

استعمال المحاكاة لمقارنة لوحات المجموع المتراكم المتعددة المعلمية واللامعلمية تحت توزيعات إحصائية مختلفة

سهاد رافع صالح

قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة المستنصرية، بغداد، العراق.

Email: suhad.rafie@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8126-7008>

نبأ نعيم مهدي

قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة المستنصرية، بغداد، العراق.

Email: nabaanaeemmahdi@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1177-5111>

المستخلص

تُعد السيطرة على النوعية من الأدوات الإحصائية المهمة في مراقبة وتحليل جودة العمليات الإنتاجية والخدمية، وتهدف إلى الكشف المبكر عن أي انحرافات قد تطرأ على العملية قيد الدراسة. في هذا البحث، تم استعمال أسلوب المحاكاة لدراسة أداء لوحات المجموع المتراكم متعددة المتغيرات ($MCUSUM$) المعلمية ($MC1$)، واللامعلمية المبنية على مقدر النواة، وذلك تحت ثلاث توزيعات مختلفة هما التوزيع الطبيعي وتوزيع كاما وتوزيع مربع كاي. تم تقييم كفاءة اللوحتين من خلال معيار المقارنة المركب المقترح ($CARL$) عند حدوث انحرافات مختلفة في المتوسط. أظهرت النتائج أن اللوحة اللامعلمية باستعمال مقدر النواة كانت أكثر قدرة على كشف الانحرافات الصغيرة والمتوسطة، بينما كانت اللوحة المعلمية أبطأ في الكشف عن الانحرافات والتغيرات في العمليات. كذلك تبين من خلال المقارنة بين دوال النواة الثلاث ($Epanechnikov$ ، $Laplace$ ، $Gaussian$) أن دالة $Gaussian$ حققت أعلى كفاءة في الكشف عن الانحرافات الصغيرة، في حين تلتها دالة $Epanechnikov$ ودالة $Laplace$ الأقل كفاءة في هذا الجانب. وبينت هذه النتائج إلى أن اختيار التوزيع الإحصائي ونوع الدالة النواتية يؤثران بشكل واضح في أداء اللوحة، مما يؤكد أهمية اعتماد الطرائق اللامعلمية عند التعامل مع بيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي أو عند عدم معرفة شكل التوزيع الحقيقي للبيانات، أو تتبع توزيعات أخرى.

معلومات البحث

تواريخ البحث:

التقديم: 2025 / 10 / 23

المراجعة: 2026 / 01 / 18

قبول النشر: 2026 / 01 / 26

نشر الكتروني: 2026 / 03 / 01

تسلسل الصفحات: 16 - 27

الكلمات المفتاحية:

لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات، مقدر النواة، $Laplace$ ، $Gaussian$ ، المربعات الصغرى $LSCV$ ، معيار ARL .

المراسلة:

أسم الباحث: سهاد رافع صالح

Email :

suhad.rafie@uomustansiriyah.edu.iq

1. المقدمة

تُعد السيطرة على النوعية الإحصائية (SPC) من الأدوات الأساسية لضمان استقرار العمليات وتحسين جودة المنتجات والخدمات في المجالات الصناعية والبيئية. ومنذ بداياتها في أوائل القرن العشرين، استُعملت لوحات السيطرة كوسائل فعالة للكشف عن المشكلات وتقليل الهدر وضمان الامتثال للمعايير. ومع التطور التكنولوجي وزيادة تعقيد البيانات وتعدد المتغيرات المترابطة، برزت الحاجة إلى أساليب أكثر تقدمًا، مثل السيطرة على النوعية متعددة المتغيرات ($MSPC$)، التي تتميز بقدرتها على التعامل مع بيانات مترابطة لا تستطيع الأساليب أحادية المتغير رصدها بدقة. ومن أبرز أدواتها لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات ($MCUSUM$)، التي تُعد تطورًا جوهريًا بفضل قدرتها على الكشف المبكر عن التغيرات الصغيرة والمفاجئة عبر تحليل التغيرات التراكمية في بيانات العمليات بصورة دقيقة. وأن هذه لوحة لا تقتصر على الكشف عن الانحرافات في العملية، بل تتميز بقدرتها على تحديد المتغير المسبب بخروج المشاهدات عن حدود السيطرة، مما يتيح معالجة السبب الجذري للانحراف وتلافي تكراره مستقبلاً، وهو ما يعزز فاعليتها مقارنة باللوحات التقليدية، فضلاً عن استعمال مقدر الكثافة النواتية (KDE) هو أسلوب إحصائي لا معلمي يُستعمل لتقدير دالة الكثافة الاحتمالية دون افتراض شكل توزيعي محدد، ويعتمد على دوال النواة وعرض الحزمة لتوفير تمثيل مرّن وواقعي للبيانات. يُعد من الأدوات الفعّالة في مراقبة العمليات متعددة المتغيرات، كونه يتجاوز قيود الأساليب المعلمية التي تفترض ان البيانات تتبع التوزيع الطبيعي. [1]

قدّم Jin Yue، Liu Liu ، وآخرون (2019) في بحثهم بعنوان "مخطط تحكم لا معلمي متعدد المتغيرات لمراقبة وباء الإنفلونزا" منهجية لا معلمية جديدة لرصد العمليات متعددة المتغيرات، اعتمدت على مخطط EWMA المبني على إحصاءات الرتب ($Rank Statistics$). أظهرت النتائج تفوق المنهجية في اكتشاف التغيرات الطفيفة والتعامل مع البيانات غير الطبيعية أو ذات التوزيعات المجهولة مقارنة بمخططات العمق التقليدية مثل $Mahalanobis Depth$ ، كما أثبتت فاعليتها في الكشف المبكر عن التغيرات عند تطبيقها على بيانات وباء الإنفلونزا في اليابان (2000–2011)، [2].

قدّم فهد حسين عناد (2020) في بحثه بعنوان "استعمال بعض أساليب اللوحات اللامعلمية متعددة المتغيرات في السيطرة على النوعية مع تطبيق عملي" دراسة هدفت إلى تحسين مراقبة الجودة باستعمال أساليب إحصائية حديثة مثل لوحة $Hotelling T^2$ ، لوحة SN^2 ، طريقة $Bootstrap$ ، مقدر كثافة النواة (KDE) وآلة الدعم المتجهة (SVM). أظهرت النتائج التطبيقية في معالجة مياه

الشرب تفوق تقنية SVM في تصنيف البيانات بدقة، مؤكدة كفاءة الأساليب اللامعلمية في كشف الانحرافات وتعزيز أداء العمليات الإنتاجية. [3]

كما قدم Qiao، و Wang عام 2024، دراسة طوّرا فيها لوحة المجموع المتراكم متعددة المتغيرات (MCUSUM) اللامعلمية المعتمدة على دوال كيرنل (Kernel Functions)، بهدف تحسين مراقبة العمليات متعددة المتغيرات في حالات غياب المعرفة المسبقة بالتوزيع ومحدودية البيانات التاريخية. ركز البحث على رصد التغيرات المفاجئة وتحسين تحليل البيانات عالية الأبعاد، وأظهرت نتائج المحاكاة والتحليل النظري أن اللوحة المقترحة تحقق انخفاضاً في ARL_1 مع الحفاظ على ARL_0 مكافئاً للمخططات التقليدية مثل DFMGoF و SSEWMAC. كما قدم الباحثان مؤشر كفاءة جديد (KCPI) لقياس قدرة اللوحة على اكتشاف التغيرات بدقة أعلى [1].

2. مشكلة البحث

تتمثل مشكلة البحث في أن لوحات المراقبة الإحصائية التقليدية تعتمد غالباً على افتراض أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعي، مما يقلل من كفاءتها في كشف الانحرافات عند التعامل مع بيانات حقيقية لا تحقق هذا الافتراض. ومن هنا تبرز الحاجة إلى تطوير أساليب أكثر مرونة، مثل اللوحات اللامعلمية المبنية على طريقة تقدير الكثافة النواتية (KDE)، القادرة على التعامل مع توزيعات مختلفة للبيانات. لذا، تتمثل مشكلة البحث حول مدى تأثير نوع التوزيع الإحصائي للبيانات على أداء لوحات المجموع المتراكم متعددة المتغيرات.

3. أهداف البحث

يهدف هذا البحث إلى تقييم أداء لوحات المجموع المتراكم متعددة المتغيرات في كشف الانحرافات الصغيرة في متوسط العملية سواء كانت العملية إنتاجية أو خدمية أو بيئية، وذلك من خلال مقارنة اللوحات التقليدية من دون استعمال مقدر النواة، مع اللوحات اللامعلمية المبنية على مقدر النواة. يتم ذلك باستعمال ثلاث توزيعات مختلفة للبيانات ولمستويي معنوية $\alpha = 0.05, 0.1$ لقياس كفاءة كل لوحة في اكتشاف التغيرات، بالاعتماد على معيار متوسط طول التشغيل المركب المقترح (CARL) كمؤشر يوازن بين ARL_1 و ARL_0 وذلك لقياس قدرة اللوحة على اكتشاف التغيرات بدقة أعلى.

4. الإطار النظري

1.1. لوحات السيطرة على النوعية متعددة المتغيرات *Multivariate Quality Control*

تعتمد العديد من الدراسات والتطبيقات الإحصائية على لوحات السيطرة لمراقبة متغير، أو خاصية واحدة فقط في العمليات الإنتاجية. ومع ذلك، ففي الواقع العملي، تتأثر جودة المنتجات بعدة عوامل مترابطة، بدلاً من متغير واحد مستقل، مما يتطلب استعمال تقنيات أكثر تطوراً لمراقبة هذه العوامل بشكل متزامن، لذلك، تم تطوير لوحات السيطرة على النوعية متعددة المتغيرات التي تتيح مراقبة أكثر من متغير واحد وتحليله في آن واحد، مما يساعد على اكتشاف التغيرات الطفيفة التي قد تؤثر في جودة المنتج النهائي، إذ تُعد لوحة المجموع المتراكم متعددة المتغيرات (MCUSUM) من أبرز اللوحات المستعملة في هذا المجال، فهي تعتمد على تحليل التغيرات في أكثر من متغير، من خلال حساب إحصاء المجموع المتراكم، مما يتيح مراقبة العلاقة بين المتغيرات المختلفة، والتأكد من بقائها ضمن الحدود المسموح بها، كما توجد عدة مخططات لـ MCUSUM، إلا أن أكثرها شيوعاً هما المخطط الأول (MC1)، والمخطط الثاني (MC2)، والاختلاف بينهما يتمثل في ترتيب خطوات التراكم والحساب الإحصائي ويحسب كل مخطط وفق الصيغ الآتية [4] [5] [6]:

2.4. المخطط الأول (MC1)

في هذا المخطط، يتم أولاً تجميع المنتجات التي تمثل انحراف المشاهدات عن المتوسط المرجعي عبر فترة زمنية متتابعة، ثم قياس هذا الانحراف التراكمي باستعمال المسافة التربيعية، إذ يمتاز هذا المخطط بحساسية عالية تجاه التغيرات الصغيرة والمتراكمة، ولحساب مجموع الفروق بين كل مشاهدة X_i والمتجه μ_0 ، من خلال الصيغة الآتية [5]:

$$C_t = \sum_{i=t-n_t+1}^t (X_i, \mu_0) \quad (1)$$

وبما أن:

$$\frac{1}{n_t} C_t = \left(\frac{1}{n_t} \sum_{i=t-n_t+1}^t X_i \right) - \mu_0 \quad (2)$$

لمراقبة ذلك باستعمال معيار المسافة التربيعية $\|C_t\|$ ويحسب وفق الصيغة الآتية [5]:

$$\|C_t\| = \sqrt{\hat{C}_t \Sigma^{-1} C_t} \quad (3)$$

إذ إن: $\|C_t\|$: معيار المسافة، وهو مقياس مسافة يأخذ التباين والتباين المشترك بين المتغيرات في الحسبان. ولتحديد مدى انحراف العملية عن وضعها الطبيعي عبر الزمن تحسب من خلال المعادلة الآتية:

$$MC1_t = \text{Max} \{ \|C_t\| - K_{nt}, 0 \} \quad (4)$$

إذ إن: $MC1_t$ هي القيمة التي ترسم على مخطط $MCUSUM$ في الزمن t . والهدف من المعادلة (4) هو حساب مقدار الانحراف المؤكد فقط، أي في كل زمن t نحسب $MC1_t$ ، وترسم هذه القيمة على مخطط السيطرة إذا تجاوزت الحد الأعلى للسيطرة $UCL1$ نعد أن العملية خرجت عن السيطرة، ولمراقبة التغيرات المتراكمة في حالة استمرار الانحراف، ولمنع تأثير القيم القديمة إذا عاد النظام إلى طبيعته من خلال المعادلة الآتية:

$$n_t = \begin{cases} n_{t-1} + 1, & \text{if } MC1_{t-1} > 0, \\ 1, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5)$$

إذ تلعب دوراً مهماً في كيفية استمرار تعيين عملية التراكم وإعادةه. إذ إن: n_{t-1} : عدد العينات نفسه، لكن في الزمن السابق $t - 1$.

3.4. المخطط الثاني ($MC2$)

يختلف المخطط الأول عن المخطط الثاني في ان التراكم لا يكون على المتجهات مباشرة، بل على المسافات التربيعية لكل مشاهدة على حدة، ويمتاز هذا المخطط بقدرته العالية على كشف التغيرات المفاجئة والكبيرة في العملية، وتحسب المسافة التربيعية وفق الصيغة الآتية:

$$D_t^2 = (X_t - \mu_0)^T \Sigma^{-1} (X_t - \mu_0) \quad (6)$$

$$MC2_t = \text{max}\{0, MC2_{t-1} + D_t^2 - k\} \quad (7)$$

إذ إن: D_t^2 المسافة التربيعية لكل مشاهدة، X_t المتجه المشاهدة عند الزمن t ، μ_0 المتجه المرجعي المتوسط تحت السيطرة [5][6].

4.4. لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات باستعمال مقدر النواة *Multivariate CUSUM Multi-Chart*

تُعد لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات (*Multivariate CUSUM Multi-Chart*) من أحدث أساليب المراقبة الإحصائية للعمليات متعددة المتغيرات، إذ طُوِّرت لتجاوز قيود اللوحات التقليدية التي تعتمد على مخطط واحد. تقوم فكرتها على إنشاء عدة مخططات فرعية مستقلة، يُصدر النظام من خلالها إنذاراً عند أول تجاوز لحد السيطرة. وتتميز لوحة $MCUSUM$ بقدرتها العالية على كشف الانحرافات الصغيرة والمستمرة من خلال تجميع المعلومات المتراكمة عن العملية، مما يجعلها أداة فعالة في مراقبة العمليات الصناعية أو البيئية أو الخدمات المقدمة، لكونها توضح المتغيرات المسؤولة عن الانحرافات وتُسهم في اتخاذ قرارات دقيقة وسريعة [7].

5.4. مقدر النواة (*Kernel Density Estimation - KDE*)

مقدر النواة (*Kernel Density Estimation - KDE*) هو أسلوب إحصائي لا معلمي طوره (1952) Rosenblatt و (1962) Parzen ليشمل الحالات متعددة المتغيرات، ويُستعمل لتقدير دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات دون افتراض أي شكل توزيعي مسبق، مما يجعله مناسباً للبيانات التي قد لا تتبع التوزيعات التقليدية. يتميز هذا الأسلوب بدقة تقدير الخصائص الإحصائية للبيانات وسهولة التطبيق والبرمجة، ويُستعمل على نطاق واسع في التحليل البياني والإحصائي للبيانات. [8]. لنفترض أن X_1, X_2, \dots, X_n تمثل عينة عشوائية من المتغير العشوائي X ، التي تمتلك دالة كثافة احتمالية $f(x)$ غير معروفة. يمكن تقديرها باستعمال مقدر النواة (*Kernel Density Estimation*)، الذي يعبر عنه بالعلاقة الآتية [8][9]:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n k(u) \quad (8)$$

$$u = \frac{x - x_i}{h}$$

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n k\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

إذ إن: h : عرض النطاق، $K(u)$: دالة النواة التي تعمل كدالة الوزن (*Window Function*)، وهي دالة حقيقية تقوم بإزالة الانحرافات من المقدار، أي (تعديله).

أن دالة النواة المختارة تؤثر في تقدير الكثافة، إذ إن قيمة $\hat{f}(x)$ تكون كبيرة، إذا كان هنالك عدد كبير من المشاهدات تقترب من (x) ، أما إذا كان عدد المشاهدات قليلاً فإن قيمة $\hat{f}(x)$ تكون صغيرة، وفيما يأتي نذكر بعض أنواع دوال النواة (*kernel*) اللامعلمية الأكثر استعمالاً وهي [10]:

جدول (1): يبين دالة النواة المختارة (*Kernel function*)

Kernel	$K(z)$	Support
Gaussian	$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$	$(-\infty, \infty)$

Epanechnikov	$K(u) = \frac{3}{4}(1 - u^2)$	$[-1, 1]$
Laplacian	$K(u) = \frac{1}{2}e^{- u }$	$[-1, 1]$

إذ إن اختيار دوال النواة (kernel) يعد مهماً وضرورياً للحصول على مقدرات تتقارب من الخواص الإحصائية وإن اختيار عرض الحزمة (Bandwidth) مهم، ولا يقل أهمية عن اختيار دالة النواة الأفضل، لأنه يؤثر في التباين والتحيز [11][12]

1.5.4. اختيار عرض الحزمة (Selection of Band Width)

يُعد اختيار عرض الحزمة (المعروف أيضاً بمعلمة التمهيد Smoothing Parameter) من العوامل الأساسية في التقدير الإحصائي اللامعلمية، إذ يؤثر بشكل مباشر في جودة تقدير دالة الكثافة الاحتمالية عند استعمال مقدر النواة (Kernel Estimation)، ويؤدي عرض الحزمة دوراً مهماً في تحقيق التوازن بين التحيز (Bias)، والتباين (Variance) في التقدير، ويُعبّر التحيز عن مدى انحراف التقدير عن التوزيع الحقيقي، في حين يُشير التباين إلى درجة التغير في التقدير مع تغير العينة. يمكن تلخيص التأثير في التقدير الإحصائي، وهناك عدة طرائق وضعت لتكون قادرة على الحصول على معلمة التمهيد (عرض الحزمة h) الأمثل، ويفضل استعمال طريقة المربعات الصغرى للعبور الشرعي، وذلك لسهولة حسابها، وهيكلتها لأي لوحة سيطرة إحصائية متعددة المتغيرات، لكونها الأكثر استعمالاً من خلال تصغير مربع الخطأ التكاملي (Integrated Squared Error)، وتكمن أهمية هذه العملية في استعمال الطريقة المناسبة التي توازن بين التباين، والانحياز، إذ تقلل نسبة الخطأ الكلي قدر الإمكان. لذا، يُعتمد على عدد من الطرائق الإحصائية لحساب عرض الحزمة الأمثل، ومن أهمها: طريقة المربعات الصغرى للعبور الشرعي [10][13][12].

2.5.4. طريقة المربعات الصغرى للعبور الشرعي (Least Squared Cross Validation – LSCV)

تُعدّ طريقة المربعات الصغرى للعبور الشرعي (LSCV) من أكثر الطرائق التطبيقية شيوعاً لتقدير عرض الحزمة. وقد طُرحت هذه الطريقة لأول مرة من قبل Rudemo (1982) عبر مقياس الخطأ التكاملي المربع (Integrated Squared Error – ISE)، ثم طُوّرها Bowman (1984) باعتبارها واحدة من أفضل الأساليب الإحصائية لاختيار القيمة المثلى لعرض الحزمة. ويُعرّف مقياس الخطأ التكاملي بالصيغة الآتية [13]:

$$ISE(h) = ISE(\hat{f}_h(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{f}(x) - f(x)]^2 dx \quad (10)$$

إذ إن $f(x)$ لا تعتمد على معلمة التمهيد h
وأن $\hat{f}(x)$ هو مقدر دالة الكثافة:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n k\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (11)$$

ولكي نحدد قيمة h بصورة دقيقة من خلال معرفة فرق القيمة الحقيقية $f(x)$ عن القيمة المقدرة $\hat{f}_h(x)$ وكلما اقتربت كانت قيمة h أفضل لذا تم استعمال مقياس ISE وبتبسيط معادلة (10) وفتح التربيع نحصل:

$$ISE = \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{f}_h(x)]^2 dx - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_h(x) f(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx \quad (12)$$

وبعد التبسيط باستعمال التكامل واستعمال دالة الالتفاف لدالة النواة $k * k(u)$ كالآتي:

$$k * k(u) = \int k(u) * k(u) + R(k) \quad (13)$$

وبعد استعمال دالة الالتفاف والتخلص من التكامل وإجراء بعض العمليات الحسابية تصبح كالآتي:

$$LSCV(h) = \frac{1}{n^2 h^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k * k\left(\frac{x_i - x_j}{n}\right) \quad (14)$$

وبالتعويض نحصل على [10][11]:

$$LSCV(h) = \frac{1}{n^2 h^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k * k\left(\frac{x_i - x_j}{n}\right) - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_{-i}(x_i) \quad (15)$$

$$h LSCV(h) h_{LSCV} = \operatorname{argmin} \quad (16)$$

3.5.4 آلية عمل لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات MCUSUM باستعمال مقدر النواة

تُعدّ طريقة حديثة لكونها تعتمد على مقدر النواة لبناء لوحات سيطرة متعددة المتغيرات غير معتمدة على التوزيع. وبناء على المشاهدات السابقة m ، يقدر متجه المتوسط قبل التغير ($\hat{\mu}_0$) في حين متوسط ما بعد التغير (μ_1) يبقى مجهولاً عادة في بيئة المراقبة اللحظية، ولمواجهة هذه المشكلة نفترض وجود مجال ممكن لقيم μ_1 يرمز له بـ D ، مستندين إلى البيانات السابقة، أو الخلفية النظرية للبيانات، ومن هذا المجال يتم اختيار C متجهات مرجعية ممكنة لما بعد التغير ترمز بـ μ_1^k حيث $1 \leq k \leq c$ يهدف إلى تغطية

احتمالات مختلفة من التحولات المحتملة في البيانات، ويدمج هذه المتجهات المرجعية مع دالة النواة المناسبة لتنشئ مخططات فرعية متعددة لاكتشاف التغيرات .

إذ يعرف المخطط الكلي T_{MC} وفق الصيغة الآتية:

$$T_{MC} = \min_{1 \leq k \leq c} T_k \quad (17)$$

ويعرف المخطط الفرعي T_k وفق الصيغة الآتية:

$$T_k = \min \left\{ 1 \leq n \leq N: \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=j}^n \ln \frac{k(X_i, \mu_1^k)}{k(X_i, \hat{\mu}_0)} > d_n^k \right\} \quad (18)$$

إذ إن: T_{MC} إحصاء لوحة $MCUSUM$ متعددة المتغيرات، T_k قيمة اختبار فردي في اللوحة، d_n^k : حد السيطرة للمخطط الفرعي T_k عند المشاهدة n [7][1].

4.5.4. دوال النواة المستعملة في لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات $MCUSUM$

تعتمد لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات $MCUSUM$ على تعريف دالة النواة المناسبة، التي تمكننا من بناء إحصائيات قوية وفعالة، تُستعمل في اكتشاف التغيرات داخل البيانات المتعددة المتغيرات. بناءً على هذه الدالة، تُطور لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات المستندة إلى دوال النواة، مع تحليل الخصائص النظرية، لضمان استقرار أدائه ودقته في التنبؤ بالتغيرات. ويشمل ذلك دراسة مدى حساسية المخطط للتغيرات الطفيفة، بالإضافة إلى تحليل خواصه الرياضية، لضمان موثوقيته في التطبيقات العملية. وقد جرى الاعتماد في هذه الدراسة على ثلاث دوال وهي: نواة $Gaussian$ ، ونواة $Laplace$ ، ونواة $Epanechnikov$ ، لخصائصهما المفيدة في تحليل البيانات، إذ تمتاز نواة $Gaussian$ بقدرتها على التعامل مع التغيرات التدريجية، في حين تُستعمل نواة $Epanechnikov$ و $Laplace$ ، لاكتشاف التغيرات السريعة، والمفاجئة [1].

1.4.5.4 دالة النواة $Gaussian$

وتحسب وفق الصيغة الآتية:

$$K_{G,h}(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{2h^2}\right) \quad (19)$$

إذ ان: $\|x - y\|^2$: مربع المسافة الإقليدية بين النقطتين x, y ، h : عرض الحزمة ($Bandwidth$).

2.4.5.4 دالة النواة $Laplace$:

وتحسب وفق الصيغة الآتية [14][6][1]:

$$K_{L,h}(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|}{h}\right) \quad (20)$$

3.4.5.4 دالة النواة $Epanechnikov$

دالة النواة $Epanechnikov$ تكون حسب الصيغة الآتية:

$$K_{E,h}(x, y) = \left(1 - \frac{\|x - y\|^2}{h^2}\right) \quad (21)$$

6.4 حساب حد التحكم الديناميكي (d_n^k)

يُعد حد التحكم الديناميكي مفهوماً إحصائياً أساسياً في تصميم لوحة المجموع المتراكم متعددة المتغيرات ($MCUSUM$)، إذ يُستخدم لتحديد النقطة التي تُصدر عندها إشارة بوجود تغير في العملية. يتميز هذا الحد بمرونته وتغيره مع الزمن وعدد المشاهدات، مما يجعله مناسباً للعمليات المتغيرة. في البداية يُعَيَّن حد تحكم أولي للكشف المبكر عن التغيرات، ثم يُعدَّل تدريجياً وفق أداء العملية. ويُحدد هذا الحد بطريقة غير مباشرة عبر المعايرة الإحصائية ($Statistical Calibration$) باستعمال محاكاة مونت كارلو للوصول إلى قيمة تحقق متوسط طول تشغيل مستهدف (ARL_0). وبهذا يُستنتج الحد تجريبياً لتحقيق توازن بين سرعة اكتشاف الانحرافات وتقليل الإنذارات الكاذبة [5][7][1].

7.4 معيار متوسط طول التشغيل المركب المقترح $CARL$

في هذه الدراسة تم اقتراح معيار مركب، يجمع بين الدقة في تحقيق ARL_0 ، والقوة في سرعة اكتشاف الإنذارات الكاذبة المتمثلة بـ ARL_1 . إذ يقوم هذا المعيار على الموازنة بين أصغر قيمة لـ ARL_1 التي تعكس سرعة اكتشاف الانحرافات، ومدى قرب القيمة المقدرة لـ ARL_0 من المتوسط المستهدف. ويُعرَّف هذا المعيار بالصيغة الآتية:

$$CARL = \omega_0 * ARL_{0-der} + \omega_1 * ARL_{1-rel} \quad (22)$$

إذ إن: ω_0 : يستعمل لقياس دقة ARL_0 ، ω_1 : يستعمل لقياس سرعة الاكتشاف المرتبطة بـ ARL_1 ، أي يعطي وزناً لسرعة الاكتشاف، ARL_{0-der} : انحراف ARL_0 المحسوبة عن القيمة المستهدفة ($ARL_{0-target}$) عند (α) ، ARL_{1-rel} : النسبة لمعدل سرعة الاكتشاف لكل لوحة.

ويحسب ARL_{0-der} وفق الصيغة الآتية:

$$ARL_{0-der} = \frac{|ARL_{0-target} - ARL_{0-المحسوبة}|}{ARL_{0-target}} \quad (23)$$

ويحسب ARL_{1-rel} وفق الصيغة الآتية:

$$ARL_{1-rel} = \frac{ARL_1}{\min(ARL_1)} \quad (24)$$

5. الجانب التجريبي

يتضمن الجانب التجريبي (Simulation)، دراسة لوحات المجموع المترام متعددة المتغيرات التقليدية، و اللامعلمية المبنية على مقدر النواة (KDE)، ولثلاث توزيعات مختلفة هي: التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات، وتوزيع كاما متعدد المتغيرات، وتوزيع مربع كاي متعدد المتغيرات، وبمستوي معنوية $\alpha = 0.05, 0.1$ وتم تنفيذ التجارب باستعمال عدد تكرارات (1000) مرة لضمان دقة النتائج وتقليل التباين الإحصائي، وباستعمال ثلاث متغيرات $p=3$ ، وبحجوم عينات مختلفة $n=50, 100$ ، وذلك لغرض مقارنة أدائهما في الكشف عن الانحرافات من خلال معيار متوسط طول التشغيل المركب المقترح CARL، وتهدف هذه المحاكاة إلى تقييم كفاءة اللوحات في اكتشاف الانحرافات الطفيفة تحت توزيعات مختلفة، وتحليل تأثير نوع التوزيع ومستوى المعنوية في أداء كل لوحة، فضلاً عن استعمال برنامج R لمعرفة دقة ونتائج اللوحات المستعملة وإي اللوحات أكثر كفاءة ودقة في كشف الانحرافات المفاجئة الصغيرة في العملية.

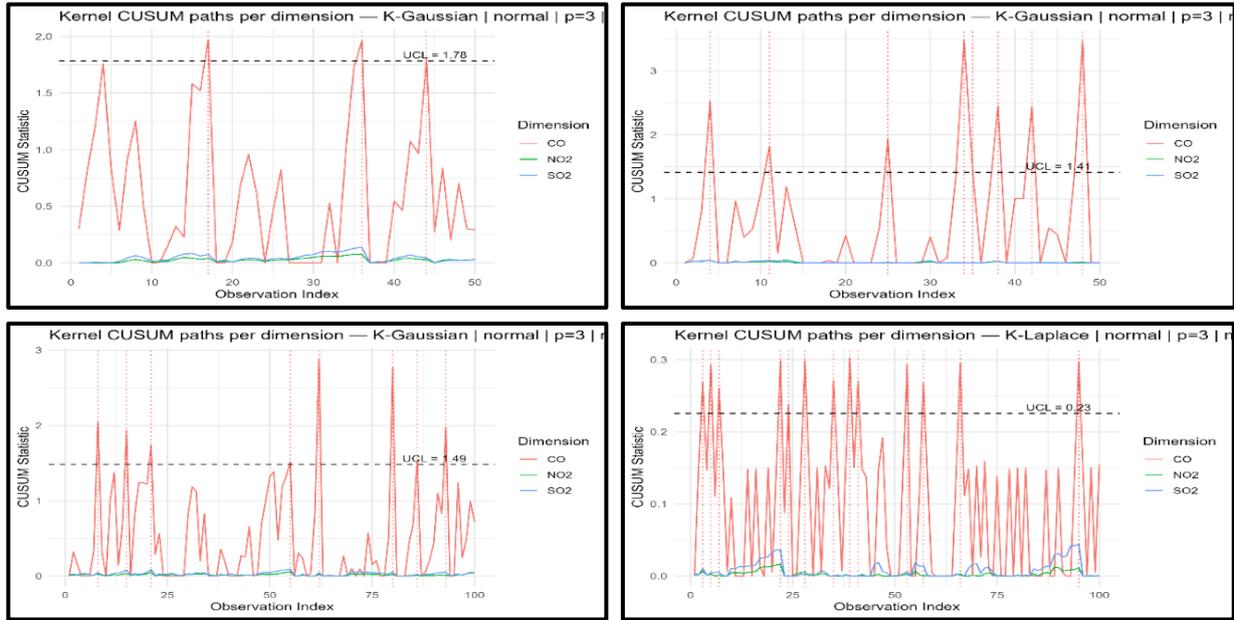
6. نتائج المحاكاة

1.6 في حالة التوزيع الطبيعي

جدول (2) نتائج لوحات السيطرة في حالة التوزيع الطبيعي، وعدد متغيرات $p=3$ ، وبحجمي العينة $n=50, 100$:

n	chart	alpha	target ARL ₀	H	UCL	ARL ₀	ARL ₁	CARL	Best
50	MC1	0.05	20		4.1298	26.98	20.36	0.7926	
	MC2	0.05	20		12.4610	17.44	47.36	1.3650	
	K-Gaussian	0.05	20	0.055	1.7832	23.16	11.14	0.4106	K-Gaussian
	K-Laplace	0.05	20	0.036	1.5360	23.48	11.74	0.4380	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.138	1.2510	16.04	12	0.4618	
	MC1	0.1	10		3.0617	11.68	9.56	0.5817	
	MC2	0.1	10		7.3344	9.02	8.68	0.4900	
	K-Gaussian	0.1	10	0.049	1.4136	9.64	6.58	0.3446	K-Gaussian
	K-Laplace	0.1	10	0.046	0.8213	7.32	6.18	0.4876	
	K-Epanechnikov	0.1	10	0.147	0.4942	11.74	7.56	0.4888	
100	MC1	0.05	20		4.1832	19.16	17.08	0.4002	
	MC2	0.05	20		13.8153	24.46	21.92	0.6319	
	K-Gaussian	0.05	20	0.058	1.4854	20.82	13.82	0.3287	K-Gaussian
	K-Laplace	0.05	20	0.105	0.6260	30.72	17.16	0.7477	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.197	0.4588	20.26	15.38	0.3430	
	MC1	0.1	10		2.9397	12.94	10.44	0.6677	
	MC2	0.1	10		6.1135	8.4	9.28	0.5226	
	K-Gaussian	0.1	10	0.148	0.1438	8.66	6.78	0.3938	K-Laplace
	K-Laplace	0.1	10	0.171	0.2256	9.7	8.1	0.3794	
	K-Epanechnikov	0.1	10	0.109	0.9385	11.52	8.26	0.4719	

يتضح من نتائج الجدول (2) أن أداء لوحات المجموع المتراكم متعددة المتغيرات يختلف تبعاً لحجم العينة، ونوع دالة النواة المستعملة. فقد أظهرت النتائج أن اللوحات التقليدية (MC1, MC2) سجلت قيماً أعلى للمعيار المركب المقترح، مما يعني ضعف قدرتها النسبية في الكشف المبكر عن الانحرافات، مقارنةً باللوحات المعتمدة على مقدر النواة. فعند العينات الصغيرة (n=50) كانت لوحة K-Gaussian هي الأفضل عند مستوى معنوية $\alpha=0.1, 0.05$ ، ومتوسط مستهدف $target ARL_0 = 10, 20$ إذ حققت أدنى قيم للمعيار المركب المقترح (0.41, 0.34)، مع توازن واضح بين ARL_0 و ARL_1 ، مما يعكس دقتها في السيطرة وتقليل احتمالية إصدار إنذارات كاذبة مع سرعة الاستجابة للانحرافات. أما عند العينات المتوسطة (n=100) وبمستوى معنوية $\alpha=0.05$ ، ومتوسط مستهدف $target ARL_0 = 20$ فقد تفوقت لوحة K-Gaussian بشكل ملحوظ أيضاً على بقية اللوحات، إذ أعطت أقل قيمة للمعيار المركب المقترح (0.32)، وسجلت مستويات مثالية لمتوسط طول التشغيل قريبة من متوسط طول التشغيل المستهدف، أما في حالة (n=100) ومستوى معنوية $\alpha=0.1$ ومتوسط مستهدف $ARL_0 = 10$ كانت لوحة K-Laplace هي الأفضل من حيث تحقيق أقل قيمة للمعيار المركب المقترح (0.37).



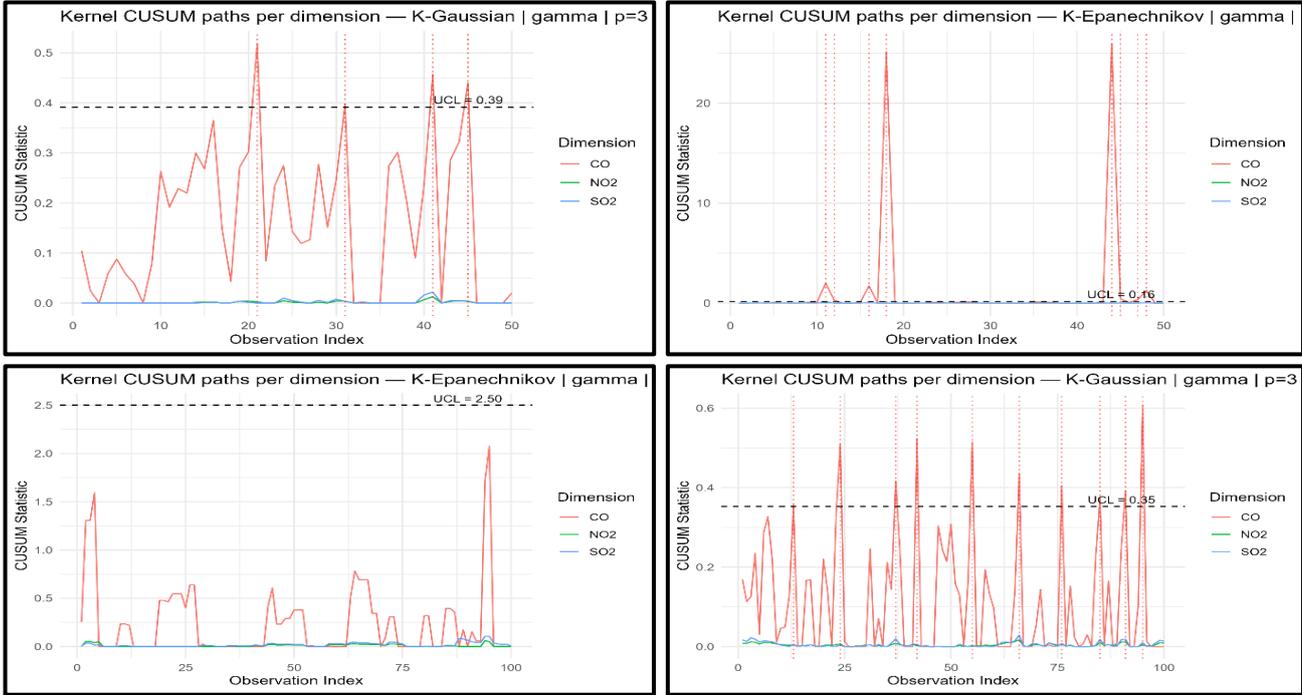
الشكل (1) يبين نتائج أداء لوحات السيطرة عندما يكون التوزيع طبيعياً، وعدد المتغيرات $P=3$ ، وبحجمي العينة $n=50, 100$ ومستوى المعنوية $(\alpha=0.05, 0.1)$

2.6 في حالة توزيع كاما

جدول (3) نتائج لوحات السيطرة في حالة توزيع كاما، وعدد متغيرات $P=3$ ، وبحجمي العينة $n=50, 100$:

n	chart	alpha	target ARL_0	h	UCL	ARL_0	ARL_1	CARL	Best
50	MC1	0.05	20		4.175	26.22	21.58	0.856	K-Gaussian
	MC2	0.05	20		13.193	37.04	19.14	1.162	
	K-Gaussian	0.05	20	0.122	0.391	21.5	13.94	0.464	
	K-Laplace	0.05	20	0.056	0.879	14.22	10.14	0.502	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.148	0.938	25.96	11.86	0.559	
	MC1	0.1	10		2.802	12.08	7.9	0.561	K-Epanechnikov
	MC2	0.1	10		7.822	12.16	13.12	0.841	
	K-Gaussian	0.1	10	0.089	0.391	13.36	5.7	0.535	
	K-Laplace	0.1	10	0.144	0.235	12.7	6.82	0.547	
	K-Epanechnikov	0.1	10	0.216	0.157	9.42	6.6	0.387	
100	MC1	0.05	20		4.160	25.4	20.46	0.672	K-Epanechnikov
	MC2	0.05	20		13.681	19.36	21.48	0.529	
	K-Gaussian	0.05	20	0.16	0.220	19.76	13.86	0.335	
	K-Laplace	0.05	20	0.138	0.364	21.74	12.7	0.360	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.109	2.500	19.98	14.16	0.335	
	MC1	0.1	10		2.817	12.18	7.78	0.482	K-Gaussian
	MC2	0.1	10		6.525	10.24	7.18	0.321	
	K-Gaussian	0.1	10	0.097	0.352	9.98	7.54	0.320	
	K-Laplace	0.1	10	0.083	0.469	12.94	8.24	0.554	
	K-Epanechnikov	0.1	10	0.105	0.591	8.36	7.08	0.414	

أوضحت نتائج الجدول (3) أن أداء اللوحات، وحسب المعيار المقترح يختلف تبعاً لحجم العينة، ومستوى المعنوية. في حالة العينات الصغيرة $n=50$ كانت لوحة K-Gaussian هي الأفضل بمستوى معنوية $\alpha=0.05$ وبمتوسط مستهدف $ARL_0=20$ target إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح (0.46)، بينما تفوقت لوحة K-Epanechnikov عند مستوى معنوية $\alpha=0.1$ ، ومتوسط مستهدف $ARL_0=10$ target، إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح (0.38). أما في حالة العينات المتوسطة $n=100$ ، فقد برزت لوحة K-Epanechnikov أيضاً عند مستوى معنوية منخفض $\alpha=0.05$ ، ومتوسط مستهدف $ARL_0=20$ target، أما عند العينات المتوسطة $n=100$ ، ولمستوى معنوية $\alpha=0.1$ ، ومتوسط مستهدف $ARL_0=10$ target فقد كانت لوحة K-Gaussian هي الأفضل أداء إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح.



الشكل (2) يبين نتائج أداء لوحات السيطرة عندما يكون توزيع كاما، وعدد المتغيرات $P=3$ ، وبحجمي العينة $n=50,100$ ومستوى المعنوية $(\alpha=0.05,0.1)$

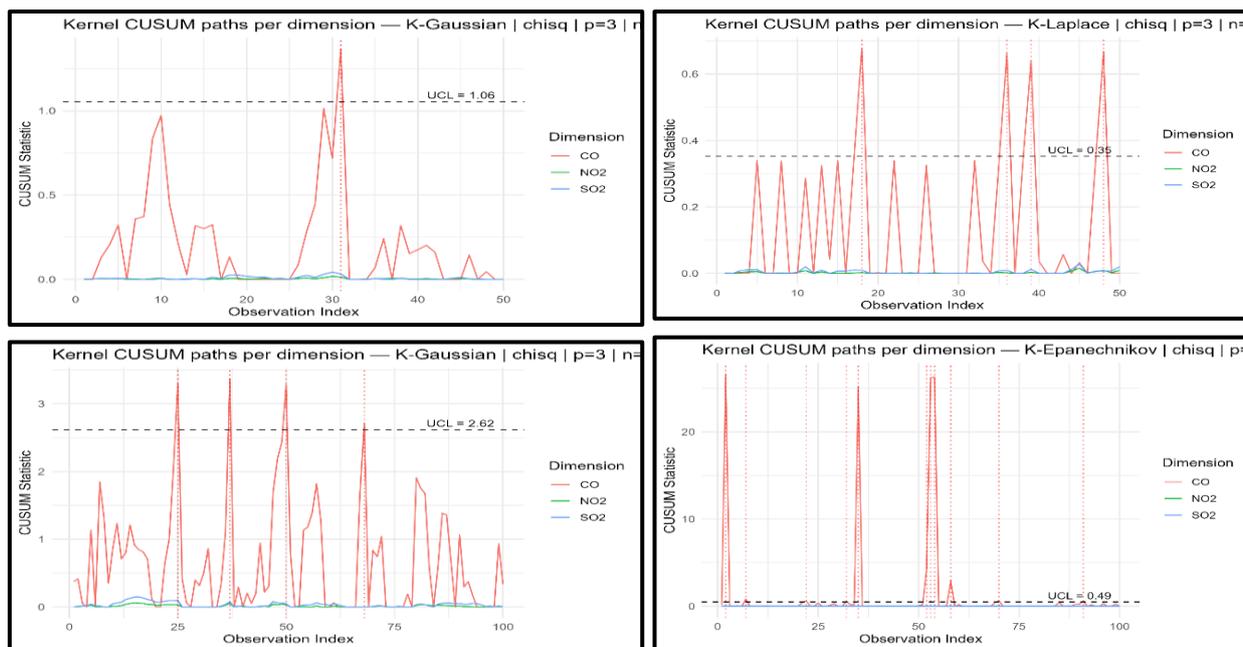
3.6 في حالة توزيع مربع كاي

جدول (4) نتائج لوحات السيطرة في حالة توزيع مربع كاي، وعدد متغيرات $P=3$ ، وبحجمي العينة $n=50,100$:

n	chart	alpha	target ARL_0	h	UCL	ARL_0	ARL_1	CARL	Best
50	MC1	0.05	20		4.160	17.16	19.06	0.693	K-Gaussian
	MC2	0.05	20		11.728	15.76	18.3	0.719	
	K-Gaussian	0.05	20	0.074	1.055	18.68	9.62	0.346	
	K-Laplace	0.05	20	0.063	0.762	17.7	13.4	0.498	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.263	0.220	17.24	10.34	0.419	
	MC1	0.1	10		2.939	9.06	8.6	0.545	K-Laplace
	MC2	0.1	10		6.845	11.98	8.26	0.599	
	K-Gaussian	0.1	10	0.138	0.167	10	5.88	0.327	
	K-Laplace	0.1	10	0.087	0.352	9.76	5.38	0.316	
	K-Epanechnikov	0.1	10	0.124	0.430	7.78	7.72	0.585	
100	MC1	0.05	20		3.916	25.42	21.2	0.773	K-Gaussian
	MC2	0.05	20		11.721	24.54	15.64	0.589	
	K-Gaussian	0.05	20	0.046	2.618	20.94	10.9	0.332	
	K-Laplace	0.05	20	0.147	0.396	28.88	12.18	0.646	
	K-Epanechnikov	0.05	20	0.136	1.250	18.52	13.26	0.416	K-Epanechnikov
	MC1	0.1	10		3.000	10.98	11.68	0.593	
	MC2	0.1	10		6.845	11.04	13.64	0.685	
	K-Gaussian	0.1	10	0.144	0.157	7.12	6.68	0.501	
K-Laplace	0.1	10	0.054	0.665	10.76	8	0.412		

K-Epanechnikov	0.1	10	0.134	0.489	10.2	8.76	0.407	
----------------	-----	----	-------	-------	------	------	-------	--

أوضحت نتائج الجدول (4) أن أداء اللوحات وحسب المعيار المقترح يختلف تبعاً لحجم العينة، ومستوى المعنوية، ونوع التوزيع المفترض، وعدد المتغيرات. في حالة العينات الصغيرة $n=50$ ، كانت لوحة K-Gaussian هي الأفضل عند مستوى معنوية $\alpha=0.05$ ، ومتوسط مستهدف $ARL_0=20$ إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح، أما عند حجم العينة نفسه، وعند مستوى معنوية أعلى $\alpha=0.1$ ومتوسط مستهدف $ARL_0=10$ فقد كانت لوحة K-Laplace هي الأفضل إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح. أما في حالة العينات المتوسطة $n=100$ ، وبمستوى معنوية $\alpha=0.05$ ، ومتوسط مستهدف $ARL_0=20$ ، فكانت لوحة K-Gaussian هي الأفضل إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح، أي بينت توازناً بين ARL_0, ARL_1 على التوالي، وعند حجم العينة $n=100$ ، ومستوى معنوية أكبر $\alpha=0.1$ ، ومتوسط مستهدف أقل $ARL_0=10$ كانت لوحة K-Epanechnikov هي الأفضل إذ حققت أقل قيمة للمعيار المقترح.



الشكل (3) يبين نتائج أداء لوحات السيطرة عندما يكون توزيع مربع كاي، وعدد المتغيرات $P=3$ ، وبأحجام العينات $n=50, 100$ ومستوى المعنوية $(\alpha=0.05, 0.1)$.

7. الاستنتاجات

- 1- أظهرت نتائج المحاكاة، باستعمال توزيعات مختلفة (كاما، طبيعي، مربع كاي) وأحجام عينات (50، 100) ومستويات معنوية (0.05، 0.1)، أن اللوحات المعتمدة على دوال النواة (Laplace، Gaussian، Epanechnikov) تفوقت على أداء اللوحات التقليدية ($MC2, MC1$) وفق المعيار المركب CARL الذي يوازن بين دقة ARL_0 وسرعة الكشف ARL_1 .
- 2- من خلال نتائج الدراسة تبين أن لوحات المجموع المتراكم متعددة المخططات تمتاز بقدرتها على تحديد المتغير المسبب للانحراف، بخلاف اللوحات التقليدية التي تكتفي بالكشف عن الانحراف الكلي، مما يجعلها أكثر كفاءة وفاعلية في مراقبة العمليات.
- 3- أظهرت نتائج المحاكاة تفوق دالة النواة Gaussian من حيث الكفاءة والحساسية للانحرافات الصغيرة إذ تفوقت في 7 حالات عند مستويات معنوية مختلفة وأحجام عينات مختلفة، تلتها Epanechnikov بأداء متقارب وتفوقت في 3 حالات، ثم Laplace التي كانت الأقل كفاءة نسبياً في الكشف عن التغيرات في 2 حالات فقط.
- 4- أظهرت نتائج المحاكاة أن المعيار المركب المقترح CARL أكثر دقة في تقييم أداء اللوحات من الاعتماد على ARL_1 فقط، لأنه يوازن بين ARL_0 و ARL_1 . كما بينت النتائج تفوق اللوحات المبنية على مقدر النواة (Laplace، Gaussian)، Epanechnikov في تحقيق قيم CARL أكثر توازناً واقتراباً من المستوى المستهدف، مقارنة باللوحات التقليدية ($MC1, MC2$) التي أظهرت حساسية أقل وكشفاً أبطأ للتغيرات.

8. التوصيات

- 1- استعمال لوحات السيطرة متعددة المخططات عند التعامل مع بيانات غير تابعة للتوزيع الطبيعي، لأنها أثبتت كفاءة أعلى حتى في حالة التوزيع الطبيعي، مقارنة باللوحات التقليدية.
- 2- اعتماد المعيار المركب المقترح (CARL) في الدراسات المستقبلية لكونه، يوازن بدقة بين ARL_0 للاستقرار وتقليل الإنذارات الكاذبة، و ARL_1 لسرعة الكشف عن الانحرافات.
- 3- تطبيق لوحة المجموع المتراكم متعددة المخططات باستعمال مقدر النواة لقدرتها على تحديد المتغير المسبب بخروج المشاهدات، مما يقلل الوقت اللازم للتحقيق والتصحيح وتخفض التكاليف الناتجة عن الانحرافات.

9. مواد تكميلية
(لا يوجد).

10. مساهمات المؤلفين
سهاد رافع صالح : صمم البحث مع كتابته، نبأ نعيم مهدي: اشراف على البحث وتعديلاته.

11. التمويل
(لا يوجد).

12. بيان توافر البيانات
(لا يوجد).

13. شكر وتقدير
(لا يوجد).

14. تضارب المصالح
يُعلن المؤلفون عدم وجود أي تضارب في المصالح.

References

- [1] Qiao, L., & Wang, B. (2024). Kernel-Based Multivariate Nonparametric CUSUM Multi-Chart for Detection of Abrupt Changes. *Mathematics*, 12(10), 1473. <https://doi.org/10.3390/math12101473>
- [2] Liu, L., Yue, J., Lai, X., Huang, J., & Zhang, J. (2019). "Multivariate nonparametric chart for influenza epidemic monitoring". *Scientific Reports*, Vol. 9, Article 17472. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-53908-6>
- [3] Enad, F. H. (2020). Using Some Multivariate Non-Parametric Control Chart Methods in Quality Control with a Practical Application (Unpublished master's thesis). University of Baghdad.
- [4] Fallahnezhad, M.S., & Ghalichehbafe, A. (2023). "A review on the MCUSUM charts in detecting the shifts of the process with comparison study". *International Journal of Innovation in Engineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 30-38. <https://doi.org/10.22105/ijie.2023.364491.1325>
- [5] Hamed, M. S., Mansour, M. M., & Abd Elrazik, E. M. (2016). MCUSUM control chart procedure: Monitoring the process mean with application. *Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications*, 16(1), 105–132. <https://doi.org/10.4314/jstat.v16i1.6>
- [6] Montgomery, D. C. (2009). "Introduction to statistical quality control ". John Wiley & Sons <https://doi.org/0470233975 / 978-0470169922>
- [7] Qiao, L.; Han, D. (2021). "CUSUM multi-chart for detecting unknown abrupt changes under finite measure space for network observation sequences". *Statistics*, 2021, 55, 489–513. <https://doi.org/10.1080/02331888.2021.1963236>
- [8] Parzen, E. (1962). 'On estimation of a probability density function and mode', *Ann. Stat.* Vol.33, PP1065–1076. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177704402>
- [9] Rosenblatt, M. (1956). 'Remarks on some nonparametric estimates of a density function', *Ann. Math. Stat.* Vol. 27, NO. 3, PP.832–837. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177728270>
- [10] Hammood, M. Y. (2005). A Comparison of Non-Parametric Estimators for Estimating Probability Density Functions (Unpublished doctoral dissertation). College of Administration and Economics, University of Baghdad.
- [11] Silverman, B.W. (1986). "Density estimation for statistics and data analysis", Chapman and Hall, Londo. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-3463-7>
- [12] Turlach, B. A. (1993). "Bandwidth Selection in Kernel Density Estimation: A Review". C.O.R.E. et Institut de Statistique. Université Catholique de Louvain.
- [13] Abdel, R. and Jetter, J. (2010). "A Simulation Study For The Bandwidth Selection In The Kernel Density Estimation Based On The Exact and the Asymptotic MISE", *Pak. J. Statist.*, Vol. 26, No. (1), pp. 239–265. <https://doi.org/10.18187/pjs.v26i1.137>
- [14] Hotelling, H. Multivariate quality control—Illustrated by the air testing of sample bombsights. In *Techniques of Statistical Analysis*; Eisenhart, C., Hastay, M.W., Wallis, W.A., Eds.; McGraw-Hill: New York, NY, USA, 1947; pp. 111–184.

المصادر

- [1] تشياو، ل.، ووانغ، ب. (2024). لوحة CUSUM متعددة لا معلمية متعددة المتغيرات قائمة على النواة للكشف عن التغيرات المفاجئة. الرياضيات (Mathematics)، 12، 1473. <https://doi.org/10.3390/math12101473>
- [2] ليو، ل.، ويو، ج.، ولاي، ش.، وهوانغ، ج.، وتشانغ، ج. (2019). لوحة مراقبة لامعلمية متعددة المتغيرات لمراقبة وباء الإنفلونزا. التقارير العلمية (Scientific Reports)، المجلد 9، المقالة 17472. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-53908-6>.

- [3] عناد، فهد حسين. (2020). استعمال بعض أساليب اللوحات اللامعلمية متعددة المتغيرات في السيطرة النوعية مع تطبيق عملي (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة بغداد.
- [4] فلاح نژاد، م. س.، وقليچمباغ، أ. (2023). مراجعة حول لوحات المراقبة MCUSUM في الكشف عن تحولات العملية مع دراسة مقارنة. المجلة الدولية للابتكار في الهندسة (International Journal of Innovation in Engineering) ، المجلد 3، العدد 2، الصفحات 30-38. <https://doi.org/10.22105/ijie.2023.364491.1325>
- [5] حامد، م. س.، ومنصور، م. م.، وعبد الرازق، إ. م. (2016). إجراء لوحة المراقبة: MCUSUM مراقبة متوسط العملية مع تطبيق. مجلة الإحصاء: التطورات في النظرية والتطبيقات (Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications) ، المجلد 16(1)، 105-132. <https://doi.org/10.4314/jstat.v16i1.6>
- [6] مونتميري، د. س. (2009). مقدمة في المراقبة النوعية الإحصائية. جون وايلي وأولاده. <https://doi.org/0470233975/978-0470169922>
- [7] تشياو، ل.، وهان، د. (2021). لوحة CUSUM متعددة للكشف عن التغيرات المفاجئة غير المعروفة تحت فضاء قياس محدود لتسلسلات مراقبة الشبكة. الإحصاء (Statistics) ، 55، 489-513. <https://doi.org/10.1080/02331888.2021.1963236>
- [8] بارزين، إ. (1962). حول تقدير دالة الكثافة الاحتمالية والمنوال. حوليات الإحصاء (Ann. Stat.) ، المجلد 33، الصفحات 1065 - 1076. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177704402>
- [9] روزنبلات، إم. (1956). ملاحظات حول بعض المقدرات اللامعلمية لدالة الكثافة. حوليات الإحصاء الرياضي (Ann. Math. Stat.) ، المجلد 27، العدد 3، الصفحات 832-837. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177728270>
- [10] حمود، مناف يوسف. (2005). مقارنة المقدرات اللامعلمية لتقدير دوال الكثافة الاحتمالية (أطروحة دكتوراه غير منشورة). كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- [11] سيلفرمان، ب. دبليو. (1986). تقدير الكثافة للإحصاء وتحليل البيانات. تشابمان وهال، لندن. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-3463-7>
- [12] تورلاخ، ب. أ. (1993). اختيار عرض النطاق في تقدير كثافة النواة: مراجعة. مركز عمليات البحوث الأوروبية ومعهد الإحصاء. الجامعة الكاثوليكية في لوفان.
- [13] عبد، رعد، وجبتر، ج. (2010). دراسة محاكاة لاختبار عرض النطاق في تقدير كثافة النواة بناءً على خطأ التكامل التربيعي المتوسط الدقيق والمتقارب. مجلة الإحصاء الباكستانية (Pak. J. Statist.) ، المجلد 26، العدد 1(1)، الصفحات 239-265. <https://doi.org/10.18187/pjs.v26i1.137>
- [14] هوتلنج، ه. (1947). المراقبة النوعية متعددة المتغيرات—توضيح باختبار القنابل العنقودية العينية الجوي. في تقنيات التحليل الإحصائي؛ أيزنهاو، سي.، هاساي، إم. دبليو.، واليس، دبليو. أ. (محررون)؛ ماكجرو-هيل: نيويورك، نيويورك، الولايات المتحدة الأمريكية، الصفحات 111-184.

<https://doi.org/10.31272/jae.i151.1480>

<https://admics.uomustansiriyah.edu.iq>

P-ISSN: 1813-6729 E-ISSN: 2707-1359

JAE

OPEN ACCESS

The Use of Simulation to Compare Parametric and Nonparametric Multivariate CUSUM Charts under Different Statistical Distributions.

Suhad Rafie Saleh

Dept. of Statistics, College of Administration and Economics, Mustansiriyah University, Baghdad, Iraq.

Email: suhad.rafie@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID <https://orcid.org/0009-0002-8126-7008>

Nabaa Naeem Mahdi

Dept. of Statistics, College of Administration and Economics, Mustansiriyah University, Baghdad, Iraq.

Email: nabaanaeemahdi@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1177-5111>

Article Information

Article History:

Received: 23 / 10 / 2025

Revised: 18 / 01 / 2026

Accepted: 26 / 01 / 2026

Available Online: 01 / 03 / 2026

Pages no: 16 – 27

Keywords:

Multivariate CUSUM chart, Kernel Estimator, Gaussian, Laplace, Least Squares Cross-Validation (LSCV), ARL criterion.

Correspondence:

Researcher name:

Suhad Rafie Saleh

Email:

suhad.rafie@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract

Quality control is an essential statistical tool for monitoring and analysing the quality of production and service processes. Its primary objective is to detect, as early as possible, any deviations in the process under study. In this research, a simulation approach was employed to study the performance of parametric (MC1, MC2) and nonparametric kernel-based Multivariate Cumulative Sum (MCUSUM) control charts under three statistical distributions: multivariate normal, multivariate gamma, and multivariate chi-square. The efficiency of the two charts was evaluated using the proposed Composite Average Run Length (CARL) criterion across various mean-shift magnitudes. The results revealed that the nonparametric chart based on the kernel estimator was better at detecting small and moderate shifts. In contrast, the parametric chart was slower to identify deviations and process changes. Moreover, a comparison of the three kernel functions (Gaussian, Laplace, and Epanechnikov) showed that the Gaussian kernel was the most efficient at detecting small shifts, followed by the Epanechnikov kernel. In contrast, the Laplace kernel showed the lowest efficiency in this aspect. These findings indicate that both the choice of statistical distribution and the type of kernel function significantly influence chart performance. This emphasises the importance of adopting nonparametric methods when the data do not follow a normal distribution, the true underlying distribution is unknown, or the data follow alternative distributions.