

استعمال قاعدة Bx-G Family مع توزيع ليندلي ذي المعلمتان مع تطبيق عملي Using the Bx-G Family Rule with the Two-Parameter Lindley Distribution with a Practical Application

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد
 Prof. Enas Abdel-Hafez Mahmoud
 Enas.a.44@gmail.com
 كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء , كربلاء , العراق

سعد سجاد حريز
 Saad Sajjad Hariz
 saad.sajaad.s7@gmail.com
 كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء , كربلاء , العراق

المستخلص:

في هذا البحث تم استعمال عائلة (Burr X-G Family distribution) وتطبيقها على توزيع ليندلي ذي المعلمتان (two parameters Lindley Distribution) للحصول على نماذج احتمالية جديدة أكثر مرونة تدعى (BurrX-LindleyTwoParameter distribution) الذي تكون أكثر مرونة من التوزيعات الأساس قيد الدراسة، إذ تم دراسة بعض خصائصه الإحصائية مثل دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة ودالة، وتم تقدير معلمات ودالة البقاء للأنموذج الاحتمالي (LindleyTwoParameter distribution) باستخدام طريقة (طريقة الإمكان الأعظم، طريقة كرايمر فون مايسز)، ولغرض الحصول على أفضل طريقة لتقدير المعلمات ودالة البقاء وتم إجراء دراسة محاكاة موجزة باستعمال أسلوب (مونت-كارلو)، إذ تم استعمال، وتم إجراء عدة تجارب بأحجام عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (50، 75، 100، 150) وبواقع خمسة نماذج باستعمال قيم مختلفة للمعلمات المجهولة، وتم الاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين طرائق التقدير الأربعة لمقدرات المعلمات إذ توصل الباحث الى افضل طريقة الامكان الاعظم في تقدير المعلمات المجهولة ودالة البقاء لحجوم العينات كافة.

اما في الجانب التطبيقي وطبق الانموذج الاحتمالي الجديد (BurrX-LindleyTwoParameter distribution) على بيانات حقيقية بواقع (150) مشاهدة من دائرة صحة كربلاء مستشفى الحسين التعليمي تمثل أوقات البقاء للأشخاص المصابين بسرطان الثدي لحين الوفا، تم مقارنة اداء التوزيع المقترح مع توزيعات ليندلي الأساسية قيد الدراسة، اعطى الانموذج الجديد مزيدا من المرونة والكفاءة في تمثيل البيانات الحقيقية واثبت أفضليته في تمثيل البيانات المعقدة.

الكلمات المفتاحية: طريقة الإمكان الأعظم، طريقة كرايمر فون مايسز، (Burr X-G Family distribution).

ABSTRACT:

The expansion of probability distributions from commercial operations has been greatly improved over thousands of years, to the fact that the distributions of comprehensive data are not widely and accurately represented, and the publication of the distribution distribution using different families and categories is one of the newly exclusive methods in the expansion of distributions. In this thesis, the Burr X-G Family Distribution was used and applied to the Lindley two-parameter distribution (two-parameter Lindley Distribution) on new probability models (Burr X-LindleyTwoParameter Distribution), which is more distributed than the basic distributions under study. Some of its statistical properties were studied, such as the probability function, the cumulative function, the survival function, the risk function, and the survival function. The parameters and survival function of the probability model (LindleyTwoParameter Distribution) were estimated using the method (the maximum determination method, the Cray von Mises method). In order to obtain the best method for estimating the parameters and the survival condition, a brief simulation study was conducted using the Monte-Carlo method, which was used, and several cupping experiments were conducted. Small, medium, and large samples (150, 100, 75, and 50) were used, with five models using different values for the unknown parameters. The mean square error (MSE) was used to compare the four estimation methods for parameter estimates, and the best method was found to provide the maximum likelihood of estimating the unknown parameters and the survival function for all light sources. However, in a side application, the new probabilistic model (BurrX-Lindley Two-Parameter Distribution) was applied to real data of (150) observations from the Karbala Health Department, Al-Hussein Teaching Hospital, representing the survival times of patients with the disease until death. The performance of the proposed distribution was compared with the basic Lindley distributions under study. The new model provided a reading of flexibility and efficiency in interpreting the data, proving its superiority in interpreting the data.

Key words: Maximum likelihood method, Kramer von Mises method, (Burr X-G Family distribution).

1-المقدمة:**(Introduction)**

وان علم الاحصاء يسلط الضوء على دراسة الظواهر الحيوية ذات السلوك العشوائي الذي تكون ذات اهمية في حياة الكائن والمجتمع، بصورة عامة لذلك، لا بد لنا من دراسة تلك الظواهر ومعرفة التوزيعات الاحتمالية (probability distribution) الذي تتبعها لكي يتم دراسة سلوكها العشوائي. ترتبط دراسة التوزيعات الاحتمالية، وما تؤول اليه من نتائج احتمالية، وهناك عدد من المشكلات الذي يتوجب على الباحث دراستها، وأن احد اهم هذه المشاكل تلك المتعلقة تحديد الشكل الرياضي المناسب لها مما يؤدي الى ظهور حاجه ملحة الى ارفاد المكتبة بتوزيعات جديد مشتقة من التوزيعات الكلاسيكية لتواكب هذا التطور السريع. ودقة الاساليب المستعملة في التقدير.

هناك الكثير من منهجيات لتكوين وتوسعة التوزيعات وفي هذه البحث سيتم التركيز على منهجية (Burr X-G Family distribution) لتوسعة التوزيعات الاحتمالية وتعتمد هذه المنهجية بالدرجة الأساس على دالة التوزيع التراكمي لتوزيع (Burr X) وتعوض د الذي التوزيع التراكمي والدالة الاحتمالية في منهجية (X-G Family distribution) بدلالة المتغير العشوائي للتوزيع Burr X .

عمل الباحث على تطبيق قاعدة (Burr X-G Family distribution) لتحويل التوزيع الاحتمالي توزيع ذي معلمتان الى توزيعات احتمالية جديد تعرف بتوزيعات (Burr Linley X-G Family distribution) ، ودراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته وكذلك حساب مقدرات دالة البقاء ، وتتبع اهمية التوزيعات الموسعة من دورها في معالجة ضعف بعض التوزيعات الاحتمالية في ايجاد افضل مقدر يمثل دالة البقاء تغيير احتمالات البيانات الاصلية للحصول على احتمالات خاصة للحوادث عند البيانات المسجلة بما يحصل صفة كاملة للعشوائية.

2-مشكلة البحث:**(Problem of Research)**

تتلخص مشكلة البحث في جانبين النظري والتطبيقي

❖ هنالك العديد من المشاكل المهمة الذي لا تفسر بواسطة التوزيعات الحالية ولذلك فاننا نحتاج الى توزيعات أكثر مرونة وأكثر انسجاما مع هذه المشكلات اذ تم التركيز في هذه الدراسة على قاعدة (Burr X-G Family distribution) لبناء التوزيعات الاحتمالية الجديدة (Burr X Linley -G Family distribution) فضلاً عن مشكلة تمثيل البيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات على قيد الحياة لحين الوفاة.

❖ الجانب التطبيقي حيث أثارت اهتمامنا هم المشكلات ذات السلوك المعقد للبيانات المتعلقة بأوقات البقاء للمرضى المصابين و الذي تاخذ سلوك معقد حيث تتخذ شكل متذبذب غير ثابت اذ لا بد من ايجاد توزيعات احتمالية ملائمة لتفسير سلوك دالة البقاء هذا المرض لما له من اثار اجتماعية واقتصادية وصحية مهمة.

3-هدف البحث:**(Aim of Research)**

تسعى الدراسة الى:

- ❖ اقتراح توزيعات احتمالية جديد يكون أكثر مرونة من منهجية (Burr X-G Family distribution) عن طريق إضافة معلمة إضافية لدالة توزيع Linley لبناء توزيعات ملائمة ومرونة في تمثيل البيانات الحقيقية.
- ❖ دراسة بعض خواصه الاحصائية والرياضية العامة والهيكلية للتوزيع المقترح واشتقاق وتقدير معلماتها ودالة البقاء للتوزيع المقترح بطريقة Maximum Likelihood Method و Cramér–von–Mises Estimator للحصول على أفضل تمثيل للبيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات البقاء بالاعتماد على أقل تقدير لمؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ .

4-دالة البقاء :**(Survival Function)**

أحد أساليب في علم الإحصاء هو تحليل البقاء على قيد الحياة، الذي يصف الموت في الكائنات الحية والفشل في لأنظمة والمكانن إضافة الى استخداماتها في الجانب الحياتي والجانب الطبي ويمكن تعريف وقت البقاء على انه حدوث حدث معين، كظهور مرض معين او الاستجابة الى العلاج معين او الانتكاسة او الموت، يتركز تحليل البقاء على قيد الحياة بشكل رئيسي على التنبؤ في تحديد احتمال المخاطر ويرمز لها بالرمز $S(t)$ ويمكن التعبير عنها رياضيا كالآتي [7] [8] :

$$S(t) = 1 - F(t)$$

... (1)

$F(t)$: يمثل دالة الكثافة التجميعية التراكمية للمتغير العشوائي.

يمثل زمن بقاء الكائن الحي على قيد الحياة

5-عائلة (Burr X Generator of Distributions) (BXG)

يعد توزيع (Burr X) واحداً من التوزيعات المستمرة ذات الأهمية الكبيرة في دراسة اوقات البقاء, وأصبح يستعمل بشكل متزايد في سياقات تحليل بيانات مدى الحياة الذي تمتاز بإمكانية كبيرة في تمثيل الأنظمة المختلفة الذي تتألف من مجتمعات مركبة وغير متجانسة وكذلك المرونة العالية لهذا التوزيع كإنموذج للفشل. [3] [44]

تم اقتراح هذا التوزيع من قبل العالم (Burr 1942) و الذي يعد من التوزيعات المهمة في العلوم الطبية والهندسية كإنموذج فشل مناسب ومفيد في الإحصاءات التطبيقية .

لها الصيغة الآتية: (θ) ذي معلمة واحدة (BXII) لتوزيع cdf وان دالة التوزيع التراكمي

$$G(x, \alpha) = [1 - e^{-x^2}]^\alpha; x > 0, \theta \geq 0 \quad \dots (2)$$

إذ أن

معلمة الشكل للتوزيع α [14]

وان ودالة الكثافة الاحتمالية تأخذ الشكل :

$$g(x; \alpha) = 2\alpha e^{-x^2} [1 - e^{-x^2}]^{\alpha-1}, x \geq 0, \alpha > 0 \quad \dots (3)$$

وفي عام (2016) قام الباحث (واخرون Yousof) ببناء عائلة لتوليد التوزيعات الاحتمالية جديد مرنة بالاعتماد على المتغير العشوائي (x) وباستعمال طريقة التركيب (G-X Family) الذي تم ذكرها سابقا حيث يمثل المتغير العشوائي (x) هو توزيع يتبع التوزيع Burr X بمعلمة القياس (θ) . وبذلك فإن دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية لعائلة (Burr X Generator of Distributions) الجديد (c.d.f) بعد التعويض في صيغة رقم (23-2) و(23-2) في (2-10) فتكون بالشكل الآتي :

$$F(x, \alpha) = \left(1 - e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^2} \right)^\alpha \quad \dots (4)$$

من اخذ المشتقة الاولى للمعادلة أعلاه وتكون بالشكل الآتي: (BXG) لعائلة $g(x)$ وان دالة الكثافة الاحتمالية

$$f(x, \alpha) = \frac{2\alpha g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^3} e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^2} \right)^{\alpha-1} \quad \dots (5)$$

6 توزيع ليندلي ذي معلمتان [11] [14] Two parameters Lindley Distribution:

تم تقديم هذا التوزيع من قبل الباحثين (Shanker and Mishra) عام (2013) وهو توزيع ناتج من خلط التوزيع الاسي بالمعلمة (θ) وتوزيع كما بالمعلمتان $(\lambda, 2)$ وان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ليندلي ذي معلمتان تكتب بالشكل التالي: [42]

$$f(x; \lambda, \theta) = \begin{cases} \frac{\lambda^2}{\lambda + \theta} (1 + \theta x) e^{-\lambda x} & ; x > 0, \theta > 0, \theta + \lambda > -1 \\ 0 & \text{o. w} \end{cases} \quad \dots (6)$$

إذ إن:

(Shape parameters): معلمة الشكل λ

(Scale parameter): معلمة القياس θ

اما دالة الكثافة التراكمية الاحتمالية فيمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$F(x; \lambda, \theta) = 1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \quad \dots (7)$$

اما دالة البقاء فتكتب بالشكل التالي :

$$S(x; \lambda, \theta) = \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \quad \dots (8)$$

ودالة المخاطرة تعطى بالصيغة الآتية

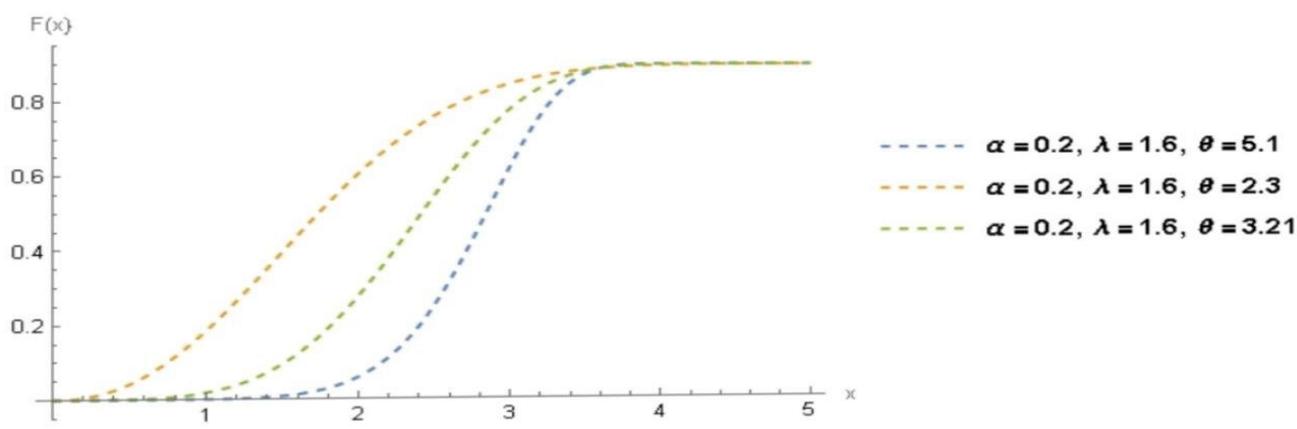
$$h(x; \lambda, \theta) = \frac{\lambda^2}{\lambda + \theta} \frac{(1 + \theta x) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \quad \dots (9)$$

7 توزيع ليندلي ذي معلمتين المحول باستعمال قاعدة (BXL) BurrX- Lindley Two Parameter distribution

يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح (Probability density function Pdf) باستعمال الصيغة المعرفة بالمعادلة (4) وعند تعويض دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ليندلي المعرفة في المعادلة (7)، فنحصل على الدالة التراكمية الجديد للتوزيع المقترح كما في الصيغة الاتي [14]:

$$F(F(x, \alpha, \theta)) = \left(1 - e^{-\left(\frac{(1 - e^{-\lambda x} - \frac{\theta x}{\lambda + \theta} e^{-\lambda x})^2}{(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta}) e^{-\lambda x}} \right)^\alpha} \right) \dots (10)$$

والشكل رقم (1) يوضح سلوك الدالة التراكمية للتوزيع الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (ماتمتكا).



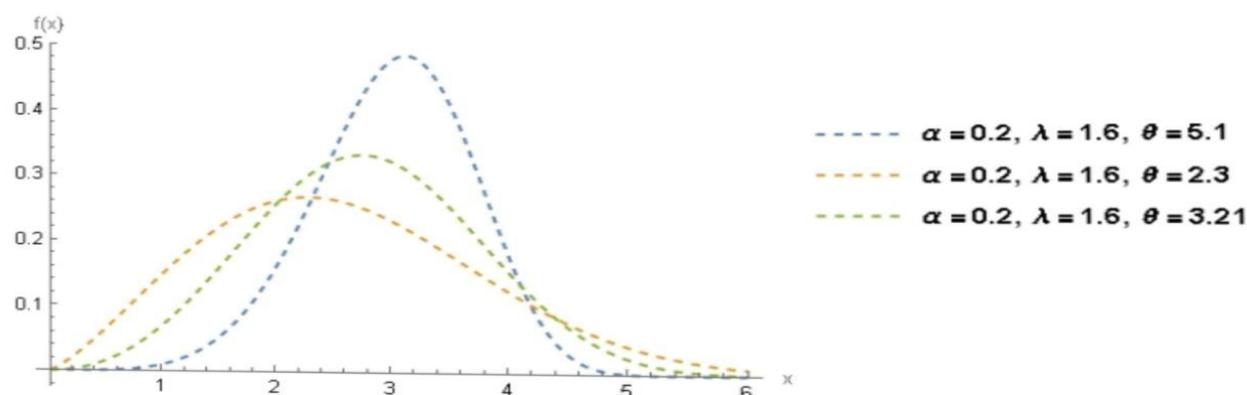
شكل (1) يوضح سلوك الدالة التراكمية للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

1-7 دالة الكثافة الاحتمالية للنموذج (BurrX- LindleyTwoParameter distribution): [11] [14]

ويمكن الحصول على دالة التوزيع التراكمية التجميعية للتوزيع المقترح عند تعويض معادلة (6, 7) في المعادلة (5) وعليه تكون الدالة الاحتمالية للتوزيع المقترح:

$$f(x, \theta, \alpha, \lambda) = \left\{ \frac{2\alpha \left(\frac{\lambda^2}{\lambda + \theta} (1 + \theta x) e^{-\lambda x} \right) \left(1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)}{\left(\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)^3} \right. \\ \left. e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^{\alpha - 1} \right\} \dots (11)$$

والشكل رقم (2) يوضح سلوك الدالة الكثافة الاحتمالية التراكمية للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter)



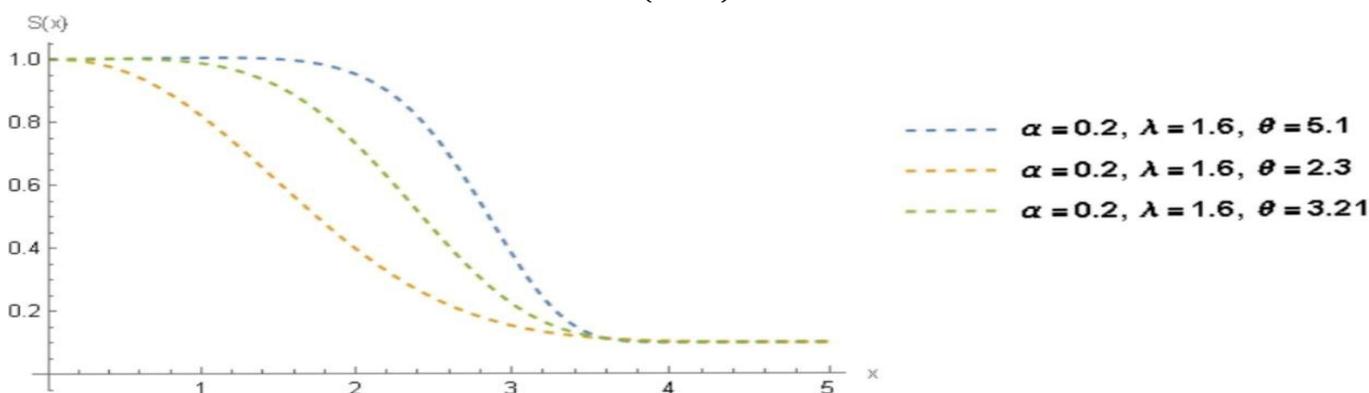
(distribution) وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (ماتمتكا). شكل (2) يوضح سلوك الدالة الاحتمالية الاحتمالية للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

2-7 دالة البقاء للتوزيع [11] [14] (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2) = 1 - F(x, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$$

$$s(x, \alpha, \lambda, \theta) = 1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta}\right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta}\right) e^{-\lambda x}}\right)^2} \right)^\alpha \dots (12)$$

والشكل رقم (3) يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (الماتمتكا).



شكل (3) يوضح سلوك دالة البقاء للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

(BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

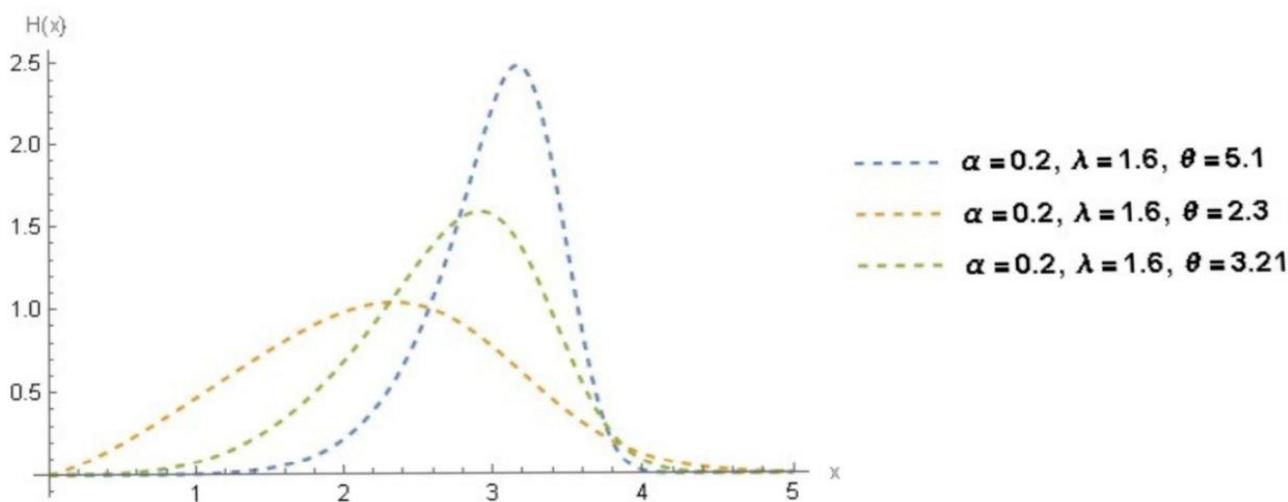
3-7 دالة المخاطرة للتوزيع

$$h(x, \alpha, \lambda, \theta) = \frac{f(x, \alpha, \lambda, \theta)}{s(x, \alpha, \lambda, \theta)}$$

$$h(x, \alpha, \lambda, \theta) = \frac{\left\{ \frac{2\alpha \left(\frac{\lambda^2}{\lambda + \theta} (1 + \theta x) e^{-\lambda x} \right) \left(1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)}{\left(\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)^3} \right\} e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^{\alpha - 1}}{1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^\alpha} \quad \dots (13)$$

والشكل رقم (4) يوضح سلوك دالة المخاطرة للنموذج الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) وهو من اعداد الباحث بالاعتماد على برنامج (الماتمتكا).

شكل (4) يوضح سلوك دالة المخاطرة للنموذج (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)



4-7 الدالة الكمية لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution:

يتم تعريف الدالة الكمية (العكسية) لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution حسب الصيغة الآتية: [38] [50]

$$q = F(x)^{-1} = \left\{ \left(\left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^\alpha \right)^{-1} \right\}$$

وبحل الصيغة اعلاه بالنسبة للمتغير x فاننا نحصل على الدالة الكمية لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution وكما في الصيغة الآتية:

$$x = \frac{\text{ProductLog}\left[-\frac{3(1-u)^{-\frac{1}{2}/\alpha}\lambda(\theta+\lambda)^3}{\theta}\right]}{3\lambda} \quad \dots (14)$$

8-طريقة الإمكان الأعظم ML (Maximum Likelihood Method):

تعد هذه الطريقة من طرائق التقدير التقليدية [5] المهمة في عملية التقدير وأكثرها استخداما كونها تمتاز بخصائص جيدة منها الكفاية والثبات والاتساق وعدم التحيز وتملك أقل تباين، وتكون أكثر دقة عندما يكون حجم العينة كبير، وان مبدأ وهدف هذه الطريقة هو ايجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها وذلك بجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لدالة الامكان بالرمز (ML) لتكن x_1, x_2, \dots, x_n مشاهدات عشوائية بحجم عينة n تتبع التوزيع المقترح BurrX- LindleyTwoParameter distribution فان دالة الإمكان للمشاهدات يمكن صياغتها بالشكل الآتي [1]:

اذا كان للمتغير العشوائي (X) دالة كثافة احتمالية لتوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) (BXL) فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة X_1, X_2, \dots, X_n تكون كالآتي:

$$lf(x; \alpha, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x; \alpha, \lambda, \theta)$$

$$lf(x; \alpha, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{2\alpha \left(\frac{\lambda^2}{\lambda + \theta} (1 + \theta x) e^{-\lambda x} \right) \left(1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)}{\left(\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)^3} \right\}^{\alpha-1}$$

$$lf(x; \alpha, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n \left\{ e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^{\alpha-1} \right\}$$

$$Loglf(x; \alpha, \lambda, \theta) = \frac{(2\alpha\lambda^2)^n}{(\lambda + \theta)^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\left((1 + \theta x) e^{-\lambda x} \right) \left(1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)}{\left(\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right)^3} \right\}^{\alpha-1}$$

$$Loglf(x; \alpha, \lambda, \theta) = \frac{(2\alpha\lambda^2)^n}{(\lambda + \theta)^n} \prod_{i=1}^n \left\{ e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^{\alpha-1} \right\}$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين ينتج:

$$= \left\{ \begin{aligned} & n(\log[2] + \log[\alpha]) - n\log[\lambda + \theta] \\ & \log \sum_{i=1}^n (1 + \theta x) - \lambda x + \log \sum_{i=1}^n \left(1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right) - 3 \log \sum_{i=1}^n \left(\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x} \right) \\ & - \left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2 + (\alpha - 1) \log \sum_{i=1}^n \mathbf{1} - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta} \right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

$$\frac{d\text{Log}f(x; \alpha, \lambda, \theta)}{d\alpha} = \left(\begin{aligned} & \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \text{Log}\left[e^{-\frac{e^{2x\lambda} \left((1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right) \right)^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2}} \right] \\ & \left(e^{-\frac{e^{2x\lambda} \left((1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right) \right)^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2}} - 1 \right) \end{aligned} \right) \dots (17)$$

$$\frac{d\text{Log}f(x; \alpha, \lambda, \theta)}{d\theta} = \left(\begin{aligned} & \frac{\sum_{i=1}^n x}{1 + x\theta} + \frac{\sum_{i=1}^n x\lambda}{\theta + \lambda} - \frac{3 \sum_{i=1}^n e^{x\lambda} (\theta + \lambda) \left(\frac{e^{-x\lambda} (1 + x)}{\theta + \lambda} - \frac{e^{-x\lambda} (\theta + x\theta + \lambda)}{(\theta + \lambda)^2} \right)}{\theta + x\theta + \lambda} \\ & + \frac{e^{x\lambda} n (\theta + \lambda) \left(\frac{e^{-x\lambda} (-1 + e^{x\lambda} - x)}{\theta + \lambda} - \frac{e^{-x\lambda} (-\theta + e^{x\lambda} \theta - x\theta - \lambda + e^{x\lambda} \lambda)}{(\theta + \lambda)^2} \right)}{-\theta + e^{x\lambda} \theta - x\theta - \lambda + e^{x\lambda} \lambda} \\ & - \frac{2e^{2x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta + \lambda)^2} + \frac{x}{\theta + \lambda} \right) (1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right))^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^3} + \frac{e^{2x\lambda} (1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right))^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2} \\ & - \frac{1}{-1 + e^{-\frac{x\theta}{\theta + \lambda}}} \\ & \left(- \frac{2e^{x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta + \lambda)^2} + \frac{x}{\theta + \lambda} \right) (1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right))}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2} - \frac{2e^{2x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta + \lambda)^2} + \frac{x}{\theta + \lambda} \right) (1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right))^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^3} \right) \\ & \left(-1 + e^{-\frac{x\theta}{\theta + \lambda}} \right) \left(\frac{e^{2x\lambda} \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right) \right)^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2} \right) \left(\frac{2e^{x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta + \lambda)^2} + \frac{x}{\theta + \lambda} \right) \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right) \right)}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda} \right)^2} \right) \end{aligned} \right) \dots (18)$$

$$\frac{d\text{Log}f(x; \alpha, \lambda, \theta)}{d\lambda} = \left(\begin{aligned} & \frac{n\lambda}{\theta + \lambda} + \frac{2\theta(\theta + x\theta + \lambda - e^{x\lambda}(\theta + \lambda))^2}{(\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)^3} + \frac{2(\theta + x\theta + \lambda - e^{x\lambda}(\theta + \lambda))^2}{(\theta + x\theta + \lambda)^2} + 3n\left(\frac{\theta}{(\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)}\right) \\ & - \frac{2(\theta + x\theta + \lambda - e^{x\lambda}(\theta + \lambda))(\theta + (\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)\text{Log}[e])}{(\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)^2} + \frac{n(\theta + (\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)\text{Log}[e])}{e^{x\lambda}(\theta + \lambda)^2 - (\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda)} \\ & + \frac{2e^{x\lambda}n(-1 + \alpha)((1 + x)\theta - \lambda + e^{x\lambda}(\theta + \lambda))\text{Log}[e](\theta + (\theta + \lambda)(\theta + x\theta + \lambda))}{(-1 + e^{\frac{(\theta + x\theta + \lambda - e^{x\lambda}(\theta + \lambda))^2}{(\theta + x\theta + \lambda)^2}})(\theta + x\theta + \lambda)^3} \end{aligned} \right) \dots (19)$$

المعادلات (17) و(18) و(19) لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية لأنها معادلات غير خطية ولذلك يتم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات معالم التوزيع المقترح بطريقة الامكان الاعظم، وتعويض قيم المقدرات دالة البقاء في المعادلة (12) نحصل على مقدر الامكان الاعظم لهذه الدالة.

29 طريقة كرايمر فون مايسز Method of Cramer-Von Mises Minimum

تعتمد طريقة كرايمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة Cramer-Von Mises Minimum وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\alpha, \lambda, \theta, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي $c(\alpha, \lambda, \theta, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي

$$c(\alpha, \lambda, \theta, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(\lambda, \theta, \alpha, x) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \dots (20)$$

اذ ان $F(\alpha, \lambda, \theta, x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع (BXL) المحول وبتطبيق المعادلة رقم (20) نحصل على:
ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسبة للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وبحسب ما يأتي :
الاشتقاق α للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{cvm}$ وكالاتي :

$$c(\lambda, \theta, \alpha, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\left(1 - e^{-\left(\frac{1 - \left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta}\right) e^{-\lambda x}}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda + \theta}\right) e^{-\lambda x}} \right)^2} \right)^\alpha - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \dots (21)$$

$$\frac{\partial c}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(\left(\frac{e^{2x\lambda}(1 - e^{-x\lambda(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda}))^2}}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta + \lambda}\right)^2} \right)^\alpha - \frac{2i-1}{2n} \right) \left(1 - e^{-\frac{((1 - e^{x\lambda} + x)\theta + \lambda - e^{x\lambda}\lambda)^2}{(\theta + x\theta + \lambda)^2}} \right)^\alpha \text{Log} \left[1 - e^{-\frac{((1 - e^{x\lambda} + x)\theta + \lambda - e^{x\lambda}\lambda)^2}{(\theta + x\theta + \lambda)^2}} \right] \right) \dots (22)$$

الاشتقاق بالنسبة θ للحصول على المقدر $\hat{\theta}_{cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(\left(\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} \right)^\alpha - \frac{2i-1}{2n} \right) \left(\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} \right)^{\alpha-1} \right) \dots (23)$$

$$\alpha \left(\frac{2e^{x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2} + \frac{x}{\theta+\lambda} \right) \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right) \right)}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right)^2} \right)$$

$$+ \frac{2e^{2x\lambda} \left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2} + \frac{x}{\theta+\lambda} \right) \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right) \right)^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right)^3}$$

الاشتقاق بالنسبة لـ λ للحصول على المقدّر $\hat{\lambda}_{CVM}$ وكالاتي :

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(\left(1 - e^{-\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}}}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} \right)^\alpha - \frac{2i-1}{2n} \right) \left(e^{-\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}}}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} \right) \left(1 - e^{-\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}}}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} \right)^{\alpha-1} \right) \dots (24)$$

$$\alpha \left(-\frac{2e^{2x\lambda}x\theta(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}{(\theta+\lambda)^2(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^3} \right)$$

$$\frac{2e^{2x\lambda}x \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right) \right)^2}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right)^2}$$

$$\frac{2e^{2x\lambda} \left(1 - e^{-x\lambda} \left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right) \right) \left(\frac{e^{-x\lambda}x\theta}{(\theta+\lambda)^2} + e^{-x\lambda}x \left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right) \right)}{\left(1 + \frac{x\theta}{\theta+\lambda} \right)^2}$$

المعادلات معادلات (22) (23) (24) (غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة كرايمر فون مايسز $\hat{\alpha}_{CVM}, \hat{\theta}_{CVM}, \hat{\lambda}_{CVM}$ المقدره.

(Simulation)

10- الجانب التجريبي:

تم استخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبيا، حيث تم توليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح نظريا من دون الحصول عليها من الواقع العملي اذ يتميز هذا الأسلوب بالدقة ويوفر للباحثين الكثير من الوقت والجهد والمال لذلك يعتبر أسلوب مرن ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات الاتية:

أولا- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار خمس حجوم للعينات وهي (50,75,100,150) واستخدمت قيم افتراضية للمعلمات فكانت كما في الجدول الاتي :
جدول رقم (1) القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)

Experiment	α	λ	θ
1	2	0.01	1.3
2	1.5	0.5	0.5

ثانيا- تكرار التجربة 1000 مرة.

ثالثا - توليد المتغير العشوائي الذي يتوزع وفق النموذج (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) بثلاثة معلمات .

رابعا- تقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) وذلك باستعمال طرائق التقدير المشار إليها.

رابعا –المقارنة بين طرائق التقدير المستخدمة واختيار الطريقة الأفضل باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) والذي كلما تقل قيمته كلما كان المقدار افضل وتكتب صيغته كالآتي^[3] :

$$MSE(\hat{S}(t_i)) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{n_t} (\hat{S}_j(t_i) - S_j(t_i))^2 \quad \dots (25)$$

إذ أن:

L: تمثل عدد مرات تكرار التجربة وهو (1000) مرة.

n_t : هي معبرة عن حدود المتغير (t_j) من الحد الأدنى الى الحد الأعلى .

$\hat{S}(t_i)$: القيمة المقدرة لدالة البقاء وفق طرائق التقدير المستعملة .

t_i : تمثل أوقات البقاء لحين الفشل والتي تعتبر عينة تمثل التوزيع الاحتمالي (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) .

$S(t)$: دالة البقاء الحقيقية (الافتراضية) وهي في حالة تناقص.

$\hat{S}(t)_{ML}$: دالة البقاء المقدرة بطريقة الإمكان الأعظم لـ (1000) تجربة.

$\hat{S}(t)_{cvm}$: دالة البقاء المقدرة بطريقة العزوم لـ (1000) تجربة وهي في حالة تناقص،

وفي ما يلي نتائج تجارب المحاكات:

جدول (2) القيم الحقيقية والتقديرية لدالة البقاء بموجب طرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطاء التكاملية لكل طريقة عند احجام العينات المفترضة للأنموذج الأول والثاني

جدول رقم (2) متوسط مربعات الخطاء لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول				
Sample size	Performance			Best
		Methods		
		MLE	CVME	
50	MSE	0.058045633	0.072907391	MLE
75	MSE	0.010683849	0.020953399	MLE
100	MSE	0.116816543	0.083899177	MLE
150	MSE	0.033041658	0.051942734	MLE

جدول رقم (3) متوسط مربعات الخطاء لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول				
Sample size	Performance			Best
		Methods		
		MLE	CVME	
50	MSE	0.211862764	0.394859298	MLE
75	MSE	0.016683849	0.014623534	CVME
100	MSE	0.116816543	0.083899177	MLE
150	MSE	0.012829755	0.051942734	MLE

من الجداول (2)(3)

❖ افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير معلمات التوزيع المقترح وذلك لكونها اخذت الرتبة الاولى عند جميع احجام العينات (50، 150، 100، 75) في حين اخذت المرتبة الاولى أي انها تناسب في تقدير دالة البقاء التوزيع عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة .

❖ نلاحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

11- الجانب التطبيقي:

لقد تم جمع البيانات المتعلقة بالدراسة لعدد من المصابين بمرض سرطان الثدي من سجلات دائرة مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة والبالغ عددها (150) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى بالاسبوع تحت المراقبة والعلاج لحين الوفاء وتم تبويب البيانات للأشخاص المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (Survival Time) وذلك بطرح تاريخ الإصابة المرض من تاريخ الوفاة وكما يأتي :

جدول (4) يمثل اوقات البقاء لمرضى المصابين بمرض سرطان الثدي

0.15	0.62	0.72	0.85	1.01	1.13	1.24	1.38	1.46	1.63
0.24	0.63	0.74	0.85	1.01	1.15	1.25	1.38	1.47	1.63
0.36	0.64	0.74	0.87	1.02	1.15	1.27	1.39	1.47	1.66
0.37	0.64	0.74	0.87	1.04	1.16	1.28	1.39	1.48	1.67
0.38	0.66	0.76	0.87	1.05	1.17	1.28	1.39	1.48	1.67
0.42	0.66	0.8	0.88	1.06	1.17	1.28	1.39	1.5	1.71
0.45	0.67	0.81	0.91	1.06	1.17	1.28	1.4	1.51	1.73
0.52	0.67	0.82	0.92	1.06	1.17	1.3	1.41	1.52	1.73
0.52	0.67	0.82	0.94	1.07	1.19	1.3	1.42	1.54	1.74
0.52	0.68	0.83	0.95	1.09	1.19	1.31	1.43	1.54	1.74
0.54	0.69	0.84	0.96	1.09	1.2	1.32	1.44	1.58	1.74
0.54	0.7	0.84	0.96	1.1	1.21	1.32	1.44	1.61	1.75
0.57	0.7	0.84	0.96	1.11	1.21	1.33	1.44	1.62	1.76
0.57	0.7	0.85	0.99	1.12	1.22	1.34	1.44	1.62	1.79
0.59	0.71	0.85	0.99	1.13	1.24	1.37	1.46	1.62	2

(Good ness of Fit)

11-1 اختبار حسن المطابقة:

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المقترح BurrX- LindleyTwoParameter distribution فقد تم أستعمال اختبار حسن المطابقة (Good ness of Fit) وحسب الفرضية الاحصائية الأتية^[2]:

H_0 : The data have BurrX – LindleyTwoParameter distribution

H_1 : The data dont have BurrX – LindleyTwoParameter distribution

وقد تم توضيح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال قانون Chi – Squared كما في الجدول التالي^[10]:
جدول (5) نتائج اختبار حسن المطابقة تم اجراء الاختبار وكانت قيمة

Distributions	Parameter			Pearson X^2		
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}$	statistic	P-Value	
BX-L2	0.6880	0.87462	1.2249	0.058006	0.6718	Best
Lindley	-----	1.85934	1.8076-	0.209443	0.00000303	

نلاحظ من الجدول (4) ان قيمة χ^2_c المحسوبة وفق الصيغة هي اكبر من الجدولية إذن لا نرفض فرضية العدم القائلة بأن البيانات تتوزع وفق

النموذج BurrX – LindleyTwoParameter distribution

(Criteria choosing the best distribution)

(Akaike Test)

معايير اختبار افضل توزيع:

11-2-1 اختبار أكايكي AIC^[2]:

أن الصيغة العامة لأحصاء معيار أكايكي (AIC) كما يلي:

$$AIC = -2L(\hat{\theta} \setminus X) + 2P \quad \dots (26)$$

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

$L(\hat{\theta} \setminus X)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

2-2-11 اختبار بيز أكايكي BIC (Bayesian Akaike Test)

احدى معايير اختبار حسن المطابقة (GOF) ويرمز له اختصاراً (BIC) ^[10] وأن صيغته العامة تكون كما يلي:

$$BIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + P \text{Log}(n) \quad \dots (27)$$

$L(\hat{\theta} \setminus X)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n : تمثل حجم العينة.

3-2-11 اختبار أكايكي المتسق CAIC (Consistent Akaike Information Criterion):

ان الصيغة لاختبار حسن المطابقة أكايكي المتسق (CAIC) ^[2] هي كما يلي:

$$CAIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + \frac{2nP}{n - P - 1} \quad \dots (28)$$

و ان

n: تمثل حجم العينة.

قد تم توضيح نتائج الاختبارات التي تم ذكرها انفاً في جدول رقم (5) لمقارنة أداء التوزيع المقترح مع توزيع Rayleigh Pareto بأستعمال عينة حقيقة تمثل اوقات البقاء بالساعات للأشخاص المصابين التهاب الجهاز التنفسي .

جدول (6) يبين معايير المفاضلة بين التوزيع المقترح والتوزيع الاساس في تمثيل البيانات الحقيقية

Distributions	AIC	BIC	CAIC
BurrX- LindleyTwoParameter distribution	140.4669	149.4988	152.4988
LindleyTwoParameter distribution	241.3340	247.3552	249.3552

في المعايير الإحصائية هو اختبار أفضل توزيع احتمالي من بين مجموعات احصائية وهناك عدة معايير والتي استعمل منها ثلاثة معايير الموضحة في المعادلة (39) و(40) و(41) لبيان إفضاليه هذا التوزيع ومن خلال النتائج وفي الجدول (6) تبين أن أفضل توزيع هو BurrX – LindleyTwoParameter distribution لأنه يملك أقل قيمة للمعايير الثلاثة.

جدول (7) مقدرات الامكان الاعظم لدالة البقاء للبيانات الحقيقية

i	t	S(x)	i	t	S(x)	i	t	S(x)	i	t	S(x)	i	t	S(x)
1	0.15	0.995834	36	0.24	0.896239	71	0.8	0.601323	106	1.1	0.208859	141	1.71	0.010363
2	0.24	0.994979	37	0.36	0.890693	72	0.81	0.590149	107	1.11	0.198881	142	1.73	0.00906
3	0.36	0.994026	38	0.37	0.884979	73	0.82	0.578865	108	1.12	0.189117	143	1.73	0.00789
4	0.37	0.992972	39	0.38	0.879094	74	0.82	0.567478	109	1.13	0.179576	144	1.74	0.006844
5	0.38	0.991814	40	0.42	0.873038	75	0.83	0.555992	110	1.13	0.170265	145	1.74	0.005913
6	0.42	0.990548	41	0.45	0.86681	76	0.84	0.544416	111	1.15	0.161193	146	1.74	0.005088
7	0.45	0.989172	42	0.52	0.86041	77	0.84	0.532755	112	1.15	0.152368	147	1.75	0.004359
8	0.52	0.987682	43	0.52	0.853836	78	0.84	0.521018	113	1.16	0.143795	148	1.76	0.003718
9	0.52	0.986077	44	0.52	0.847088	79	0.85	0.509212	114	1.17	0.135482	149	1.79	0.003157
10	0.52	0.984353	45	0.54	0.840166	80	0.85	0.497344	115	1.17	0.127433	150	1.67	0.002669
11	0.54	0.982508	46	0.54	0.833069	81	0.85	0.485424	116	1.17	0.119654			
12	0.54	0.98054	47	0.57	0.825797	82	0.85	0.473459	117	1.17	0.112148			

13	0.57	0.978446	48	0.57	0.81835	83	0.87	0.461458	118	1.19	0.10492			
14	0.57	0.976223	49	0.59	0.810728	84	0.87	0.449431	119	1.19	0.097971			
15	0.59	0.97387	50	0.62	0.802932	85	0.87	0.437386	120	1.2	0.091305			
16	0.62	0.971383	51	0.63	0.794961	86	0.88	0.425334	121	1.21	0.084921			
17	0.63	0.968762	52	0.64	0.786817	87	0.91	0.413283	122	1.21	0.078821			
18	0.64	0.966004	53	0.64	0.7785	88	0.92	0.401245	123	1.22	0.073004			
19	0.64	0.963106	54	0.66	0.770012	89	0.94	0.389229	124	1.24	0.067469			
20	0.66	0.960067	55	0.66	0.761352	90	0.95	0.377246	125	1.24	0.062213			
21	0.66	0.956884	56	0.67	0.752523	91	0.96	0.365307	126	1.25	0.057235			
22	0.67	0.953556	57	0.67	0.743526	92	0.96	0.353422	127	1.27	0.052529			
23	0.67	0.95008	58	0.67	0.734362	93	0.96	0.341602	128	1.28	0.048093			
24	0.67	0.946456	59	0.68	0.725034	94	0.99	0.329858	129	1.28	0.043921			
25	0.68	0.94268	60	0.69	0.715544	95	0.99	0.318201	130	1.28	0.040007			
26	0.69	0.938751	61	0.7	0.705895	96	1.01	0.306643	131	1.28	0.036345			
27	0.7	0.934668	62	0.7	0.696088	97	1.01	0.295194	132	1.3	0.032928			
28	0.7	0.930428	63	0.7	0.686127	98	1.02	0.283866	133	1.3	0.029748			
29	0.7	0.92603	64	0.71	0.676015	99	1.04	0.272669	134	1.31	0.026798			
30	0.71	0.921473	65	0.72	0.665755	100	1.05	0.261615	135	1.32	0.024068			
31	0.72	0.916754	66	0.74	0.655352	101	1.06	0.250715	136	1.32	0.021551			
32	0.74	0.911873	67	0.74	0.644808	102	1.06	0.239979	137	1.33	0.019236			
33	0.74	0.906827	68	0.74	0.634129	103	1.06	0.229417	138	1.34	0.017115			
34	0.74	0.896595	69	0.15	0.623318	104	1.07	0.612381	139	1.09	0.015176			

12- الاستنتاجات:

1. أظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان طريقة الامكان الاعظم هي الأفضل لتقدير دالة البقاء بالنسبة لحجوم العينات المتوسطة والكبيرة.
2. - تناقص القيم الخاصة بالمقياس الإحصائي متوسط مربعات التكاملي (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الإحصائية لهذا المؤشر.
3. -تناقص قيم دالة البقاء بزيادة الزمن (t) وهذا يطابق مع ما تم عرضه في الجانب النظري عن سلوك هذه الدالة.
4. اظهر الجانب التجريبي ان تقديرات دالة البقاء للتوزيع المقترح للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المخاطرة في الجانب التطبيقي .
5. من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة (*Goodness of fit*) وجد أن التوزيع الاحتمالي المقترح يصف البيانات الحقيقية افضل من التوزيع الاساس، وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالي المحول مقارنة بالتوزيع الاحتمالي الاصلي.
- 6.

13- التوصيات:

1. استعمال أنواع جديدة من التوزيعات التحويل المحولة وذلك لما تمتاز به هذه التوزيعات من مرونة وكفاءة عالية في تمثيل بيانات الوقت.
2. استعمال طرائق تقدير أخرى مثل الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء.
3. تطبيق النموذج الجديد المقترح BurrX – LindleyTwoParameter distribution في الجوانب الهندسية والطبية والصناعية.
4. الاهتمام بالحصول على البيانات مرض سرطان الثدي في جميع محافظات العراق لحساب دالة البقاء ودالة المخاطرة.
5. يوصي الباحث بتطوير استعمال توزيع انموذج BurrX- LindleyTwoParameter ذي الثلاثة معلمات لكي يصبح بالإمكان ان يستعمل في دراسات أخرى.

المصادر

المصادر العربية:

1. .Abdul Ahad, Ataf Adwar (2007), (Reliability Estimates for the Exponential Distribution with Two Parameters - A Comparative Study), Master's Thesis submitted to the College of Administration and Economics at the University of Baghdad.
2. Jassim. Khader Naseef (2012) "Comparing the Estimation of the Reliability Function of the Mixed Exponential Distribution with a Practical Application" PhD Thesis, College of Administration and Economics - Baghdad.
3. Al-Durai'i, Mahdi Ali Abdul-Hussein (2016) "Some methods for estimating the parameters of the reliability function of a complex probabilistic model with practical application." Master's thesis, College of Administration and Economics, University of Baghdad.

المصادر الأجنبية:

4. Shrahili, M., Elbatal, M., & Muhammad, M. (2019). The type I half-logistic Burr X distribution: Theory and practice. *J. Nonlinear Sci. Appl*, 12, 262-277.
5. Abouelmagd, T. H. M., Hamed, M. S., Afify, A. Z., Al-Mofleh, H., & Iqbal, Z. (2018). The Burr X Fréchet distribution with its properties and applications. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 13(1), 23-51.
6. Ali, S., Aslam, M., & Kazmi, S. M. A. (2013). A study of the effect of the loss function on Bayes estimate, posterior risk and hazard function for Lindley distribution. *Applied Mathematical Modelling*, 37(8), 6068-6078.
7. Cox ,C.;(2008);"The generalized F distribution:an umbrella for parametric survival analysis"; *Statistics in Medicine* ,vol,27,pp,4301-4312, U,S,A,
8. Cox ,Ch .;Chu, H.; Schnider, FM,;and Mu noz, A,; (2007);"Parametric survival analysis and taxonomy of hazard functions for the generalized gamma distribution" ;*Statistics in Medicine* vol,26,pp,4352–4374, U,S,A,
9. Day, N,E, (1969) "Estimating The Component of A Mixture of Normal Distribution" *Biometrika* Vol,56, No,3, PP,463- 474,5,
10. Diab L,S, and , Muhammed H, Z, , (2014) "Quasi Lindley Geometric Distribution " *International Journal of Computer Applications* (0975 – 8887) Volume 95– No, 13, June,
11. Shanker, R., Shukla, K. K., Shanker, R., & Leonida, T. A. (2017). A three-parameter Lindley distribution. *American Journal of Mathematics and Statistics*, 7(1), 15-26.
12. Farahat ; M. Al-Shammari ; (2004) ; " Power system reliability evaluation and quality assessment by fuzzy logic technique ",*IeeeXplore*, Vol.1, Page(478-483).
13. Rinne,H,(2014),The Hazard Rate Theory and Inference [http://geb.uni-giessen.de /geb/volltexte/2014/ 10793/pdf/RinneHorst_hazardrate_2014.pdf](http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2014/10793/pdf/RinneHorst_hazardrate_2014.pdf),
14. Yousof, H. M., Afify, A. Z., Hamedani, G. G., & Aryal, G. (2017). The Burr X generator of distributions for lifetime data. *Journal of Statistical Theory and Applications*, 16(3), 288-305.. g.