو (p^*) والذي يضمن حماية المستهلك ومن الملاحظ ان فحص الحياة ينتهي عندما نحصل على (c+1) وحده معيبه . او عند مشاهدة (c+1) معيب عند الزمن (t) .

وقد طور كثير من الباحثين مثل (Sobel and Tischendrof)،(Groll)،(Goode and kao) اختبار الحياة بواسطة الفحص المبتور وعندما يكون وقت الفحص هذا متغير عشوائي يتبع توزيع (اسي ،كاما ،ويبل) .

كذلك طور الباحثان (Kantan and Rosaiah) خطة معاينه لوقت الفحص المبتور عندما يتبع وقت الفحص التوزيع اللوجستي .

وفي بحثنا هذا سوف نلخص خطة معاينه عندما يتبع وقت الفحص معكوس التوزيع الطبيعي (Inverse Gaussian) والذي طبقه الباحث (Brownian) لوصف العمليات المصاحبه للعديد من الظواهر في العلوم الطبيعيه والفيزيائيه.

حيث تكمن من ايجاد خطط عينات القبول عندما يكون وقت الحياة للوحدات المفحوصه يتبع توزيع (IG) .

المطلوب ايجاد اصغر حجم عينه ضروري لتحقيق متوسط وقت الحياة المقابل لاعداد قبول مختلفه وسوف نتطرق الى شرح توزيع (IG) وكيفية تقدير معلماته ومن ثم اعتماده في جدولة معالم خطة المعاينه المفرده (n,c) والتي تعتمد في تقييم المنتوج بدلا من الفحص الشامل الذي يؤدي الى ضياع الوقت وزيادة الكلفه ويكون الفحص الشامل غير مجدي في حالات الفحص التدميري عندما يؤدي الفحص الى تلف الوحده الواحده .

توزيع معكوس التوزيع الطبيعي (*inverse Gaussian*)

اشتق الباحثان ((Schrodinger (1915))،((Tweedis (1941)) توزيع (IG) اما الباحث (wald) فقد قام باشتقاق كفاية لتوزيع حجم العينه في اختبار نسبة الاختبار المتسلسل وقد تناول كثير من الباحثين طرق تقدير معلمات هذا التوزيع حيث استخدمت مقدرات الامكان الاعظم ومقدرات بيز وكذلك طبق هذا التوزيع في تطبيقات المعوليه .

وتعرف الداله التراكميه ((Cumulative density (c.d.f)) للتوزيع (IG) بالمعادله (1) :

$$\Pr(T \le t, \theta, \lambda) = \phi\left\{\frac{(t-\theta)\sqrt{\lambda}}{\theta\sqrt{t}}\right\} + e^{2\lambda/\theta}\phi\left\{-\frac{(t-\theta)\sqrt{\lambda}}{\theta\sqrt{t}}\right\} \ldots (1)$$

$$\infty > t, \lambda, \theta > 0$$

وان معلمات توزيع المتغير (T) ولها نفس وحدات (T)

($\phi(z)$) تمثل الداله التراكميه تمثل الداله التراكميه للتوزيع الطبيعي القياسي.

ونظرا لان المعادله تمثل دالة التوزيع والذي يمتلك معلمتي شكل وتعتمد فيها نفس وحدات (t) ،لعل من المناسب جدا اعادة تعريف المعلمات في (c.d.f) بحيث تكون هناك معلمه قياس (scale) ومعلمة شكل (shape) وعندها تصبح الداله التراكميه وكالاتي :-

$$F(t, \theta, \beta) = \phi_{NIG}\left\{\log\left(\frac{t}{\theta}\right); \beta\right\} \ldots (2)$$

$$NIG = \{New\ Inverse\ Gaussian\}$$

$$f(t, \theta, \beta) = \frac{1}{t}\,\phi_{NIG}\left\{\log\left(\frac{t}{\theta}\right); \beta\right\} \ldots (3)$$

$$\infty > t > 0$$

حيث ان

$(\vartheta > 0)$ هي معلمة قياس .

$(\beta = \frac{\lambda}{\vartheta})$ تمثل معلمة الشكل وهي خاليه من الوحدات .

$$\phi_{NIG}(z;\beta) = \phi\left\{\sqrt{\beta}\left[\frac{e^{z}-1}{e^{z/2}}\right]\right\}e^{2\beta}\phi\left\{-\sqrt{\beta}\left[\frac{e^{z}+1}{e^{z/2}}\right]\right\}\dots(4)$$

وان دالة التوزيع الطبيعي القياسي $(\phi(z))$ هي :-

$$\phi_{NIG}(z;\beta) = \frac{\sqrt{\beta}}{e^{z/2}}\,\phi\left\{\sqrt{\beta}\left[\frac{e^{z}-1}{e^{z/2}}\right]\right\}$$

$z \in R$

علما بان $(\phi(z))$ هي الداله الاحتماليه للتوزيع الطبيعي القياسي

اضافه لما تقدم تعرف صيغة العزم (m) $(m^{th}\ moment)$ وفق الصيغة التاليه :-

$$E(T^{m}) = \vartheta^{m}\sum_{i=0}^{m-1}\frac{(m-1+i)!}{i!\,(m-1-i)!}\left(\frac{1}{2\beta}\right)^{!}\dots(5)$$

وبصوره خاصه يكون العزم الاول

$$E(T) = \mu = \vartheta$$

وان قيمة الداله التجميعيه (المعادله (2)) عند النقطه $(\vartheta_0 = \mu_0)$ هي :-

$$F(t,\vartheta_0) = \phi\left\{\sqrt{\frac{\beta\vartheta_0}{t}}\left(\frac{t}{\vartheta_0}-1\right)\right\} + e^{2\beta}\phi\left\{-\sqrt{\frac{\beta\vartheta_0}{t}}\left(\frac{t}{\vartheta_0}+1\right)\right\}\dots(6)$$

خطة المعاينه :

لنفرض انه طبق اختبار الفحص المبتور عندما يكون وقت الحياة للوحدات المفحوصه يتبع معكوس التوزيع الطبيعي (IG) والمعرف بالمعادله رقم (2) ،هنا لابد من وضع حد ثقه ادنى لمتوسط وقت الحياة للوحدات المفحوصة ، والمطلوب اختبار فيما اذا كان متوسط وقت الحياة اكبر من ماهو متوقع (ومعروف بالحد الادنى) ولنفرض ان $(\mu = \mu_0)$ هو متوسط وقت الحياة المحدد للوحدات اذا القرار يكون قبول الدفعه اذا كان عدد الوات المعيبه او الفاشله المشاهده في نهاية الوقت المحدد (t) ،اقل من (c) واذا كان هذا العدد اكبر(c) فالقرار هو الرفض ووقف عملية الفحص والاختبار .

في هذا النوع من خطط المعاينه المفرده توجد ثلاث معلمات هي :-

(n) حجم العينه

(c) عدد القبول (عدد الوحدا ت المعيبه المقبوله في العينه)

$(\frac{t}{\mu_0})$ نسبة (t) الوقت المحدد للفحص الى (μ_0) متوسط وقت الحياة للوحدات المفحوصه

فاذا وجد عدد مثل (c) معيب او اقل خلال زمن الفحص (t) تقبل الدفعه وفيما عدا ذلك ترفض الدفعه .

وللعمل وفق خطة المعاينه ذات المعلمات $(n, c, \frac{t}{\mu_0})$ لابد :

اولا من تثبيت كل من مخاطرة المستهلك (وهي احتمال قبول منتوج رديء) واحتمال قبول الدفعه غير الجيده والذي يجب ان لايزيد عن $(1-p^*)$ حيث ان (p^*) يمثا احتمال قبول الدفعه الجيده اي :-

$$p^* = p_r(X \le c)$$

ومما تجدر الاشاره اليه ان الدفعه الرديئه (bad lot) هي تلك الدفعه التي يكون فيها متوسط وقت الحياة الحقيقي للوحدات المختبره اقل من متوسط وقت الحياة المحدد مسبقا (μ_0)(اي ان الدفعه المعيبه لاتتطابق مع مواصفات الحدالأدنى ، وان احتمال رفض الدفعه عندما $(\mu < \mu_0)$ هو على الاقل (p^*) .

وسوف نرمز لمعالم خطة المعاينه المفرده هنا عندما يتبع زمن الفحص (IG) بالرمز الثلاثي $(n, c, \frac{t}{\mu_0})$ ولقيم (p^*) المحدده يمكن ايجاد معالم خطة المعاينه المفرده هذه.

فاذا كان المعاينه واقعه تحت شروط ذي الحدين (Binomial) (حيث كل وحده مفحوصه تصنف اما جيده او معيبه وان نسبة المعيب ثابته ،والوحدات مستقله واحده عن الاخرى)وان قبول او رفض الدفعه مكافيء الى قبول او رفض الفرضيه $(\mu \ge \mu_0)$

رياضيا اذا كانت (p^*) معلوم ،$(0<p^* < 1)$ وكذلك النسبه $(\frac{t}{\mu_0})$ وعدد القبول (c) لابد من ايجاد اصغر حجم عينه بحيث نؤكد الكلام $(\mu \ge \mu_0)$ بمستوى ثقه (p^*) اذا كان عدد الوحدات الفاشله المشاهده في الزمن (t) لايزيد عن عدد القبول (c).

ومعنى ذلك ايجاد العدد الموجب (n) بحيث تحقق المتباينه

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n \, p^i (1-p)^{n-i} \le 1 - p^* \quad \ldots (7)$$

حيث ان $(p = F(t,\vartheta_0))$ تمثل احتمال تحقق الفشل عند الزمن (t) عندما يكون متوسط وقت الحياة الحقيقي للوحدات هو (μ_0) وان احتمال مشاهدة (x) معيب خلال زمن الفحص (t) هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين بالمعلمات (n,p) وان

$$p(x) = C_x^n p^x q^{n-x} \quad x = 0,1,2,\ldots,n$$
$$= 0 \qquad\qquad o/w$$

ونلاحظ ايضا من المعادله (6) ان $(F(t,\vartheta_0))$ تعتمد على النسبه

$$\frac{t}{\vartheta_0} = \frac{t}{\mu_0}$$

لقيم محدده من معلمة الشكل (β) وعليه فان خطة المعاينه المطلوبه تحتاج الى النسبه $(\frac{t}{\vartheta_0})$

ويمكن ايجاد قيم (n) التي تحقق المعادله (7) حيث يتم تثبيت القيم لتكون

$$\frac{t}{\vartheta_0} = \frac{t}{\mu_0} = 0.3, 0.4, 0.5, 0,7, \ldots$$
$$p^* = .75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99$$
$$\beta = 1,2$$

تستخرج قيمة (p) من المعادله رقم (6)

حيث ان لكل (p) يمكن ايجاد خطة معاينه هي $(n, c, \frac{t}{\mu_0})$

(operating characteristic(oc))

يستخدم منحنى القبول لخطة المعاينه $(n, c, \frac{t}{\mu_0})$ في الحصول على احتمال القبول للدفعه

وحيث ان:-

$$L(p) = pr(x \le c) = \sum_{i=0}^{c} C_i^n p^i (1-p)^{n-i}$$

وان

$$p = F(t,\mu)$$

وهو داله من معلمة النوعيه (μ) وعندما $(\mu = \mu_0)$ فان

$$F(t,\vartheta) \le F(t,\vartheta_0) \Leftrightarrow \mu \ge \mu_0$$

وتعرف مخاطرة المنتج بانها احتمال رفض منتوج جيد فاذا كانت مخاطرة المنتج مثلا $(\alpha = 0.05)$.

سوف ينصب الاهتمام على ايجاد قيمة $(\frac{\mu}{\mu_0})$ التي تضمن ان تكون مخاطرة المنتج (≤ 0.05)

ان اعتمدت خطة المعاينه $(n ,c, \frac{t}{\mu_0})$ وتؤخذ قيمة $(\frac{\mu}{\mu_0})$ على انها :-

اصغر عدد تكون عنده $(\frac{\mu}{\mu_0} > 1)$

وان قيمة احتمال النوعيه $(p = F(\frac{t}{\mu}))$ بحيث

$$p = F\left(\frac{t}{\mu_0}.\frac{\mu_0}{\mu}\right)$$

تحقق احتمال القبول

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i(1-p)^{n-i} \geq 0.95 \ldots (8)$$

وبذلك يمكن جدولة قيم (oc) لقيم محدده من $(n ,c, \frac{t}{\mu_0})$ ولمستوى معلوم من (p^*)

نوجد اصغر قيمة $(\frac{\mu}{\mu_0})$ تحقق المتباينه (8)

ثم نكون جدول باحتمالات القبول مناظر لقيم خطة المعاينه المقترحه ،وباتباع الخطوات التاليه:-

(1) نضع احتمالات قبول الدفعه الانتاجيه غير الجيده وتساوي $(1 - p^*)$

(2)نوجد اصغر حجم عينه لكل قيمة لعدد القبول (c) من تحقيق المتباينه

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i(1-p)^{n-i} \leq 1 - p^*$$

حيث ان

$$p = F(t,\mu_0)$$

وان خطة المعاينه هي $(n ,c, \frac{t}{\mu_0})$ والتي تحدد بعد ان يتم اثبات $(\frac{t}{\mu_0})$

(3) لقيم (α) المعطاة والتي تمثل مخاطرة المنتج ،نوجد اصغر قيمه للمقدار $(\frac{\mu}{\mu_0})$ والتي تحقق المتباينه

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n \, p^i (1-p)^{n-i} \leq 1-\alpha$$

حيث ان

$$p = F\left(\frac{t}{\mu}\right) = F\left(\frac{t}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_0}{\mu}\right)$$

على سبيل المثال اذا كانت اوقات الحياة لوسائل كهربائيه تتبع التوزيع الطبيعي العكسي (IG) بمعلمة $(\beta = 2)$

وقد وضع الباحث خطة لايجاد خطة المعاينه التي تتضمن ان يكون متوسط وقت الحياة هو على الاقل (1000) ساعه وبمستوى ثقه $(p^* = 0.75)$ ساعه

فعندما

$$p^* = 0.75, \mu_0 = 1000, t = 500, \beta = 2, \frac{t}{\mu_0} = 0.5$$

وعندما كانت (c=2) وجد ان حجم العينه (n=16) وهذا يعني عند اخضاع (16) وحده للفحص ،فاذا وجد (2) وحده معيبه او اقل خلال الفتره (500) ساعه

فان الباحث يتاكد من ان متوسط وقت الحياة للوحدات هو على الاقل (1000) ساعه وبمستوى ثقه (0.75)

نتائج المحاكاة

تطلبت عمليات المحاكاه الخاصه بالبحث بعض الافتراضات لاقيام معالم التوزيع وهي:-

$(\vartheta = 1, 1.5, 2)$

$(\lambda = 0.25, 0.50, 0.75)$

$(a = 0.5, 1)$

$(r = 4, 6, 8, 10)$

$(\gamma = 2, 3)$

وبعد ادراج القيم الافتراضيه السابقه على الصيغ (4,7,8) تم الحصول على النتائج الموضحه في الجدول التالي:-

جدول (1) يوضح نتائج المحاكاة للقيم الافتراضيه عند (r=4)

γ	β	$r_2 = \frac{\mu}{\mu_0}$	a=0.5			a=1		
			g	c	$L(p_1)$	g	c	$L(p_1)$
2	0.01	4	10	3	0.972696	12	3	0.961048
		6	4	2	0.987612	4	2	0.970619
		8	3	2	0.992312	2	1	0.999087
		10	1	1	0.983991	2	2	0.955773
	0.02	4	10	2	0.964388	14	3	0.947412
		6	5	1	0.984521	5	2	0.988826
		8	4	2	0.946375	3	1	0.989373
		10	2	1	0.962993	2	2	0.965573
	0.05	4	21	2	0.975346	15	2	0.963698
		6	8	2	0.989393	3	2	0.9724
		8	7	1	0.982774	3	1	0.989549
		10	3	1	0.980187	1	1	0.951969
3	0.01	4	13	3	0.973823	1	3	0.962175
		6	5	2	0.990649	10	1	0.973656
		8	3	2	0.986446	2	1	0.993221
		10	2	1	0.984356	1	1	0.956138
	0.02	4	13	3	0.967493	2	3	0.950517
		6	3	2	0.985101	12	1	0.989406
		8	3	2	0.94745	3	1	0.990448
		10	2	1	0.963823	3	1	0.966403
	0.05	4	15	3	0.973191	2	3	0.961543
		6	3	1	0.987355	15	2	0.970362
		8	2	1	0.986898	3	1	0.993673
		10	1	1	0.986286	3	1	0.958068

جدول (2) يوضح نتائج المحاكاة للقيم الافتراضيه عند (r=6)

γ	β	$r_2 = \frac{\mu}{\mu_0}$	a=0.5			a=1		
			g	c	$L(p_2)$	g	c	$L(p_2)$
2	0.25	4	9	5	0.974412	10	5	0.962764
		6	3	4	0.991882	4	4	0.974889
		8	2	1	0.988113	2	2	0.994888
		10	1	1	0.980125	2	2	0.951907
	0.10	4	9	5	0.96725	10	5	0.950274
		6	4	2	0.986516	5	2	0.990821
		8	5	2	0.945514	7	2	0.988512

		10	3	1	0.96957	4	2	0.97215
3	0.25	4	22	4	0.975502	23	5	0.963854
		6	9	3	0.993638	8	4	0.976645
		8	9	2	0.982772	8	3	0.989547
		10	5	2	0.981369	4	3	0.953151
	0.10	4	15	5	0.975983	14	5	0.964335
		6	7	2	0.994453	6	2	0.97746
		8	5	2	0.986053	4	2	0.992828
		10	4	1	0.986849	3	1	0.958631

جدول (3) يوضح نتائج المحاكاة للقيم الافتراضيه عند (r=8)

γ	β	$r_{2=\frac{\mu}{\mu_0}}$	a=0.5			a=1		
			g	c	$L(p_2)$	g	c	$L(p_2)$
2	0.25	4	11	7	0.972044	11	6	0.960396
		6	5	6	0.98953	5	5	0.972537
		8	4	6	0.988545	4	5	0.99532
		10	2	4	0.983707	2	4	0.955489
	0.10	4	9	5	0.966869	11	6	0.949893
		6	4	4	0.981562	4	5	0.985867
		8	3	3	0.953672	3	4	0.99667
		10	3	3	0.970209	1	3	0.972789
3	0.25	4	22	7	0.973249	20	6	0.961601
		6	9	6	0.996409	7	5	0.979416
		8	8	6	0.991428	8	4	0.998203
		10	4	5	0.979498	4	4	0.95128
	0.10	4	16	6	0.974308	14	7	0.96266
		6	8	5	0.996348	6	6	0.979355
		8	6	5	0.984757	4	6	0.991532
		10	5	4	0.982568	3	5	0.95435

المصادر

1- C. R. Rao, L. Zhao, and B. Zhou, "Maximum likelihood estimation of 2-D superimposed exponential signals," *IEEE Trans. Signal Process.* vol. 42, no. 7, pp. 1795–1802, Jul. 1994.

2- Dawei Huang"APPROXIMATE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD FOR FREQUENCY ESTIMATION " Statistica Sinica 10, 157-171, 2000.

3- D. L. Snyder, J. A. O'Sullivan, and M. I. Miller, " The use of maximum likelihood estimation for forming images of diffuse radar targets from delay–Doppler data," *IEEE Trans. On Information Theory*, vol . 35 , pp. 536–548, November 1989.

4- E. E. Zelniker and I. V. L. Clarkson, "Maximum- Likelihood Circle-Parameter Estimation via Convolution," in *Digital Image Computing: Tech. and Appl.*, Sydney, Australia, Dec. 2003, pp. 509–518.

5- J. Zhang, J. W. Modestino, and D. A. Langan, "Maximum-likelihood parameter estimation for unsupervised stochastic model-based image segmentation," *IEEE Trans. Image Processing,* vol. 3, pp. 404–420, Apr. 1994.

6- JAN BERAN and MARTIN SCH¨ UTZNER"On approximate pseudo-maximum likelihood Estimation for LARCH-processes" Bernoulli 15(4), 1057–1081, 2009.

7- JORGE MATEU,FRANCISCO MONTES "APPROXIMATE MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION FOR A SPATIAL POINT PATTERN" Q¨UESTII´O, vol. 24, 1, p. 3-25, 2000.

8- *Linda M. Davis Iain B. Collings Robin J. Evans*"CONSTRAINED MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION OF TIME-VARYING LINEAR CHANNELS"SPAWC–97, Paris, France , 1 ,1997.

9- Moyeed, R.A. and Baddeley "Stochastic approximation of the MLE for a spatial point pattern" *Scandinavian Journal of Statistics*, 18, 39-50, 1991.

10- M. P. Clark and L. L. Scharf, "Two-dimensional modal analysis based on maximum likelihood," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 6, pp. 1443–1452, Jun. 1994.

11- S. Kay and R. Nekovei, "An efficient two-dimensional frequency estimator," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, no. 10, pp. 1807–1809, Oct. 1990.

12- Zhenyu Zhou, Richard M. Leahy, and Jinyi Qi"Approximate Maximum Likelihood Hyperparameter Estimation for Gibbs Priors" IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 6, NO. 6, 1997, *844-886*