تصميم خطة معاينة مفردة للنظام LTPD لوقت الفحص المبتور الذي يتبع التوزيع الاسي العام

م. د. لمياء محمد علي حميد

قسم الاحصاء – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد

المستخلص :

يتضمن البحث التعريف بخطط عينات القبول لفحص الانتاج حسب نظام LTPD (*Lot Tolerance Percentage Defective*) وكيفية التوصل الى هذه الخطط عن طريق تصغير معدل الفحص الكلي عندما يكون توزيع المعاينة تحت الفحص ثنائي الحدين، ثم استخدم تقريب بواسون للحصول على خطة معاينة (n, c) تحقق اصغر معدل فحص ممكن، وفي هذه الخطط اعتبر الزمن المستغرق في البحث ثابت، ولكن في الواقع التطبيقي يكون الزمن المستغرق لحين حصول فشل هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي معين قد يكون كاما او ويبل او معكوس رالي او توزيع أسي عام، وهو ما تم تسليط الضوء عليه في هذا البحث، اذ استخرجت خطط المعاينة (n, c) التي تحقق مخاطرة المستهلك بالاعتماد على التوزيع الأسي العام $GE(\lambda,\delta)$، وكذلك قيم معلومة من $(\frac{T}{\lambda^{*}m})$ اوقات البتر واعتبرت λ معلومة وكذلك (δ=2 ثابتة)، وتم جدولة خطط المعاينة المختلفة بعد كتابة برنامج خاص بالمعادلة (15) في الجدول رقم 1، كذلك استخرجت قيم احتمالات القبول المناظرة لهذه القيم في الجدول رقم 2، وتشكل هذه الجداول اداة مهمة في التعرف على معالم خطة المعاينة الضرورية لفحص المنتوج (n, c) واحتمال القبول المناظر لهذه الخطة، وقد تم تعريف كل الرموز والاشتقاقات اللازمة لذلك.

Abstract

Acceptance sampling plans for *Lot Tolerance Percentage Defective* (LTPD) are obtained by minimizing total number of inspected units. Also these sampling plans are considered when the time of testing is not fixed, but considered random variable having *generalized exponential* distribution GE(λ,δ), when life time experiment is truncated at a pre–determined time. The tables are

provided for the minimize sample size required to ensure the associated producers' risks are presented, as well as the tables for probability of acceptance, corresponding to various values of $(n, p^*, \frac{T}{\lambda m}, c)$.

هدف البحث

يهدف البحث الى التعريف بخطط عينات القبول طبقا لمفهوم (*LTPD*)، وكذلك خطط عينات القبول في حالة التوزيع الاسي العام عندما يكون متوسط الحياة للوحدة المنتجة والذي يتم بتره عند قيمة معينة له توزيع اسي عام بمعلمة شكل معلومة. وتم التوصل الى جداول خاصة تتضمن هذه الخطط واحتمالات قبولها عند مجموعات معلومة من $(n, p^*, \frac{T}{\lambda m}, c)$، لكي يمكن الرجوع اليها مباشرة في قراءة كل خطة واحتمال قبول المنتوج وهو مهم جداً في بحوث المعولية والموثوقية للمنتوجات.

المقدمة

يرجع تاريخ نظرية فحص المعاينة الى عام 1929، عندما نشر الباحثان Dodge & Romig بحثهما الموسوم طريقة فحص المعاينة، اذ تمكن الباحثان من وضع نموذج رياضي لفحص المعاينة، تحدد منه معالم خطة المعاينة المفردة والمزدوجة الضرورية لفحص المنتوج واتخاذ قرارات القبول والرفض على ضوء مقررات فحص العينة، وقد اكد النموذج على الفحص الشامل للدفعات المرفوضة. استند الباحثان عند ايجاد خطط المعاينة للفحص التصفوي على النظامين *LTPD*، *AOQL*، اذ يشير المصطلح الاول الى *Lot Tolerance Percentage Defective(LTPD)* (اي نسبة المعيبات المنوية المسموح بها في الدفعة المنتجة) اما المصطلح الاخر فهو *Average out going quality limit (AOQL)* ويعبر عن الحد الاقصى لمعدل نسبة الوحدات المعيبة في الدفعة المرسلة بعد اجراء التصفوي عليها.

خطط المعاينة المفردة للنظام LTPD

تعتمد خطط المعاينة المفردة للفحص التصفوي (وهو الفحص الذي تصنف فيه كل وحدة يتم فحصها اما مطابقة للمواصفات (جيدة) او غير مطابقة للمواصفات (معيبة) والتي لابد من استبدالها او تصليحها اذا كان ذلك ممكنا) على الافتراضات الآتية:

1- ان العملية الانتاجية تقع تحت السيطرة الاحصائية لتوزيع ثنائي الحدين بمعدل معيب ثابت p_1 وان الوحدات المعيبة تحدث بصورة عشوائية.

2- اختيار قيمة LTPD ولتكن p_2 لحماية المنتج من تسليم دفعات غير مقنعة وبذلك بجعل احتمال قبول الدفعات ذات مستوى نوعية p_2، $(p_2>p_1)$ صغير وان هذا الاحتمال يطلق عليه عادة مخاطرة المستهلك (Consumer risk) وسوف نرمز له $P(p_2)$، ويمكن القول ان المنتج يهدف الى استخدام خطط معاينة تكون عندها قيمة $P(p_2)$ صغيرة.

3- الدفعات المرفوضة استنادا لقرار رفض العينة يعاد فحصها كليا ومن ثم تستبدل جميع الوحدات المعيبة فيها باخرى جيدة او تصلح اذا كان التصليح ممكنا.

4- كلفة فحص الوحدة الواحدة في العينة متساوية مع كلفة فحص الوحدة الواحدة في الكمية المرفوضة (N-n) وتساوي واحد كوحدة اقتصادية.

5- تهدف خطط المعاينة التي يحددها النموذج الى تقليل معدل الفحص الكلي $I(p_1)$ للمنتوج ذو النوعية p_1، وهذا يعتمد على فحص كمية مقدارها n في حالة القبول، وكمية مقدارها N في حالة الرفض.

وبذلك تكون:

$$I(p_1)=n\,P(p_1)+N\,Q(p_1) \qquad \text{.....}\ (1)$$

وتمثل $P(p_1)$ احتمال قبول الدفعة N المأخوذة من المنتوج ذو النوعية p_1 ويعتمد في استخراجها على نوع توزيع المعاينة، وحسب الفرض الاول في اعلاه تكون قيمة:

$$P(p_1)=\Pr(X\le c)=\sum_{x=0}^{c} b(x,n,p_1)=B(c,n,p_1) \qquad \text{.....}\ (2)$$

وان $Q(p_1)$ احتمال رفض الدفعة وهو:

$$Q(p_1)=1-P(p_1) \qquad \text{.....}\ (3)$$

ويعد تقريب بواسون تقريب متسق وجيد للحل المضبوط المستخرج من ثنائي الحدين وذلك عندما تكون:

$$p_2\le 0.10,\qquad \frac{p_1}{p_2}\le 0.5,\qquad \frac{n}{N}\le 0.10$$

وطبقا لهذا التقريب يكون :

$$\begin{aligned} I(p_1)&=n\,P(A)+N\,Q(p_1)\\ &=n\,P(p_1)+N\,Q(A)+nQ(p_1)-nQ(p_1) \qquad \text{.....}\ (4)\\ &=n+(N-n)\,Q(p_1) \end{aligned}$$

$$I(p_1)=n+(N-n)\left[1-\sum_{x=0}^{c}\frac{e^{-np_1}(np_1)^x}{x!}\right] \quad ..... (5)$$

$$I(p_1)=n+(N-n)[1-G(c,np_1)] \quad ..... (6)$$

ويمكن تحديد معالم خطة المعاينة المفردة (n, c) بواسطة تصغير الدالة (6) تحت الشرط الخاص بمخاطرة المستهلك والمعرف بالصيغة:

$$G(c, m) = 0.10 \qquad m = np_2$$

وعند ضرب طرفي المعادلة (5) بـ p_2 نحصل على المعادلة :

$$I(p_1)\ p_2 = np_2+(N-n)\ p_2[1-G(c,np_1)]$$

والتي تختصر الى:

$$R(c,M)=m+(M-m)\ [1-G(c,np_1)] \quad ..... (7)$$

ولايجاد معالم خطة المعاينة من تصغير معدل الفحص الكلي، يمكن استخراج الحل بدلالة (M, m, c)، ونظرا لان m دالة من c سنكتب ($M=M_c$) وعندئذ تتحول المسألة الى ايجاد العلاقة المثلى بين c و M، فاذا كانت c معلومة فما هي قيمة M التي تكون عندها R(c, M) افضل من R(c+1, M) ؟

وعند وضع :

$$R(c,M)=m_c+(M-m_c)Q_c \quad ..... (8)$$

حيث ان:

$$Q_c=1-G(c,pm_c)\,, \quad P=\frac{p_1}{p_2}$$

وحل المتباينة:

$$R\ (c,\ M) \le R\ (c+1\ ,\ M\ ) \quad ..... (9)$$

نحصل على المتباينة:

$$M \leq m_{c+1} + (1 - Q_c)\,(m_{C+1} - m_c) \,/\, (Q_C - Q_{C+1}) = M_c \qquad \ldots\ldots (10)$$

وعندما يكون $(M \leq M_c)$ فان خطة المعاينة المعرفة بالمقدار $(\frac{m_c}{p_2}, c)$ تحقق اصغر معدل فحص مقارنة بالخطة $(\frac{m_{c+1}}{p_2}, c+1)$ وعندما $(M > M_C)$ يكون العكس هو الصحيح.

ولتوضيح هذه الافكار فاذا كانت:

- حجم الدفعة $N = 2000$
- نسبة المعيب المقبولة في الانتاج $P_1 = 0.02$
- نسبة المعيب غير المقبولة $P_2 = 0.10$

$P = \frac{P_1}{P_2} = 0.2$ $\qquad$ $\therefore\ M = N\,p_2 = 200$

ومن حل المتباينة اعلاه نجد ان :

$M_{c-1} = 116 \qquad M_c = 220$

وان

$M_{c-1} \leq M \leq M_c$

وبالاستعانة بجداول هالد $(Hal\ ,\ 198\ ,\ P462)$، نحصل على قيم m_c، M_c لمجموعة قيم $C=0(1)39$، وقيم $p= 0.05\ (0.05)\ 0.5$. حيث ان، $m_c=9.275$ ، $c=5$ فان حجم العينة لنظام $LTPD$ هو :

$$\lambda\, n = \frac{m_c}{p_c} = \frac{9.275}{0.10} = 92.75 \approx 93$$

وهذا يعني ان الخطة المناظرة لحجم الدفعة $(N=2000)$ هي الخطة $(n, c) =(93, 5)$، وتعني هذه سحب عينة عشوائية حجمها $(n=93)$ من الدفعة $(N=2000)$ وفحص مفردات هذه العينة، فاذا كان عدد المعيب فيها يساوي 5 او اقل تقبل العينة ومن ثم تقبل الدفعة المنتجة، اما اذا كان عدد المعيب في العينة $(n=95)$ اكبر من خمسة ترفض العينة ومن ثم يجري فحص شامل للكمية المتبقية $(N-n)$ وعزل الوحدات المعيبة واستبدالها باخرى جيدة، للحفاظ على سمعة المنتج في السوق المحلية والعالمية.

وفي الواقع التطبيقي ربما يرغب المنتج بفحص الوحدات بشكل مجموعات g حجم كل مجموعة هو r و عندئذ تكون $(n=g.r)$ باعتبار ان μ يمثل المتوسط الحقيقي لحياة الوحدة المنتجة (True Average Life of Production Unit) وان μ_o قيمة محددة من قيم μ.

ويعد المنتوج جيدا ومقبولا اذا كانت معلومات العينة تساند الفرضية ($H_0 : \mu \geq \mu_0$)، اي اذا كان مجموع الوحدات المعيبة في المجموعات المفحوصة اقل ويساوي c. فالفرضية ($H_0 : \mu \geq \mu_0$) تعد مقبولة، وعندما يكون المجموع اكبر من c ترفض الفرضية H_0.

واستكمالا لخطط عينات القبول للنظام $LTPD$، والتي تطرقنا اليها في اعلاه، نحاول ايجاد خطط عينات القبول باعتبار ان متوسط عمر الاشتغال للوحدة المفحوصة هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي العام $GE(\lambda\ ,\ \delta)$، وهنا نوجد n فقط لان $(n=g.r)$ وهنا $(r=1)$ ، بدلا من استخراج مجموعات لخطة المعاينة وكما اوردنا سوف نأخذ متوسط الحياة لوحدة المنتوج، وهذا المتوسط هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي هو التوزيع الاسي العام بالمعلمتين (λ، δ)، وتمثل λ معلمة القياس، اما δ فهي معلمة الشكل، ويعرف هذا التوزيع بدالة الكثافة الاحتمالية الاتية :

$$g_T(t,\delta,\lambda)=\frac{\delta}{\lambda}e^{-\frac{t}{\lambda}}(1-e^{-\frac{t}{\lambda}})^{\delta-1} \qquad t>0 \qquad ..... (11)$$

وان دالة التوزيع التراكمية ($C.D.F$) هي:

$$F_T(t)=(1-e^{-\frac{t}{\lambda}})^{\delta} \qquad ..... (12)$$

وان قيمة نقطة التجزئة P (P- th percentile point) هي:

$$Q_p = F_{GE}^{-1}\ (p,\delta\ ,\ \lambda\ ) = -\ \lambda\ ln\ (\ 1\text{-}\ p^{\frac{1}{\delta}}\ ) \qquad ..... (13)$$

وان قيمة الوسيط للتوزيع الاسي العام هو :

$$\theta_m = -\ \lambda\ ln\ (1\text{-}\ (\tfrac{1}{2})^{\frac{1}{\delta}}\ ) \qquad ..... (14)$$

وتسمى θ_m معلمة النوعية.

وطبقا لهذه المعلومات ولقيم ($\theta_m^0\ ,\alpha_0\ ,\ T\ ,\ P^*\ ,\ C$) المعلومة، يمكن ايجاد حجم العينة، اي حجم العينة التي ينبغي فحصها من الدفعة N ، وهو اصغر عدد صحيح موجب يحقق المتباينة (15) ادناه:

$$\sum_{i=0}^{c} C_i^n\ p^i\ q^{n-i} \leq 1-p^* \qquad ..... (15)$$

اما قيمة p فتحدد من قيمة الدالة التراكمية كما في امعادلة (16) ادناه:

$$P = F_{GE}(T, \delta, \lambda) = (1 - e^{-\frac{T}{\lambda m}})^{\delta} \qquad ..... (16)$$

ومن الواضح ان قيمة p تعتمد على النسبة $\frac{T}{\lambda m}$، وهي دالة منتظمة ومتزايدة من النسبة $\frac{T}{\lambda m}$، ودالة متناقصة بالنسبة الى λ_m^o. ونلاحظ من الصيغة (15) انه بالامكان الاعتماد على قيمة P^* بحيث يكون:

$$F_{GE}\left(\frac{T}{\lambda}\right) \leq F_{GE}\left(\frac{T}{\lambda_m^o}\right)$$

ومنه ينتج ان :

$$\lambda \geq \lambda_m^o$$

وعليه يكون n هو اصغر عدد صحيح يحقق المعادلة (15)، ومن ثم ولجميع قيم n، وبالتعويض عن p بالقيمة $F_{GE}(T, \lambda_o, \lambda)$ فان الصيغة (15) سوف تتحقق لجميع قيم ($\lambda \geq \lambda_m^o$)، ومن هنا نجد انه بالامكان ايجاد خطط عينات القبول للنظام (*LTPD*)، عندما يكون وقت الفحص متغيراً وليس ثابتا (كما هو الحال في بداية البحث في هذا الموضوع)، وان هذا المتغير قد يتبع توزيع كاما او توزيع ويبل او التوزيع الطبيعي او التوزيع الاسي العام $GE(\lambda, \delta)$ وعندما تكون المعلمات معلومة او مقدرة باحدى طرائق التقدير مثل الامكان الاعظم او العزوم. وفي بحثنا هذا سوف نفترض ان معلمة الشكل معلومة وتساوي ($\delta = 2$) وهذا الرقم يضمن ان متوسط وقت الحياة للوحدات المختبرة هو 50% من وقت الحياة (*life time*)، اما معلمة القياس (λ_m) فقد تم تعريفها من النسبة ($\frac{T}{\lambda_m^o}$) وباعتبار ان ($\alpha = \alpha_o$) ثابتة (مخاطرة المنتج) وان احتمالات القبول هي:

$$P^* = 0.75,\ 0.90,\ 0.95,\ 0.99$$

وان نسبة الوقت الحقيقي الى وقت البتر هي $\frac{T}{\lambda_m^o}$ وتساوي:

$$\frac{T}{\lambda_m^o} = 0.628,\ 0.942,\ 1.257,\ 1.571,\ 2.356$$

اذ تستخرج قيم p من الصيغة (16) ويتم البحث عن قيم n التي تحقق الصيغة (15).

جدول رقم (1) اصغر حجم عينة للحصول على متوسط حياة للوحدات اكبر من θ_m^0 وباحتمال p^* وقيم c المناظرة

P^*	c / $(\frac{\gamma}{\lambda^*_m})$	0.628	0.942	1.257	1.571	2.326	3.141	3.927	4.712
0.75	0	5	3	2	2	1	1	1	1
	1	9	6	4	3	2	2	2	2
	2	13	8	6	5	4	3	3	3
	3	17	12	8	6	6	4	4	4
	4	21	14	9	7	8	5	5	5
	5	25	15	10	9	10	6	6	6
	6	28	17	16	11	12	7	7	7
	7	32	20	18	14	15	8	8	8
	8	35	22	20	16	16	9	9	9
	9	40	24	21	17	16	10	10	10
	10	42	26	22	18	18	11	11	11
0.90	0	7	3	2	2	2	12	12	12
	1	12	7	5	4	3	1	1	1
	2	15	10	7	6	4	2	2	2
	3	18	13	9	7	5	4	3	3
	4	20	15	11	9	7	5	4	4
	5	25	18	13	11	8	6	5	5
	6	28	20	15	12	9	7	6	6
	7	30	23	16	14	10	8	7	7
	8	35	25	19	17	12	9	8	8
	9	40	28	20	18	13	10	9	9
	10	44	30	22	20	14	11	10	10

تابع جدول رقم (1) اصغر حجم عينة للحصول على متوسط حياة للوحدات اكبر من θ_m^0 وباحتمال p^* وقيم c المناظرة

P^*	c / $(\frac{\gamma}{\lambda^*_m})$	0.628	0.942	1.257	1.571	2.326	3.141	3.927	4.712
0.95	0	6	5	4	3	1	1	1	1
	1	9	9	6	5	3	3	3	2
	2	15	12	8	6	4	4	3	3
	3	18	14	10	8	5	5	5	4
	4	20	17	12	10	6	6	6	5
	5	22	20	14	11	7	7	6	6
	6	25	25	16	13	8	10	7	7
	7	29	28	18	15	9	11	8	8
	8	34	30	20	16	10	12	9	10

	9	38	34	22	18	11	14	10	11
	10	46	40	24	19	12	16	11	12
0.99	0	12	8	5	4	3	2	2	1
	1	18	12	8	6	4	3	3	3
	2	21	15	10	8	6	4	4	4
	3	26	18	13	10	7	6	5	5
	4	32	21	15	12	8	7	6	6
	5	37	24	17	13	10	8	7	7
	6	42	27	19	15	11	9	8	8
	7	45	30	21	17	12	10	9	9
	8	51	32	23	18	13	11	11	10
	9	56	35	25	20	15	13	12	11
	10	60	38	27	22	16	14	13	12

اضافة لما تقدم يمكن استخراج قيم احتمالات القبول لخطة المعاينة المفردة لفحص المنتوج باعتبار ان المعلمات $(n\ ,\ c\ ,\ \frac{T}{\lambda_{pm}})$ معلومة، وان هذا الاحتمال يستخرج من جدولة المعادلة الاتية بعد كتابة برنامج لها واستخراج قيم احتمالات القبول منها والمعادلة هي:

$$OC(P) = pr\,(\text{accepting a lot}) = pr(X \leq c)$$

$$= \sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i\, q^{n-i} \leq 1 - p^*$$

$$= 1 - B_p\,(c+1,\ n-c)$$

وان $B_p\ (c+1,\ n-c)$ هي دالة بيتا غير التامة، ويمكن قرائتها من الجداول، ومن البرنامج الخاص بها، وان p تحدد قيمتها من المعادلة (16)، والتي سبق وان اعتمدت قيمها في حل المعادلة (15) للحصول على احجام قيم عينات القبول c المختلفة (والتي وضعت في الجدول رقم 1 اعلاه). والجدول رقم 2 يلخص احتمالات القبول المناظرة لقيم مختلفة من n و p^*. وعندما تكون $(\frac{T}{\lambda_{pm}})$ هي نفسها في الجدول رقم 1، وان نسبة معلمة القياس δ الى نسبة معلومة δ_0 هي $(\frac{\delta}{\delta_0} = 2, 4, 6, 8, 10, 12)$.

جدول رقم (2) احتمالات القبول لخطة المعاينة لوقت الفحص المبتور

لقيم مختلفة من $\frac{\delta}{\delta_0}$ ولقيم معطاة لـ p^* ، n ، $(c = 2)$

P^*	n	$\frac{T}{\lambda m}$	$\frac{\delta}{\delta_0}$					
			2	4	6	8	10	12
0.90	17	0.6280	0.7507	0.9857	0.9982	0.9996	0.9999	1
	10	0.9420	0.6992	0.9785	0.9972	0.9994	0.9998	0.9999
	7	1.2570	0.6714	0.9726	0.4959	0.9991	0.9997	0.9999
	6	1.5710	0.5796	0.9556	0.4927	0.9983	0.9995	0.9998
	4	2.3560	0.5512	0.9403	0.9888	0.9971	0.9990	0.9996
	4	3.1410	0.4952	0.8400	0.9622	0.9888	0.9960	0.9984
	3	3.9720	0.4311	0.8819	0.9716	0.9914	0.9969	0.9987
	3	4.7120	0.2894	0.8002	0.9439	0.9814	0.9928	0.9967
0.95	20	0.6280	0.6634	0.9776	0.9971	0.9994	0.9998	0.9999
	12	0.9420	0.5837	0.9641	0.9948	0.9988	0.9997	0.9999
	8	1.2570	0.5792	0.9594	0.9937	0.9985	0.9996	0.9998
	6	1.5710	0.5697	0.9556	0.9927	0.9983	0.9995	0.9998
	5	2.3560	.0.3443	0.8800	0.9751	0.9932	0.9977	0.9991
	4	3.1410	0.4952	0.8400	0.9622	0.9888	0.9960	0.9984
	3	3.9720	0.4311	0.8819	0.9617	0.98814	0.9960	0.9978
	3	4.7120	0.2897	0.8002	0.9439	0.9812	0.9928	0.9969
0.99	26	0.6280	0.4943	0.9554	0.9938	0.9986	0.9996	0.9999
	15	0.9420	0.4252	0.9355	0.9900	0.9977	0.9993	0.9997
	10	1.2570	0.4120	0.9254	0.9876	0.9970	0.9991	0.9997
	8	1.5710	0.3520	0.9007	0.9816	0.9954	0.9985	0.9994
	6	2.3560	0.2961	0.8061	0.9556	0.9874	0.9957	0.9984
	4	3.1410	0.2952	0.8400	0.9262	0.9888	0.9950	0.9952
	4	3.9720	0.1386	0.7014	0.9124	0.9709	0.9888.	0.9941
	4	4.7120	0.0601	0.5512	0.8400	0.9403	0.9754	0.9888

الاستنتاجات والتوصيات

1- يمكن توسيع خطط المعاينة في الجدول (1) لقيم اخرى من $(p^*$ ،$c)$، واذا كانت p كبيرة فمن الممكن تقريب توزيع ثنائي الحدين بواسطة بواسون بمتوسط $(\beta=np)$، و عندئذ يمكن استخراج حجم العينة n من تحقيق المتباينة:

$$\sum_{i=0}^{c} \frac{e^{-\beta}\beta^{i}}{i!} \le 1-p^{*}$$

علما بان:

$$\beta=n(1-e^{-T/\lambda_m^0})\delta_o$$

2- يمكن تعريف المجموع:

$$\sum_{i=0}^{c} \frac{e^{-\beta}\beta^{i}}{i!} = 1 - G_{c+1}(\beta+1)$$

حيث ان $G_K^{(x,\delta)}$ تمثل الدالة التراكمية التجميعية لتوزيع كاما بمعلمة شكل k و معلمة قياس δ وان:

$$G_k(x,\delta) = \frac{\delta^k}{\Gamma(k)} \int_0^x t^{k-1} e^{-\delta t} dt$$

ومن هنا نستنتج انه بالامكان استخدام العلاقة بين التوزيع الاحتمالي لتوزيع كاما وتوزيع مربع كاي χ^2، في الحصول على افضل تقريب لحجم العينة n من العلاقة الاتية :

$$n \cong \left[\frac{\chi^2_{2c+c,\, p^*}}{n(1-e^{-T/\lambda\, {}^{o}_{m}})\delta_o} \right] + 1$$

وتعتمد هذه العلاقة على قيمة χ^2 الجدولية المستخرجة بدرجة حرية $(2c+2)$ ونقطة تجزئة p^* .

3- هنا افترضت قيمة معلمة الشكل للتوزيع الاسي العام $(\lambda = 2)$ ويمكن فرض قيم اخرى واستخراج مجموعات اخرى لخطط المعاينة الضرورية.

4- في هذا البحث اعتبر حجم المجموعة حجم كل مجموعة $(r=1)$ وعندئذ تكون $(n=g.\ r)$، n هي نفسها g ولذلك تركزت الجداول على استخراج اصغر حجم عينة n بالاعتماد على متوسط الحياة للوحدات وباحتمال p^* .

فمثلا من الجدول رقم (1) وعندما $p^* = 0.90$ ، $\frac{T}{\lambda^o_m} = 1.571$ ، وعندما $(c=2)$

فان $(n=6)$، وهذا يعني فحص عينة حجمها ستة وحدات، فاذا فشلت وحدتان او اقل قبل نقطة من الزمن T، تقبل العينة المأخوذة من الدفعة ويكون المتوسط هو $(\mu \geq \mu_o)$، ولكن اذا كان عدد الوحدات الفاشلة اكثر من 2 ترفض العينة ومن ثم ترفض الدفعة لان متوسط الحياة للوحدات المنتجة سيكون $(\mu < \mu_o)$ وعندئذ لابد من تحديد اسباب الانحراف عن المواصفات القياسية والصنعية المحددة مسبقاً. وزيادة في الايضاح لنفرض ان وقت الحياة للمنتوج قيد البحث هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي العام $(\alpha_o=2)$ وان الفاحص يرغب في تحديد اصغر حجم عينة ممكن لاتخاذ القرار (قبول او رفض الدفعة) عندما يرغب الباحث ان يكون

المتوسط الحقيقي هو على الاقل ($\theta_m^o = 1000\ units$) وباحتمال قبول الدفعة غير الجيدة هو (ß
$= 0.01$) اي ان ($p^* = 0.99$).

وقد افترض ايضاً ان اعظم وقت مسموح به يؤدي الى فحص (767 وحدة)، وان عدد المعيب المسموح به هو ($c=2$) عندئذ:

$$\lambda_m^o = \frac{1000}{-\ln\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)} = 814.37$$

وان

$$\frac{T}{\lambda_m^o} = 0.942$$

ومن الجدول (1) نجد ان ($n=15$) وحدة اذا كان عدد الوحدات الفاشلة قبل الزمن ($T=767$ *of time*) فان الدفعة تقبل وهذا يؤكد ان متوسط وقت الحياة الحقيقي هو على الاقل 1000 باحتمال 0.99 .

References

[1] Dodge, H. F. & Rome, G. H. G. (1959); "Sampling Inspection Tables". 2nd edn. John Wiley & Sons, New York.

[2] Hald, A. (1981); "Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes". Academic Presses INC. (London).

[3] Kundu, D., Gupta, R. D. & Manglick, A. (2007); "Discriminating Between Log-Normal and Generalized Exponential Distribution". Journal of the Statistical Planning and Inference, Vol.127, 213-227.

[4] Kundu, D. & Raqab; "Generalized Raleigh Distribution Different Methods of Estimation". Compute Statist. Data Anal. 49 (2005), pp (187-200).