المقارنة بين طرق معلمية ولا معلمية لتقدير دالة المعولية لتوزيع Alpha Power Fréchet

الباحث رضا عادل ناصر
الأستاذ المساعد الدكتور علي ناصر حسين
جامعة البصرة / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء 1

المستخلص:

يقدم هذا البحث مقارنة بين الطرق المعلمية (طريقة الإمكان الأعظم MLE) وا[2]لطرق اللامعلمية (طرائق التجريب: رتبة الوسط، رتبة الوسيط، والطريقة القشتماتلة) لتقدير دالة المعولية لتوزيع Alpha Power Fréchet (APF) المُقترح حديثًا، والذي يعد توسعة مرنة لتوزيع Fréchet الكلاسيكي ليكون أكثر ملاءمة لنمذجة بيانات المعولية ذات الذيول الثقيلة والقيم المتطرفة، مثل بيانات أعطال مضخات الشركة العامة للصناعات البتروكيمياوية في البصرة. اعتمدت الدراسة على محاكاة مونت كارلو لتوليد بيانات باستخدام معلمات افتراضية مختلفة وأحجام عينات متنوعة (صغيرة، متوسطة، كبيرة)، حيث أظهرت النتائج تفوق طريقة الإمكان الأعظم (MLE) باستمرار من حيث دقة تقدير المعولية وامتلاكها لأقل متوسط خطأ تربيعي (MSE) عبر جميع سيناريوهات المحاكاة، تليها مباشرة طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط كأفضل الطرق اللامعلمية أداءً، مما يؤكد كفاءة الطريقة المعلمية وفعالية التوزيع المقترح في تمثيل معولية المعدات الحديثة المعقدة.

الكلمات المفتاحية:

توزيع Alpha Power Fréchet، المعولية، المضخات، طريقة الإمكان الأعظم، طريقة التجريب.

---

[1] بحث مستل من رسالة الماجستير الموسومة (المقارنة بين طرق معلمية ولا معمية والخوارزمية الجينية لتقدير دالة المعولية لتوزيع Alpha Power Frechet مع التطبيق)

المقدمة :

في ظل التطور التقني المتسارع وتعقيد الآلات والمعدات في العصر الحديث، برزت الحاجة الملحة إلى تطوير أدوات إحصائية متقدمة قادرة على تحليل معولية هذه الأجهزة والتنبؤ بأعطالها، خاصة مع عجز التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية عن نمذجة سلوك البيانات ذات القيم المتطرفة والذيول الثقيلة التي تميز فشل الأنظمة المعقدة. انطلاقًا من هذه المشكلة، يقدم هذا البحث دراسة شاملة ومتعمقة لتوزيع "ألفا باور فريشيت" (Alpha Power Fréchet) كتوسيع مرن ومبني على عائلة توزيعات القيم المتطرفة (Fréchet)، وذلك بهدف تقديم نموذج احتمالي أكثر مرونة وقدرة على تمثيل بيانات المعولية الخاصة بمضخات الشركة العامة للصناعات البتروكيمياوية في محافظة البصرة، والتي تم جمعها على مدى ستة أشهر. ترتكز الأطروحة على مقارنة منهجية بين نماذج التقدير المعلمية، متمثلة بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) التي تم حلها عددياً باستخدام خوارزمية نيوتن-رافسون (Newton-Raphson) بلغة Python، ونماذج التقدير اللامعلمية أو حرة التوزيع، متمثلة بطرائق التجريب (Empirical Methods) الثلاث: رتبة الوسط (Mean-Rank)، ورتبة الوسيط (Median-Rank)، والطريقة المتماثلة (Symmetric). ولضمان شمولية النتائج وموثوقيتها، اعتمد البحث على منهجية محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo Simulation) لتوليد بيانات محاكاة تغطي مجموعة واسعة من أحجام العينات (من الصغيرة جداً إلى الكبيرة) وقيم معلمات مختلفة للتوزيع المقترح، مع تكرار عملية المحاكاة آلاف المرات لتقليل الخطأ العشوائي. وقد أكدت التحليلات والنتائج المستفيضة تفوق طريقة الإمكان الأعظم بشكل قاطع من حيث دقة تقدير دالة المعولية وضآلة متوسط الخطأ التربيعي (MSE) عبر جميع ظروف المحاكاة، بينما صنفت طرائق التجريب بحيث جاءت طريقة رتبة الوسط في المقدمة تليها الطريقتان الأخريان، مما يثبت نجاعة التوزيع المقترح كأداة فعالة في تحليل المعولية ويؤكد على موثوقية وكفاءة النهج المعلمي عندما يكون النموذج الاحتمالي معروفاً وملائماً لطبيعة البيانات.

مشكلة البحث:

1.بافتراض ان سلوك المضخات في الشركة العامة للصناعات البتروكيمياوية هو سلوك عشوائي يتبع توزيع احتمالي بالتالي تتمثل المشكلة بإيجاد التوزيع الاحتمالي الذي له القدرة على وصف البيانات وهل يمكن استعمال توزيع Alpha Power Fréchet.

2.مرونة Fréchet هل تزداد عند توسعته بطريقة قوة الفا ام لا بسبب تعقيد البيانات وزيادة حالة اللاخطية في المعادلات.

هدف البحث:

يهدف البحث الهدف الأساس الذي يقوم عليه البحث هو اثبات ان توزيع Alpha Power Fréchet توزيع مناسب لتمثيل المعولية للمكائن الحديثة من خلال تقدير المعولية بالطرق المعلمية واللامعلمية والخوارزمية الجينية وتحسين المعولية الناتجة من الطرق المعلمية واللامعلمية جينياً

توزيع فريشيت [3] [17] [18]

يعد توزيع Fréchet واحد من اهم التوزيعات العائلة الاسية والذي يمكن استخدامه لوصف السلوك الاحتمالي للبيانات التي تتضمن قيم شاذة او متطرفة وغالبا ما يستخدم هذا التوزيع في مجالات المياه والأرصاد الجوية والتمويل والهندسة لتوصيف الأحداث النادرة. ، يعرف بأنه التوزيع المعكوس لتوزيع ويبل ، كما يعرف هذا التوزيع بانه توزيع القيم

المتطرفة من النوع الثاني ويُستخدم لنمذجة توزيع الحد الأقصى (أو الحد الأدنى) لمجموعة كبيرة من المتغيرات العشوائية المستقلة الموزعة بشكل متطابق.

ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريشيت هي

$$f(x,\beta,\lambda) = \frac{\lambda}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-(\lambda+1)} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}} \quad , x > 0 \quad (1)$$

وان الدالة التوزيع هي

$$F(x,\beta,\lambda) = e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}} \quad (2)$$

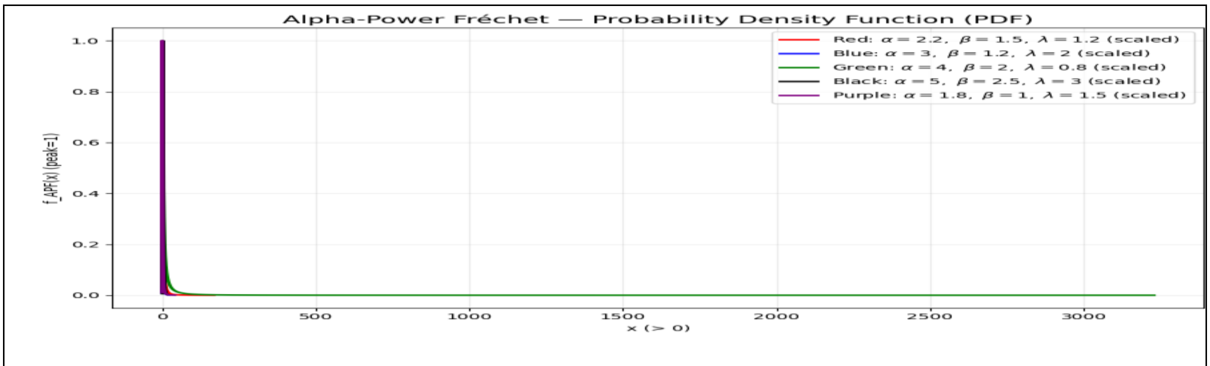
توزيع قوة الفا فريشيت [6] [11] [12] [15]

تم اقتراح توزيع قوة الفا فريشيه من خلال إيجاد توسعة لتوزيع فريشيه وبتطبيق الصيغة ادناه

$$f_{APT}(x) = \frac{\log(\alpha)}{\alpha - 1} f(x)\alpha^{F(x)} \qquad , \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (3)$$

اذا ان $f(x)$ يمثل دالة الكثافة للتوزيع الذي سيتم توسعته $F(x)$ يمثل دالة التراكمية للتوزيع ، من تعويض (1) ، (2) في (3) يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع قوة الفا فريشيه وكما موضح في المعادلة

$$f_{APT}(x) = \frac{\log(\alpha)}{\alpha - 1}\frac{\lambda}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-(\lambda+1)} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}} \alpha^{e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}}} \quad , \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (4)$$



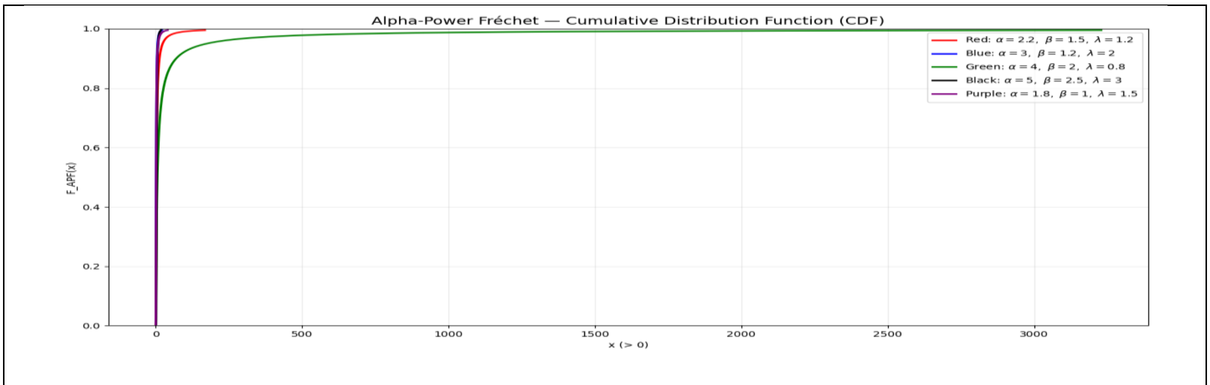
الشكل (1) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Alpha Power Fréchet

وللحصول على دالة التراكمية للتوزيع المقترح يمكن من خلال تطبيق معادلة التوسعة للدالة التراكمية بقوة الفا (5)

$$F_{APT}(x) = \frac{\alpha^{F(x)} - 1}{\alpha - 1} \qquad , \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (5)$$

بعد تطبيق التوسعة واستعمال $\boxed{\text{الدالة}}$ التراكمية للتوزيع الأصلي يتم الحصول على الدالة التراكمية للتوزيع المقترح

$$F_{APT}(x) = \frac{\alpha^{e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}}} - 1}{\alpha - 1} \qquad , \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (6)$$

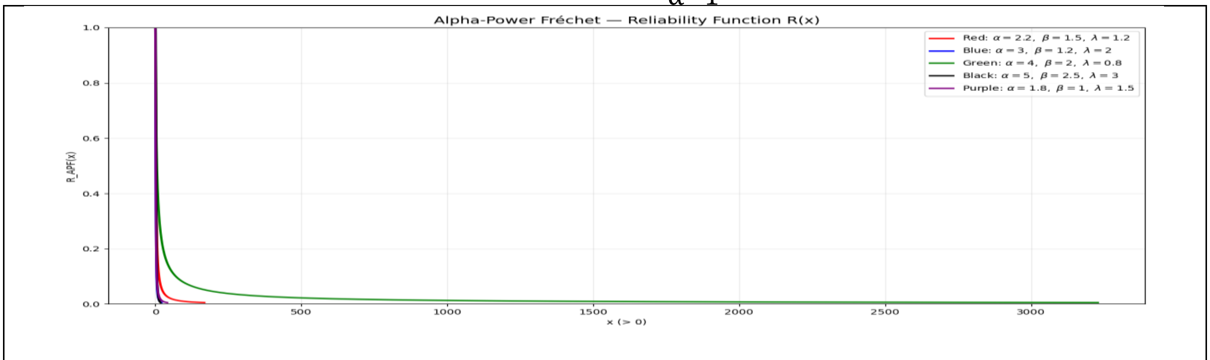


الشكل (2) يمثل الدالة التراكمية لتوزيع Alpha Power Fréchet

ان دالة المعولية لتوزيع قوة الفا فريشيه هي

$$R_{APT}(x) = 1 - F_{APT}(x)$$

$$R_{APT}(x) = 1 - \frac{\alpha^{e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\lambda}}} - 1}{\alpha - 1} \quad (7)$$



الشكل (3) يمثل الدالة المعولية لتوزيع Alpha Power Fréchet

أولا: طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) [2] [7] [8] [10] [9]:

تعد هذه الطريقة من أكثر طرق التقدير شيوعا وإستخداما بين الباحثين كونها تعطي مقدرات تتمتع بخصائص المقدر الجيد مثل خاصية عدم التحيز والثبات والاتساق، تم ايجادها من قبل العالم الإحصائي **رونالد فيشر (Ronald Fisher)** عام 1922، تعتبر الاداة الاقوى من حيث التقدير في الإحصاء المعلمي، نقوم بتقدير المعلمات من خلال تعظيم دالة الامكان الاعظم

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\lambda})$$

وتتلخص خطواتها: -

نحدد دالة الكثافة الاحتمالية pdf لتوزيع (Alpha Power Fréchet) ونكون دالة الامكان وذلك بأخذ المضروب لدالة الكثافة

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\boldsymbol{ln(\alpha)}}{\boldsymbol{\alpha - 1}}\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\beta}}\left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-(\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{1})} \boldsymbol{e}^{-\left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-\boldsymbol{\lambda}}} \boldsymbol{\alpha}^{\boldsymbol{e}^{-\left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-\boldsymbol{\lambda}}}}\right) \quad (8)$$

$$\mathcal{L}(x_i;\theta) = \boldsymbol{n * ln(ln(\alpha)) - n * ln(\alpha - 1) + n * ln(\lambda) - n * ln(\beta)} - (\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{1}) * \boldsymbol{ln}\left(\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right) + \sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-\boldsymbol{\lambda}} + \boldsymbol{ln(\alpha)} * \boldsymbol{e}^{-\left(\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-\boldsymbol{\lambda}}\right)} \quad (9)$$

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي لمضروب الدالة L(θ) ، ثم نأخذ المشتقة الاولى بالنسبة للمعلمات

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\beta}}, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \frac{\boldsymbol{n}}{(\boldsymbol{\alpha * ln(\alpha)})} - \frac{\boldsymbol{n}}{(\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{1})} + \frac{\boldsymbol{e}^{-\left(\sum_{\boldsymbol{i}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}}\left(\frac{\boldsymbol{x_i}}{\boldsymbol{\beta}}\right)^{-\boldsymbol{\lambda}}\right)}}{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = -\frac{n}{\beta} - \frac{(\lambda+1) * \sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{x_i}{\beta^2}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\beta^2}\right)} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda} * \lambda}{\beta} - ln(\alpha)\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda} * \lambda}{\beta}\right) e^{-\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda}\right)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\beta}\right)\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda} ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)\right) - ln(\alpha) * \sum_{i=1}^{n}\left(-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda} ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)\right) * e^{-\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{-\lambda}\right)}$$

قبل الشروع في الاشتقاقات ومن هيكلية المعادلة يظهر لنا نظام معادلات غير خطية يتم حله غالبا بأسلوب النظام العددي وأكثر البحوث تستخدم خوارزمية نيوتن رافسن لتقدير المعلمات في حالة منظومة المعادلات غير خطية

تقدير الدالة المعولية لتوزيع (Alpha Power Fréchet) بالطرق اللامعلمية :- [4] [16] [13]

تتلخص فلسفة تقدير المعولية بالطرق اللامعلمية بفكرة عدم تخمين التوزيع او شكل البيانات بمعنى اخر "الاستسلام للبيانات " وترك البيانات هي التي ترسم الصورة الحقيقية بشكل حر وغير مقيد تنطلف هذه الفلسفة من فكرة رفض اللامتناهي للمتناهي للفيلسوف الفرنسي آلان باديو بالتالي التقدير اللامعلمي يرفض فكرة اخضاع البيانات فهي لا تبحث عن النموذج الذي يناسب البيانات ، لا، بل تبحث الاستنتاج والشكل والتوزيع بالاعتماد على البيانات نفسها
.

ابتكرت هذه الطرق منذ عام **1951** اذ قام الباحثان E. L. Kaplan والعالمPaul Meier بنشر بحثهم الذي تم من خلال تقدير دالة البقاء باستخدام طريقة Kaplan–Meier Estimator. تتصف الطرق اللامعلمية بكونها لا تتطلب معرفة مسبقة بالتوزيع الأساسي للبيانات (مثل الطبيعي، الأسي، إلخ) كما انها تمتاز **بالمرونة** اذ انها **تعمل** بشكل جيد مع البيانات المعقدة أو غير المتناظرة وحتى الشاذة . ومن الصفات الأخرى للطرق اللامعلمية هي **المتانة (Robustness)**: اذ تكون حساسيتها قليلة مع القيم المتطرفة مقارنة بالطرق المعلمية. **ولا يشترط حجم عينة** محدد اذ يمكن استخدامها مع العينات ذات الاحجام الصغيرة .

طرائق التجريب

(Empirical Methods EM)[14] [14] [5]

التماثل هو مفهوم جوهري يرتبط بالاتزان والاستقرارية. حيث تشير فلسفة التماثل الإحصائي الى أن القوى المؤثرة على الظاهرة تتوزع بشكل متساوي ومتزن حول المركز .لا يوجد تحيز نحو طرف على حساب الآخر. التماثل هو حالة من الحياد في التوزيع. يعتبر الوسط والوسيط كحكمين حيث ان الوسط الحسابي هو "حكم العقل"، فهو يحسب كل قيمة بدقة. اما الوسيط هو "حكم المقاومة" او حكم القلب، فهو يبحث عن النقطة التي تقسم المجتمع إلى نصفين متساويين بغض النظر عن القيم المتطرفة .عندما الوسط مع الوسيط ، فهذه أقوى إشارة على وجود توازن وتناغم كامل (تماثل).الدالة التراكمية تشبه مسك الحبل من الوسط إذا طوينا منحنى توزيع متماثل من وسطه، فإن النصفين سيطابقان بعضهما. هذه هي فكرة الدالة التراكمية المتماثلة. إذا كان التوزيع متماثلًا، فإن سرعة تراكم البيانات يجب أن تكون متطابقة على جانبي المركز.

تسمى هذه الطرائق بالطرائق اللامعلمية او الطرائق حرة التوزيع والهدف منها هو تقدير دالة المعولية مباشرة من خلال أوقات الفشل، فاذا كانت $(t_0, t_1, \dots, t_n)$ هي أوقات فشل عينة عشوائية وان عدد الوحدات الباقية في الوقت (t_i) هو $(n-i)$ ، فأن دالة المعولية هي نسبة عدد الوحدات الباقية الى عدد الوحدات الكلي، والدالة التراكمية لتوزيع الفشل تعرف بالصيغة الآتية :

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n-i}{n} = 1 - \frac{i}{n}$$

ويمكن تقدير الدالة التراكمية لتوزيع الفشل بصيغ مختلفة وكالاتي :

1. تقدير الدالة التراكمية لتوزيع الفشل بالاعتماد على رتبة الوسط :

$$F(t_i) = \frac{i}{n+1} \quad \dots\dots(10)$$

وأن تقدير دالة المعولية يكون كالاتي :

$$\hat{R}(t_i) = 1 - \frac{i}{n+1}$$

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n+1-i}{n+1} \quad \dots\dots(11)$$

2. تقدير الدالة التراكمية لتوزيع الفشل المعتمدة على رتبة الوسيط وكالاتي :

$$F(t_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad \dots\dots(12)$$

وان تقدير دالة المعولية يكون كالاتي :

$$\hat{R}(t_i) = 1 - \frac{i}{n+0.4} = \frac{n-i+0.7}{n+0.4} \quad \dots\dots(13)$$

3. تقدير الدالة التراكمية لتوزيع الفشل المعتمدة على دالة الكثافة التراكمية المتماثلة وكالاتي :

$$F(t_i) = \frac{i-0.5}{n} \qquad (14)$$

بالتالي فان الدالة المعولية تكون كالاتي :

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n-i+0.5}{n} \qquad (15)$$

حيث ان :-

i :- الترتيب لاوقات الفشل (رتبة المشاهدة)

المحاكاة:

علم المحاكاة هو منهجية علمية تستخدم لنمذجة وتحليل سلوك نظام حقيقي أو افتراضي عن طريق بناء نموذج رياضي/حاسوبي يمثل ذلك النظام، وتنفيذ تجارب على هذا النموذج لفهم أدائه، والتنبؤ بسلوكه تحت ظروف مختلفة، أو تقييم استراتيجيات جديدة للتعامل معه دون الحاجة إلى تجربته في الواقع مما قد يكون مكلفًا أو خطيرًا أو مستحيلاً. تعتمد المحاكاة على فكرة "ماذا لو؟(What-if Analysis) "، حيث تسمح للباحثين بتغيير معاملات الإدخال ومراقبة تأثيرها على مخرجات النظام. من أشهر أنواعها **محاكاة مونت كارلو** التي تعتمد على تكرار عملية محاكاة عشوائية آلاف أو ملايين المرات للحصول على نتائج إحصائية موثوقة وتقدير الاحتمالات المختلفة.

حجم العينة (Sample Size)

تم اختيار عدد من القيم الافتراضية لحجوم العينات، كما هو موضح في الجدول (1)

جدول (1) حجوم العينات المستعملة في المحاكاة

Samples Size						
العينات الصغيرة			العينات المتوسطة		العينات الكبيرة	
15	25	35	50	75	100	500

محاكاة توزيع Alpha Power Fréchet

استخدمت طريقة محاكاة مونت كارلو لغرض المقارنة بين طريقة الامكان الاعظم (Mixamum Likelihood Metjod) وطريقة التجريب بدوالها الثلاث في تقدير معالم توزيع Alpha Power Fréchet، وقد استخدمت طريقة المعكوس للحصول على متغيرات عشوائية تتبع التوزيع المذكور وحسب الصيغة الاتية

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\beta} * \left(-\ln\left(\frac{\ln(R*\alpha-R+1)}{\ln(\alpha)}\right)\right)^{-\frac{1}{\lambda}} \quad ; \quad \text{إذ إن } R\sim u(0,1)$$

كما افترضت القيم لمعلمة الموقع (α) ومعلمة القياس (β) ومعلمتي الشكل (λ) وكما مبينة في الجدول

جدول (2): القيمة الافتراضية لمعلمة الموقع (α) ومعلمة القياس (β) ومعلمة الشكل (λ) لتوزيع Alpha Power Fréchet

Model	1	2	3	4	5
α	2	4	12	25	3
β	2	1	4	10	0.2
λ	2	6	3	1	5

وقد تم تكرار عملية المحاكاة 2000 للتأكد من تجانس نتائجها

نتائج المحاكاة لتوزيع Alpha Power Fréchet

تم تنفيذ برنامج المحاكاة حيث أعد بلغة البرمجة بايثون لمحاكاة بيانات تتبع توزيع القيم المتطرفة المعمم بناء على القيم الافتراضية لأحجام العينات المبينة في الجدول (1) والقيم الافتراضية لمعلمة الشكل والموقع والمبينة في الجدول (2) وقد تم الحصول على النتائج الآتية:

تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 2, \beta = 2, \lambda = 2)$

جدول (3) : تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 2, \beta = 2, \lambda = 2)$ بالنسبة للمعولية ومعيار الخطا للمعولية للطرق المعلمية (الإمكان الأعظم MLE) واللامعلمية (التجريب بدوالها الثلاث)

الطرق		$(\alpha = 2, \beta = 2, \lambda = 2)$						
		15	25	35	50	75	100	500
MLE	Reb.	0.53116	0.52787	0.52269	0.52095	0.51819	0.51482	0.50656
	MSE	0.00320	0.00268	0.00202	0.00156	0.00092	0.00077	0.00014
Mean-Rank	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.50980	0.50000	0.50495	0.50100
	MSE	0.33563	0.34662	0.35181	0.35568	0.35854	0.36027	0.36389
Median-Rank	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.50992	0.50000	0.50498	0.50100
	MSE	0.34662	0.35361	0.35660	0.35934	0.36102	0.36214	0.36428
Symmetric	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.51000	0.50000	0.50500	0.50100
	MSE	0.35457	0.35851	0.36050	0.36184	0.36270	0.36341	0.36453

بالتالي الطريقة المعلمية هي الأفضل ويأتي من بعدها طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط ولجميع حجوم العينات .

تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 4, \beta = 1, \lambda = 6)$

جدول (4) : تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 4, \beta = 1, \lambda = 6)$ بالنسبة للمعولية ومعيار الخطا للمعولية للطرق المعلمية (الإمكان الأعظم MLE) واللامعلمية (التجريب بدوالها الثلاث)

الطرق			$(\alpha = 4, \beta = 1, \lambda = 6)$						
			15	25	35	50	75	100	500
المعلمية	MLE	Reb.	0.54027	0.53034	0.52443	0.51956	0.51705	0.51377	0.50540
		MSE	0.00434	0.00308	0.00239	0.00136	0.00077	0.00063	0.00009
Empirical	Mean-Rank	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.50980	0.50000	0.50495	0.50100
		MSE	0.34347	0.35158	0.35547	0.35780	0.36028	0.36174	0.36426
	Median-Rank	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.50992	0.50000	0.50498	0.50100
		MSE	0.35237	0.35723	0.35962	0.36076	0.36228	0.36325	0.36457
	Symmetric	Reb.	0.50000	0.50000	0.50000	0.51000	0.50000	0.50500	0.50100
		MSE	0.35883	0.36120	0.36250	0.36278	0.36364	0.36427	0.36477

بالتالي الطريقة المعلمية هي الأفضل ويأتي من بعدها طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط ولجميع حجوم العينات .

تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 12, \beta = 4, \lambda = 3)$

جدول (5) : تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 12, \beta = 4, \lambda = 3)$ بالنسبة للمعولية ومعيار الخطا للمعولية للطرق المعلمية (الإمكان الأعظم MLE) واللامعلمية (التجريب بدوالها الثلاث)

الطرق			$(\alpha = 12, \beta = 4, \lambda = 3)$						
			15	25	35	50	75	100	500
المعلمية	MLE	Reb.	0.49101	0.47850	0.47924	0.48270	0.48785	0.48794	0.49417
		MSE	0.00077	0.00148	0.00121	0.00088	0.00056	0.00039	0.00011
Empirical	Mean-Rank	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.50980	0.5	0.50495	0.50100
		MSE	0.32990	0.33442	0.33694	0.33816	0.33938	0.34030	0.34183
	Median-Rank	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.50992	0.5	0.50498	0.50100
		MSE	0.33640	0.33853	0.33996	0.34030	0.34083	0.34140	0.34205
	Symmetric	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.51000	0.5	0.50500	0.50100
		MSE	0.34115	0.34143	0.34206	0.34177	0.34182	0.34214	0.34220

بالتالي الطريقة المعلمية هي الأفضل ويأتي من بعدها طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط ولجميع حجوم العينات .

تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 25, \beta = 10, \lambda = 1)$

جدول (6) : تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 25, \beta = 10, \lambda = 1)$ بالنسبة للمعولية ومعيار الخطا للمعولية للطرق المعلمية (الإمكان الأعظم MLE) واللامعلمية (التجريب بدوالها الثلاث)

الطرق			$(\alpha = 25, \beta = 10, \lambda = 1)$						
			15	25	35	50	75	100	500
المعلمية	MLE	Reb.	0.46535	0.47263	0.47636	0.47978	0.48469	0.48600	0.49409
		MSE	0.00385	0.00223	0.00143	0.00118	0.00090	0.00061	0.00011
Empirical	Mean-Rank	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.50980	0.5	0.50495	0.50100
		MSE	0.32524	0.32923	0.33121	0.33263	0.33353	0.33433	0.33566
	Median-Rank	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.50992	0.5	0.50498	0.50100
		MSE	0.33125	0.33303	0.33400	0.33461	0.33487	0.33535	0.33587
	Symmetric	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.51	0.5	0.50500	0.50100
		MSE	0.33565	0.33572	0.33594	0.33598	0.33578	0.33603	0.33601

بالتالي الطريقة المعلمية هي الأفضل ويأتي من بعدها طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط ولجميع حجوم العينات .

تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 3, \beta = 0.2, \lambda = 5)$

جدول (3 - 6) : تجربة المحاكاة للنموذج عند $(\alpha = 3, \beta = 0.2, \lambda = 5)$ بالنسبة للمعولية ومعيار الخطا للمعولية للطرق المعلمية (الإمكان الأعظم MLE) واللامعلمية (التجريب بدوالها الثلاث)

الطرق			$(\alpha = 3, \beta = 0.2, \lambda = 5)$						
			15	25	35	50	75	100	500
المعلمية	MLE	Reb.	0.53845	0.53362	0.52127	0.52134	0.51747	0.51372	0.50633
		MSE	0.00467	0.00404	0.00179	0.00159	0.00082	0.00064	0.00013
Empirical	Mean-Rank	Reb.	0.5	05	0.5	0.50980	0.5	0.50495	0.50100
		MSE	0.34367	0.35318	0.35756	0.36054	0.36329	0.36491	0.36787
	Median-Rank	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.50992	0.5	0.50498	0.50100
		MSE	0.35351	0.35944	0.36215	0.36381	0.36551	0.36659	0.36821
	Symmetric	Reb.	0.5	0.5	0.5	0.51000	0.5	050500	0.50100
		MSE	0.36064	0.36382	0.36533	0.36605	0.36701	0.36772	0.36844

بالتالي الطريقة المعلمية هي الأفضل ويأتي من بعدها طريقة التجريب المعتمدة على رتبة الوسط ولجميع حجوم العينات .

الاستنتاجات

1. أثبتت الدراسة بشكل قاطع أن طريقة الإمكان الأعظم (MLE) هي الأكثر دقة وموثوقية في تقدير دالة المعولية لتوزيع "ألفا باور فريشيت" عبر جميع أحجام العينات وقيم المعلمات المُختبرة، وذلك لامتلاكها أصغر متوسط خطأ تربيعي (MSE).
2. التوزيع المقترح (Alpha Power Fréchet) يعد نموذجًا فعالاً ومرنًا لنمذجة بيانات المعولية ذات الذيول الثقيلة والقيم المتطرفة، مما يجعله أداة إحصائية قوية في تحليل معولية المكائن والأجهزة الحديثة المعقدة.

3. تظهر النتائج أن دقة جميع طرق التقدير تتحسن مع زيادة حجم العينة، حيث ينخفض متوسط الخطأ التربيعي (MSE) بشكل ملحوظ عندما ينتقل حجم العينة من الصغير (n=15) إلى الكبير (n=500).
4. من بين الطرق اللامعلمية الثلاث، أظهرت طريقة رتبة الوسط (Mean-Rank) أداءً متفوقًا ومتسقًا مقارنة بطريقة رتبة الوسيط (Median-Rank) والطريقة المتماثلة (Symmetric)، مما يجعلها الخيار الأمثل عند اللجوء إلى التقدير اللامعلمي.
5. أكدت منهجية محاكاة مونت كارلو، مع تكرار التجربة 2000 مرة، فعاليتها في تقديم تقييم قوي وعادل لأداء طرق التقدير المختلفة تحت ظروف خاضعة للتحكم، مما يعزز مصداقية النتائج المستخلصة.
6. بينما تفوقت الطريقة المعلمية، فإن وجود طرق لامعلمية قوية يوفر بديلاً في الحالات التي يصعب فيها تحديد التوزيع الأمثل، مما يؤكد على أهمية وجود ترسانة من الأدوات الإحصائية واختيار الأداة المناسبة بناءً على طبيعة البيانات والغرض من التحليل.
7. على الرغم من تعقيد المعادلات غير الخطية لطريقة الإمكان الأعظم، فإن إمكانية حلها باستخدام خوارزميات عددية (مثل نيوتن-رافسون) بلغات برمجة مثل Python يفتح الباب أمام أتمتة عملية التقدير وتطبيقاتها على نطاق واسع في المجال الصناعي والبحثي.

التوصيات

1. التوصية باعتماد توزيع "ألفا باور فريشيت" (Alpha Power Fréchet) كنموذج موثوق لتحليل المعولية وتقدير عمر الأجهزة في القطاعات الصناعية التي تتميز بيانات أعطالها بقيم شاذة وذيول ثقيلة، مثل قطاع النفط والغاز والطاقة.
2. عند التأكد من ملاءمة توزيع (Alpha Power Fréchet) للبيانات، يوصى باستخدام طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كأداة التقدير الأساسية نظرًا لدقتها العالية وقلة متوسط الخطأ التربيعي لديها مقارنة بالطرق الأخرى.
3. استخدام الطرق اللامعلمية كبديل استكشافي في الحالات التي لا يكون فيها التوزيع الأساسي للبيانات معروفًا أو مؤكدًا، يمكن استخدام الطرق اللامعلمية (وخاصة طريقة رتبة الوسط) كتقدير أولي أو استكشافي لدالة المعولية، كونها لا تتطلب افتراضًا مسبقًا عن التوزيع.
4. إجراء مزيد من الدراسات النظرية والمحاكاة لاستكشاف خصائص أخرى لتوزيع (Alpha Power Fréchet) مثل دالة المعدل اللحظي للفشل ومقاييس المخاطرة، وتقييم أدائه مع عينات ذات حسومات والتي هي شائعة في بيانات المعولية.
5. تطبيق هذا التوزيع ومنهجية التقدير المقترحة على بيانات من قطاعات أخرى غير القطاع البتروكيميائي، مثل بيانات الأعطال في القطاعات الطبية والاتصالات والطاقة المتجددة، للتحقق من فعاليتها ومدى عموميتها.

Reference

1. السعدي ، بشير فيصل محمد حبيب ، 2010 ، بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي ، رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد 5
2. السعيداوي ، جواد شاكر ضيغم ،"معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل " رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة البصرة وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير علوم في الاحصاء ،رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة البصرة وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير علوم في الاحصاء ، 2022 م 6
3. الشمري، لينا ناصر. (2018). التقدير اللامعلمي لفترات الثقة للقيم المتطرفة لسرعة الرياح باستخدام تقنية التمهيد وتطبيقاتها في تصميم المنشآت الساحلية [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة الملك فهد للبترول والمعادن.9
4. العطية، حسين سلمان. (2014). التحليل الإحصائي المتقدم. بغداد: دار الكتب العلمية. 12
5. القرشي ، احسان كاظم شريف ، 2001 ، "الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية " ، اطروحة دكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية .14
6. القرشي ، زينب كاظم مزهر ، ((تقدير معولية الاجهاد المتانة المتعدد المركبات باستعمال بعض توزيعات قوة الفا مع تطبيق عملي)) ، اطروحة مقدمة إلى مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء 2023 . 15
7. حسين ، علي ناصر (2015) " إيجاد الخوارزمية الكفوءة في تقدير معلمات توزيع ويبل المختلط (تطبيق على سرعة الرياح في العراق)" أطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد . 19
8. شواي ، رغد خليل ،"تقدير معلمات توزيع القيم المتطرفة المعممة الموسع مع التطبيق على درجات الحرارة في العراق ،رسالة ماجستير ، جامعة البصرة، 2024 ، ص23 . 22
9. عبد الكريم، حيدر سالم (2022)، "مقارنة طريقة الامكان الاعظم والطريقة رسالة ماجستير، غير منشورة قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة. الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق". 23
10. عبد اللطيف زهراء رياض (2021) تقدير دالة المعولية لبيانات توزيع **Shifted Gompertz** مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة. 24
11. Ali, M., Khalil, A., Ijaz, M., & Saeed, N. (2021). Alpha-Power Exponentiated Inverse Rayleigh distribution and its applications to real and simulated data. PloS one, 16(1), e0245253. 31
12. Elbatal, m.Egarhy, M.Golam kibria (2021) "Alpha power Trans formed Weibull-G Fatimily of distribution: Theory and Applications" Journal of statistical theory and Applications vol 20(2) p.p 340-354 . 51
13. Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes. Springer-Verlag.(1983) .53
14. Härdle, W. (1990). Applied Nonparametric Regression. Cambridge University Press. pp. 34–39. 58

15. Hassan, A. S., Elgarhy, M., Mohamd. R. E. & Alrajhi, S. (2019) On the alpha power transformed power Lindley distribution. Journal of Probability and Statistics 2019(1), 8024769 . 59
16. Hosking, Jonathan Richard Morley, & Wallis, James Rodney. (2020). Non-parameteric probability-weighted moments for the generalized extreme value distribution. Extremes, 23(4), 591-609 . 61
17. Khan, M.S.; Pasha, G.R.; Pasha, A.H. (February 2008). "Theoretical analysis of inverse Weibull distribution" . 67
18. Ramos, P. L., Louzada, F., Ramos, E., & Dey, S. (2018). The Fréchet distribution: Estimation and application – An overview. arXiv preprint arXiv:1801.05327 . 89