KUFA STUDIES CENTER JOURNAL
UNIVERSITY OF KUFA
مجلة مركز دراسات الكوفة - جامعة الكوفة
KSCJ
ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

# تقدير معالم عمليات Hawkes باستخدام المحاكاة

Parameters estimation of Hawkes processes for Covid-19 patients

أ.د. مهند فائز السعدون
الباحث أيمن عباس نجم
كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة القادسية
Prof . Dr. Muhannad F. Al-Saadon
Researcher Ayman Abbas najm
Faculty of Administration and Economics/University of Al-Qadisiyah

DOI: https://doi.org/10.36322/jksc.177(A).19019

الملخص:

تناول هذا البحث دراسة عمليات التحفيز الذاتي العشوائية المسماة بعمليات هوكس، حيث عادة ما تشكل الكثير من الحوادث اثناء حدوثها بيانات عبر الزمن تتمثل بما يسمى بالأحداث العنقودية (Cluster) أي ان عمليات الوصول او حدوث الحدث تتمثل بالعينات العنقودية التي فيها يكون حدوث كل حدث يحفز على حدوث حدث اخر بوتيرة متسارعة يشبه العنقود، حيث يمكن القول ان عمليات هوكس بانها نوع من العمليات العشوائية التي يمكن تصنيفها في كثير من أنواع البيانات التي تتصف بان حدوثها تتبعه وقوع حوادث بشكل متسارع كحدوث الارتدادات بعد حدوث زلزال معين او حدوث عمليات تداول في سوق أوراق مالية او سوق اسهم بعد حدوث قفزة معينة في التداول.

سعى هذا البحث لدراسة سلوك عمليات هوكس مستخدمين طريقة لتقدير معالم عملية هوكس، حيث تم استخدام معيار الجودة التحيز والانحراف المعياري للحكم على اداء طرائق التقدير من حيث جودة المقدرات، مستخدمين بيانات مرضى Covid-19.

الكلمات المفتاحية: هوكس، التحفيز الذاتي، بواسون، العد، النقطية، كرنل الاسية، الكثافة الشرطية، الاضمحلال الاسي.

Abstract:

The paper dealt with the study of stochastic self-exciting processes called Hawkes processes, where it is usually many accidents as they occurs form data over time, which are called cluster events. That is, the processes of arrival or the occurrence of the event are represented by the cluster samples in which it is the occurrence of each event stimulates the occurrence of another event at an accelerated rate, similar to a cluster. hence it can be said that Hawkes process are a type of stochastic process that can be categorized into many types of data, it is characterized by the fact that its occurrence is followed by the occurrence of accidents rapidly, such as the occurrence of rebounds after a certain earthquake, or any trading operations in finance market or a stock market after a certain jump in trading.

The aim of this paper is to study the behavior of the Hawkes process using a method to estimate the parameters of the Hawkes process, where the quality criterion bias and standard deviation were used to judge the performance of estimation methods in terms of the quality of estimators using patient data Covid-19.

Keywords: Hawkes, Self-exciting, Poisson, Counting, Point, Exponential kernel, Conditional intensity, Exponential decay.

المقدمة:

تعد عمليات هوكس (Hawkes processes) بمثابة تعميم لعمليات بواسون المتجانسة (Homogeneous Poisson processes) التي يكون فيها معدل حدوث حدث معين يعتمد على وقت

ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

وتاريخ الحدث أي انه يؤخذ بنظر الاعتبار بالتسلسل الزمني لحدوث الحدث. ان عمليات Hawkes تم اقتراحها من قبل الباحث Alan Hawkes في عام ١٩٧١ حيث كانت فكرتة هي نمذجة الزلازل الارضية، أي ان الفكرة الأساسية للبحث هي اعتماد بيانات حدوث الزلازل والاستفادة منها في دراسة احتمالية حدوث زلزال اخر. وبعد اقتراح هذا النموذج والذي يعتبر كعملية عشوائية فأن الكثيرين من الباحثين حاولوا استخدام عمليات Hawkes في تطبيقات أخرى، مثل التطبيق في علم الاعصاب، العلوم المالية، العلوم الاجتماعية وعلم الجرائم. قبل استخدام وظهور عمليات Hawkes كنماذج يمكن تطبيقها في البيانات المالية كانت تعتبر بمثابة عمليات Poisson، ولكن بعد ظهور عمليات Hawkes تم استبدال قفزات بواسون (Poisson jump) بما يسمى عمليات Hawkes.

بينت المعلومات المنشورة بالتقارير الطبية الخاصة لانتشار جائحة كورونا في بداية عام ٢٠٢٠ الى ان هناك عواقب وخيمة من انتشار هذا الفايروس في حالة عدم وجود تدخلات صحية عامة ذات دلالة، حيث لاحظنا ان هناك الكثير من الإجراءات الوقائية مثل اغلاق المدارس وتوقف بعض الاعمال التجارية، إضافة الى اجراءات الحضر المنزلي للعامة، حيث اعتمدت الكثير من الدول على النماذج الرياضية والتوقعات من اجل اتخاذ القرار حول متى وكيف تفرض الإجراءات الصحية العامة، وقد لوحظ في السنوات الأخيرة طريقة انتشار وباء Covid-19 الذي يعتبر بمثابة ظاهرة تنتشر بياناتها (حوادثها) بشكل عينة عنقودية مع الزمن، ان اتجاه تطور انتشار وباء كورونا بشكل عالي التكرار مع الزمن اثار انتباه الكثير من الباحثين للاهتمام بهذا الوباء كون انتشاره يعتبر عنقوديا والانتشار العنقودي يتغير خلال دقائق وحتى خلال ثواني أيضا.

ان دراسة تطور سلوك بيانات وباء كورونا من خلال دراسة الخاصية العنقودية لانتشار الوباء ونمذجة الخاصية العنقودية لعملية الانتشار كانت مشكلة الباحث.

تناولت هذه الدراسة في المبحث الاول الإطار النظري للبحث، واحتوى على الاساسيات العامة.

ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

اما المبحث الثاني فقد تضمن المفاهيم النظرية لعملية هوكس والتعاريف الاساسية التي تقودنا لفهم عملية هوكس وطرائق تقدير معالم هذه العملية، واحتوى المبحث الثالث على تحليل البيانات وطرق تقدير معالم عملية هوكس واستخدام معيار التحيز والانحراف المعياري للتحكيم بين الطريقتين والوصول الى أفضل طريقة تقدير، وتضمن المبحث الرابع الاستنتاجات.

المبحث الاول: الإطار النظري:

اولا: مشكلة البحث:

ان اعداد الإصابات لمرض COVID-19 والقفزات الحاصلة بعدد الإصابات خلال اليوم الواحد وسلوك بيانات المرض الذي امتاز انتشاره بالخاصية العنقودية لذا من المهم دراسة ونمذجة هذه الخاصية واخذت بيانات المصابين في محافظة كربلاء المقدسة كأنموذج لهذه الدراسة.

ثانيا: فرضية البحث:

معرفة سلوك ونمذجة الخاصية العنقودية لعملية انتشار وباء Covid-19 في محافظة كربلاء المقدسة.

ثالثا: الحدود المكانية:

تم اخذ البيانات بأعداد المصابين بوباء Covid-19 وبشكل يومي في محافظة كربلاء المقدسة من موقع وزارة الصحة العراقية ولسنة ٢٠٢١.

رابعا: الحدود الزمانية:

تم اخذ اعداد المصابين للفترة من ٢٠٢١/٤/١ ولغاية ٢٠٢١/٩/٣٠ وتم تسجيل عدد الإصابات للأشهر وبشكل يومي.

المبحث الثاني: المفاهيم النظرية لعملية هوكس:

١- عملية العد Counting Process [Rodríguez,2019]

تعتبر عملية العد بمثابة عملية عشوائية $\{N(t); t \geq 0\}$ وتعرف قيمها بالمجموعة $N_0$ بحيث ان $N(0) = 0$، كذلك فان عملية العد هي عملية محدودة(finite) ومستمرة من جهة اليمين بخطوات ذات

قفزات بحجم 1+، او يمكن تعريفها على انها تمثل العدد الكلي للحوادث التي تحدث بمرور الزمن $t$، ان عملية العد N(t) هي دالة احتمالية عشوائية تعتمد على الزمن وتعرف على $t \geq 0$ وتأخذ قيم صحيحة {1,2,....}، القيمة فيها تمثل عدد الحوادث في عملية النقطة بالزمن t، لذلك فأنها تحدد من خلال سلسلة من المتغيرات العشوائية غير السالبة والتي تحقق الشرط $Ti < Ti+1$ اذا كان $Ti \leq \infty$. بمعنى اخر ان N(t) هي عملية عد للحوادث لحين الزمن t، أي ان: $N(t)= \sum_{i \geq 1} I\{ t \leq T_i\}$ حيث يمكن ان نلاحظ ان N(t) هي ثابت ثنائي(piecewise) ويمتلك قفزة بمقدار 1+ عند زمن الحدث Ti، وبهذا يمكن القول ان مجموعة الأوقات .....T1,T2 وما تقابلها من عملية العد هي مكافئة لعملية النقطة.

٢- الاستقلالية Independence [Obral,2016]

يقال ان عملية العد تمتلك زيادات مستقلة (independent increments) إذا كان اعداد الحوادث التي تحدث في فترات زمنية منفصلة هي حوادث مستقلة عن بعضها البعض.

٣- الاستقرارية stationarity [Obral,2016]

يقال ان عملية العد تمتلك زيادات مستقرة إذا كان توزيع اعداد الحوادث التي تحدث في أي فترة زمنية تعتمد فقط على طول الفترة الزمنية، بمعنى اخر ان العملية تمتلك زيادات مستقرة اذا كان عدد الحوادث في الفترة [s , s+t) يمتلك نفس التوزيع لكل s.

٤- العملية النقطية Point Process [Laub et al.,2015]

تسمى سلسلة المتغيرات العشوائية {....,T= {T1,T2 التي تمثل أوقات حدوث حدث معين (أوقات الوصول العشوائي) بالعملية النقطية البسيطة (simple) إذا تحققت الشروط الاتية:

١) ان قيم السلسلة ضمن $R^+ \cup \{\infty\}$

٢) ان $P_r\,(0 < T_0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \ldots) = 1$ وان

$Pr\,(T_i < T_{i+1}, T_i < \infty) = Pr\,(T_i < \infty)$ لكل $i \geq 1$

٣) من المؤكد تقريبا (almost surely) ان عدد النقاط(points) في منطقة محددة ( bounded region) هو عدد محدود(finite).

الشكل ادناه يوضح أوقات الوصول (arrival times) للعملية النقطية $T_i$.


٥- عملية بواسون Poisson Process [Wang,2015]

ان عملية العد $\{N(t), t \geq 0\}$ يقال بانها عملية بواسون بمعدل $\lambda > 0$ اذا تحققت الشروط الاتية:

١) $N(0) = 0$

٢) ان العملية $\{N(t),\ t \geq 0\}$ يمتلك زيادات مستقلة

٣) $P[N(t+h) - N(t) \geq 2] = 0(h)$

٤) $P[N(t+h) - N(t) = 1] = \lambda h + 0(h)$

حيث ان h يمثل طول فترة زمنية معينة تكاد تكون قريبة للصفر وان الدالة f(h) يقال بانها 0(h) إذا

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 0$$

KUFA STUDIES CENTER JOURNAL
UNIVERSITY OF KUFA
مجلة مركز دراسات الكوفة - جامعة الكوفة
KSCJ OPEN ACCESS
ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

٦- دالة الكثافة الشرطية Conditional intensity function

[Rodríguez,2019] ,[Laub et al.,2015]

لنفرض ان لدينا عملية العد N(.) و H(.) هي عملية عشوائية للبيانات التاريخية(History) للعملية N(.)

فاذا كان $\lambda^*(t)$ موجودة ومعرفة بالاتي:

$$\lambda^*(t) = \lim_{h\to 0} \frac{E[N(t+h)-N(t)|H(t)]}{h}$$

ويمكن أيضا كتابة $\lambda^*(t)$ بالشكل التالي:

$$\lambda^*[t|H(t)] = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} P[N(t+h) - N(t) > 0|H(t)]$$

فان $\lambda^*(t)$ تدعى دالة الكثافة الشرطية لـ N(.) حيث ان $\lambda^*(t)$ تمثل المعدل المتوقع (expected rate) للواصلين (arrivals) اعتمادا على قيمة H(t).

ان دالة الكثافة الشرطية تعتبر أحد اهم الخصائص المميزة للعمليات النقطية والتي يمكن اعتبارها بالأصل على انها دالة المخاطرة (Hazard function)، فاذا كان حدوث حدث معين(وصول) يسبب زيادة في دالة الكثافة الشرطية عندئذ فان العملية العشوائية تدعى التحفيز الذاتي(self-exciting)، وبالتالي يتسبب هذا السلوك للحوادث المتتالية (أوقات الحدوث) بما يسمى بالتجمع العنقودي(clustering) المؤقت للأوقات T.

٧-عملية هوكس Hawkes process [ Laub et al.,2015],[Wang,2015]

تعتبر عمليات النقطة من المواضيع الإحصائية المهمة التي جلبت انتباه الكثير من الباحثين، حيث عمل العالم Cox في سنة (١٩٥٥) على ما يسمى بعمليات بواسون العشوائية المضاعفة(double) او ما

تسمى بعمليات Cox، وكذلك طور العالم Bartlett في عام ١٩٦٣و١٩٦٤ طرقا إحصائية في العمليات النقطية.

في عام ١٩٦٤ قدم الباحث Lewis بعض مفاهيم عمليات Hawkes من خلال العمليات النقطية، ومن هنا يمكن القول اننا مهتمون بعمليات العد $\{N(t)\ ;\ t \geq o\}$ التي تكون فيها قيمة دالة الكثافة عند الزمن t غير ثابتة(not fixed)، بل تعتمد على بعض المدخلات العشوائية(random inputs)، بضمنها تاريخ العملية العشوائية( أي الحوادث التي تحدث قبل حدوث الحالة الحالية أي جميع الحوادث السابقة).

وبافتراض ان H(t) تمثل تاريخ العملية (History of process) لحين الزمن t، حيث من المفترض ان H(t) تلخص كل ما يدخل في تكوين دالة الكثافة، فقد أشار الباحث [Obral,2016] الى ان عملية Hawkes هي عملية تحفيز ذاتي فيها تكون دالة التحفيز تتبع احدى دوال الاضمحلال الاسي (exponential decay) او تسمى (exponential kernel), وبهذا يمكن القول ان عملية هوكس أحادية المتغير(univariate) هي تعميم لعملية Poisson المتجانسة، حيث ان معدل حدوث الحوادث في عملية بواسون يعتمد على الوقت وتاريخه(history)، كذلك فان دالة الكثافة تعتبر بمثابة عملية عشوائية عند دراسة عمليات التحفيز الذاتي، حيث تكون كل قفزة (Jump) قد حدثت مسبقا تزيد من دالة الكثافة (او تسمى دالة القفزة)، هذا يظهر الاعتمادية على الماضي حيث يختلف هذا عن عمليات بواسون المتجانسة وغير المتجانسة كونها تعتمد على توزيعات تسمى توزيعات عديمة الذاكرة (Memoryless).

كذلك فان القفزات اللحظية (instantaneous jumps) غير محتملة المشاهدة وهذا واضح من خلال تعريف عمليات بواسون المتجانسة، طالما ان القفزة الجديدة تعتمد على القفزة الأخيرة وان توزيع

القفزات تم تحديده بشكل تام من خلال دالة الكثافة الشرطية فان الزوج المرتب ((N(t),λ*(t)) يشكل عملية ماركوف(Markov process).

٨- عملية التحفيز الذاتي Self–exciting process [Haghdan,2017]

ان العملية $\{N(t),\ t \geq 0\}$ تسمى عملية تحفيز ذاتي اذا تحقق الشرط الاتي:

$$\lambda^*[t|H(t)] = \lambda_0(t) + \int_0^t \mu(t-s)dN(s) \qquad (1-2)$$

$$= \lambda_0(t) + \sum_{T_i \leq t} \mu(t - T_i)$$

حيث ان $\lambda 0$ معرفة بالآتي: $\lambda_0 = R \to R^+$ وهي دالة محددة تسمى دالة الكثافة الأساسية (base) وان $\mu = R+ \to R+$ هي دالة Kernel وتمثل التأثير الإيجابي للحوادث السابقة Ti على القيمة الحالية لعملية الكثافة وتسمى أيضا بدالة التحفيز(exciting)، حيث تتبع احدى دوال الاضمحلال الاسي (exponential decay) او (exponential kernel).

٩- دالة كيرنل الاسية Exponential Kernel [Laub et al.,2015], [Rodríguez,2019]

تسمى أيضا دالة كيرنل لقانون القوى (Kernel Power law)، حيث تعتبر الدالة الاسية من أكثر دوال Kernel استخداما، حيث ان اول من استخدمها هو العالم(Hawkes) في عام ١٩٧١ اذ انها تملك الصيغة التالية:

$$g(t) = \alpha e^{-\beta t} ; \alpha > 0 , \beta > 0 \qquad (2-2)$$

تسمى أيضا دالة كيرنل لقانون القوى (Kernel Power law)، حيث تعتبر الدالة الاسية من أكثر دوال Kernel استخداما، حيث ان اول من استخدمها هو العالم(Hawkes) في عام ١٩٧١ اذ انها تملك الصيغة التالية:

$$g(t) = \alpha e^{-\beta t} ; \alpha > 0 , \beta > 0 \qquad (2-2)$$

حيث ان:

$\alpha$ تمثل حجم قفزات التحفيز الذاتي (Size of self–excited jumps)

$\beta$ هي معدل الانحلال الاسي (exponential decay rate).

ان المعادلة (2–2) تدعى دالة Kernel الاسية وكذلك تدعى دالة الانحلال(الاضمحلال) الاسي (exponential decay) طالما ان تأثير ظهور الحالات السابقة (التاريخية) على دالة الكثافة الشرطية هو تأثير يتبع الانحلال الاسي بين أي حدثين متعاقبين. ان دالة كرنل الاسية تعبر عن التأثير الايجابي للحوادث السابقة على القيمة الحالية لدالة الكثافة.

الرسم التالي يوضح دالة Kernel الاسية عند قيم محددة لمعالمها.

KUFA STUDIES CENTER JOURNAL
UNIVERSITY OF KUFA
مجلة مركز دراسات الكوفة - جامعة الكوفة
KSCJ
ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

١٠- طرائق تقدير معالم عملية هوكس:

سوف نستعرض في هذه البحث طريقتان لتقدير معالم عملية هوكس هما الطريقة العددية المباشرة لتعظيم لوغاريتم الإمكان (direct numerical maximization of log– likelihood) واختصارا هي (DNMLL) والطريقة الثانية هي طريقة خوارزمية تعظيم التوقع التقريبية (Approximation expectation–Maximization algorithm) واختصارا (AEMA).

الطريقة الأولى (DNMLL) قدمها الباحث Vere–Jones في عام ١٩٧٨ وكذلك قدمها الباحث Ozaki في عام ١٩٧٩ بعد اجراء بعض التعديلات في الخوارزمية الحسابية، وقدم الباحث Ogata في عام ١٩٨٨ امثلة تطبيقية على استخدام طريقة(DNMLL) وكذلك الباحث Bowsher في عام ٢٠٠٧ وظف هذه الطريقة على بيانات مالية، اما عملية حساب المعالم وفق طريقة الإمكان الأعظم باستخدام طريقة (Expectation–Maximization) فقد تم استخدامها على سبيل المثال من قبل الباحثين veen,Schoenberg في عام ٢٠٠٨ وكذلك الباحثين Olson,Carley في عام ٢٠١٣.

في هذه الرسالة سوف نستخدم طريقة (AEMA) بدلا من (EM) من اجل اختصار العمليات الحسابية في الخوارزمية(EM).

١١- طريقة التقدير DNMLL:

بفرض ان لدينا عملية عشوائية نقطية نقطيه $\{X_t\}_{t\in(0,T]}$ بافتراض وقوع الاحداث عند الأوقات $t_{1,}t_{2,}\ldots\ldots,t_{Nt}$ وعلى فرض ان دالة الإمكان هي:

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{Nt}\lambda_{ti}\exp\left(-\int_{0}^{T}\lambda_s\,ds\right)$$

KUFA STUDIES CENTER JOURNAL
UNIVERSITY OF KUFA
مجلة مركز دراسات الكوفة - جامعة الكوفة
KSCJ
ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

وبعد اخذ اللوغاريتم للدالة أعلاه نحصل على

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^{NT} \log(\lambda_s) + \int_0^T (1-\lambda_S)ds$$

وباستخدام دالة exponential decay في عمليات هوكس وبفرض وجود قيمة ابتدائية هي $\lambda_0$ فانه يمكن إعادة كتابة الدالة اللوغاريتمية الأخيرة بشكل يسهل العملية الحسابية كما يأتي:

$$\log L(\theta) = T - T\lambda_0 - \frac{\alpha}{\beta}\sum_{i=1}^{NT}(1-e^{-\beta(T-ti)} + \sum_{i=1}^{NT}\log\big(\lambda_0 + \alpha A(i)\big) \quad (2-12)$$

وبهذا يمكن ان نقول ان دالة الكثافة الشرطية Conditional intensity يمكن ان تكتب كما يأتي:

$$\lambda_t = \lambda_0 + \alpha\, A(i)$$

حيث ان A(i) تم تعريفها بالمعادلة (١١)

١٢- طريقة التقدير AEMA:

تعتبر طريقة (EM) بمثابة خوارزمية تكرارية لحساب قيم مقدرات الإمكان الأعظم عندما يتم النظر الى ان المشاهدات على انها غير كاملة(Incomplete) انظر المصدر Dempster واخرون في عام ١٩٧٧، ومن اجل اختصار العمليات الحسابية للخوارزمية(EM) فانة تم توضيح طريقة(AEMA) لعمليات هوكس بوجود دالة exponential decay تحت افتراض انه يمكن الحصول على صيغ تقريبيه لمعادلات تقدير معالم عملية هوكس، ومن خلال اجراء بعض التعديلات والتقريبات الرياضية في خطوات خوارزمية (EM) فانه يمكن اجراء العملية الحسابية لتقدير المعالم (λ,α,β) حسب المعادلات الاتية:

$$\lambda_{\infty}^{(K+1)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_T} \Pr\{ui = i|F_{t_1}, \theta^{(K)}, t_i\}}{T}$$

$$\alpha^{(K+1)} = \frac{\beta^{(K+1)} \sum_{i=2}^{NT} \sum_{i=1}^{i-1} \Pr\{u_i = j|F_{t_1}, \theta^{(K)}, t_i\}}{N_T}$$

$$\beta^{(K+1)} = \frac{\sum_{i=2}^{N_T} \sum_{i=1}^{i-1} \Pr\{u_i = j|F_{t_1}, \theta^{(K)}, t_i\}}{\sum_{i=2}^{N_T} \sum_{j=1}^{i-1} (t_i - t_j) \Pr\{u_i = j|F_{t_1}, \theta^{(K)}, t_i\}}$$

13- اختبار جودة المطابقة لعملية هوكس:

اشار الباحث Wang في عام ٢٠١٥ الى ان ابسط وأسهل اختبار لحسن المطابقة لعمليات هوكس هو من خلال حساب البواقي الناتجة من المعالم المقدرة للعملية وبالتالي مقارنة توزيع البواقي للتوزيع الاسي بمعلمة واحد عدد صحيح، حيث استخدم الباحث اختبار كولموكروف-سيمرنوف Kolmogorov– (Simirnov) (K–S)

حيث ان إحصاءة الاختبار لهذا الاختبار تحسب بالمعادلة الاتية:

$$\mathrm{D_n} = \sup_{x} |\mathrm{F_n}(x) - \mathrm{F}(x)|$$

حيث ان:

$F_n(x)$ : هي دالة التوزيع التجريبي

$F(x)$ : هي دالة التوزيع الاسي

وبافتراض ان فرضية العدم والفرضية البديلة هما كالاتي:

$\mathrm{H_0}$ : البواقي تتبع توزيع $\mathrm{Exp}(1)$

$\mathrm{H_1}$ : البواقي لا تتبع توزيع $\mathrm{Exp}(1)$

وتحت مستوى معنوية 5%.

المبحث الرابع: عرض نتائج تحليل البيانات وتفسيرها

في هذا المبحث سوف يعتمد على طريقتين من طرائق تقدير معالم عملية هوكس، حيث تم اجراء تجربتين كل واحدة بقيم مختلفة ابتدائية لمعالم عملية هوكس (λ،α،β) مع توليد(١٠٠) عينة كل واحدة منها تكون فيها البيانات المتولدة من عملية هوكس ضمن المدى[٠،١٠٠٠) أي ان المرحلة الأولى كانت هي تعيين القيم الابتدائية الافتراضية (initial values) للمعالم المراد تقديرها، هذه المدخلات لتجربة المحاكاة من خلالها يتم بناء نموذج المحاكاة الذي يمثل سلوك التجربة، والجدول التالي يوضح القيم الافتراضية الابتدائية لمعالم عملية هوكس وقيم كل من التحيز والانحراف المعياري للنتائج المتحصل عليها من الطريقتين.

| β | α | λ | المجموعة |
|---|---|---|---|
| ٠,٥ | ٠,٢٠ | ٠,١٥ | ١ |
| ٠,٠٦ | ٠,٠٥ | ٠,٠٥ | ٢ |

جدول (3-1) القيم الافتراضية الابتدائية لمعالم عملية هوكس

حيث كان الأساس في اختيار قيم هذه المعالم هو من خلال الاطلاع من أسلوب دالة ( exponential decay) في وصف الانتقال لعملية هوكس من حالة الى أخرى وبافتراض استقراريه عملية هوكس وهذا واضح من خلال تحقق شرط نسبة التفرع $\frac{\alpha}{\beta}$ الذي قيمته اقل من واحد عدد صحيح.

KUFA STUDIES CENTER JOURNAL
UNIVERSITY OF KUFA
مجلة مركز دراسات الكوفة - جامعة الكوفة
KSCJ
ISSN (P) : 1993-7016
ISSN (E) : 2708-728X
www.journal.uokufa.edu.iq

جدول (2−3) القيم المقدرة للتحيز والانحراف المعياري للنماذج المختلفة للتجربة الأولى

| النموذج | $\lambda = 0.15$ | | $\alpha = 0.2$ | | $\beta = 0.5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Bias | S.D. | Bias | S.D. | Bias | S.D. |
| DNMLL | 0.0017 | 0.0184 | 0.0065 | 0.0529 | 0.0245 | 0.127 |
| AEMA | 0.0019 | 0.0165 | 0.0089 | 0.0510 | 0.0388 | 0.1309 |

تم عرض نتائج الطريقتين (DNMLL) و(AEMA) من خلال ادراج قيم التحيز والانحراف المعياري من اجل الحصول على أفضل تقدير لمعالم عملية هوكس الجدول (2−3) اعلاه يتضمن قيم معيار التحيز والانحراف المعياري للقيم الافتراضية للمجموعة الاولى.

من الجدول (٣-٢) اظهرت نتائج التحليل وباستخدام المجموعة الاولى من القيم الافتراضيه لمعالم عملية هوكس وللطريقتين DNMLL وAEMA تقارب نتائج تقدير التحيز والانحراف المعياري، حيث من الواضح ان متوسط مقدرات المعلمة λ قريبة من القيمة الافتراضية (λ=0.15)، ان طرائق التقدير اعطت تقريبا نفس النتائج لهذه المعلمة وهذا واضح من خلال قيم التحيز والانحراف المعياري. اما بالنسبة للمعلمة α نجد ان مقدرات هذه المعلمة قريبة من القيمة الافتراضية (0.2) ولكلا الطريقتين حيث كانت نتيجة التقدير بطريقة DAMLL أقرب للقيمة المفترضة. كذلك تبين ان متوسط مقدرات المعلمة β عانت من تحيز عالي في كل من طريقتي التقدير. الجدول (٣-٣) يتضمن قيم معيار التحيز والانحراف المعياري للقيم الافتراضية للمجموعة الثانية.

جدول (3−3) القيم المقدرة للتحيز والانحراف المعياري للنماذج المختلفة للتجربة الثانية

| النموذج | $\lambda = 0.05$ | | $\alpha = 0.05$ | | $\beta = 0.06$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Bias | S.D. | Bias | S.D. | Bias | S.D. |
| DNMLL | 0.0059 | 0.0206 | 0.0005 | 0.0149 | 0.0079 | 0.0279 |
| AEMA | 0.0119 | 0.0224 | 0.0059 | 0.0166 | 0.0248 | 0.0269 |

نتائج الجدول (٣-٣) تشير الى ان طرائق التقدير اعطت تحيز عالي وخصوصا بالطريقة الثانية AEMA لكن الطريقة الاولى تبقى الاقرب من قيم المعالم الافتراضية.

الاستنتاجات:

البحث تناول الأساس النظري لعمليات هوكس ذات البعد الواحد والزمن وإعطاء مفهوم العمليات النقطية وعمليات بواسون، حيث يمكن القول ان عمليات هوكس تعتبر أداة اتخاذ قرار للباحثين في معظم المجالات التطبيقية التي تتصف بالتغيرات والقفزات بحدوث الحوادث عبر الزمن نستنتج مما تقدم انه يمكن القول ان عملية هوكس تصف سلوك بيانات الإصابات لوباء (Covid−19) افضل وصف ويمكن استخدام هذه العملية في دراسة السلوك المستقبلي لهذا الفايروس من خلال تحليل القفزات التي تحدث بالإصابات مع مرور الزمن ونوصي الباحثين توسيع العمل بعمليات هوكس ذات البعدين (Two−dimensional Hawkes processes) نظريا وتطبيقا من خلال اعتماد بعد الزمن وبعد المكان للظاهرة المدروسة.

**المراجع:**

1. Bartlett, M. S. (1963). The spectral analysis of point processes. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 25(2), 264-281.
2. Bartlett, M. S. (1964). The spectral analysis of two-dimensional point processes. Biometrika, 51(3/4), 299-311.
3. Bowsher, C. G. (2007). Modelling security market events in continuous time: Intensity based, multivariate point process models. Journal of Econometrics, 141(2), 876-912.
4. Cox, D. R. (1955). Some statistical methods connected with series of events. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 17(2), 129-157.
5. Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 39(1), 1-22.
6. Haghdan, M. (2017). Hawkes Process Models for Unsupervised Learning on Uncertain Event Data (Doctoral dissertation, University of Toledo).
7. Hawkes, A. G. (1971). Point spectra of some mutually exciting point processes. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 33(3), 438-443.
8. Hawkes, A. G. (1971). Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes. Biometrika, 58(1), 83-90.
9. Laub, P. J., Taimre, T., & Pollett, P. K. (2015). Hawkes processes. arXiv preprint arXiv:1507.02822.
10. Lewis, P. A. (1964). A branching Poisson process model for the analysis of computer failure patterns. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 26(3), 398-441.
11. Obral, K. (2016). Simulation, estimation and applications of hawkes processes (Doctoral dissertation, Master's thesis, University of Minnesota).
12. Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. Journal of the American Statistical association, 83(401), 9-27.

13. Olson, J. F., & Carley, K. M. (2013). Exact and approximate em estimation of mutually exciting hawkes processes. Statistical Inference for Stochastic Processes, 16(1), 63-80.
14. Ozaki, T. (1979). Maximum likelihood estimation of Hawkes' self-exciting point processes. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 31(1), 145-155.
15. Rodriguez.A.B.(2019). Hawkes processes in finance. thesis. university of Barcelona. http://diposit.ub.edu.
16. Veen, A., & Schoenberg, F. P. (2008). Estimation of space–time branching process models in seismology using an em–type algorithm. Journal of the American Statistical Association, 103(482), 614-624.
17. Vere-Jones, D. (1978). Earthquake prediction-a statistician's view. Journal of Physics of the Earth, 26(2), 129-146.
18. Wang.Q.(2015).Applications of Hawkes process in Finance.Master thesis. Tilburg University. http://arno.uvt.nl.