Journal of Al-Farabi for Humanity Sciences Volume (9) Issue (6) June (2026)

ISSN: 2957-3874 (Print)
Journal of Al-Farabi for Humanity Sciences (JFHS)
https://iasj.rdd.edu.iq/journals/journal/view/95
مجلة الفارابي للعلوم الإنسانية تصدرها جامعة الفارابي

تصميم تعليمي قائم على الفشل المنتج (PF) في التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف الاول المتوسط

د. عاصم احمد خليل الشمام

جامعة الموصل، كلية التربيـــة للعلوم الصرفة، قسم الرياضيات، الموصل، العراق

An Instructional Design Based on Productive Failure in Developing Mathematical Representations among First Intermediate Grade Students

asim_alshumam@uomosul.edu.iq

مستخلص البحث

هدف البحث إلى التعرف على أثر تصميم تعليمي قائم على الفشل المنتج (PF) في التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط. ولتحقيق هدف البحث اعتمد الباحث التصميم التجريبي ذي المجموعتين المتكافئتين (التجريبية والضابطة). تألفت عينة البحث من (٧٤) طالباً من طلاب الصف الأول المتوسط في مدرسة أبناء الأثير بمدينة الموصل، وُزعوا عشوائياً وبواقع (٤١) طالباً للمجموعة التجريبية التي درست وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج(PF) ، و(٣٣) طالباً للمجموعة الضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية.أجرى الباحث تكافؤاً بين طلاب المجموعتين في متغيرات (العمر الزمني، الذكاء، والمعرفة السابقة). تطلب قياس المتغير التابع بناء اختبار للتمثيل الرياضي تألف بصيغته النهائية من (٢٠) فقرة موضوعية من نوع الاختيار من متعدد، موزعة بالتساوي على خمس مهارات (التمثيل المحسوس، التمثيل البياني، التمثيل الجدولي، التمثيل الرمزي، التمثيل اللفظي)، وتم التحقق من صدقه وقوته التمييزية وثباته.طُبقت التجربة في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي (٢٠٢٥-٢٠٢٦م)، واستمرت قرابة الشهرين. وبعد جمع البيانات ومعالجتها إحصائياً باستخدام الاختبار التائي (t-test) لعينتين مستقلتين، أظهرت النتائج:

١. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية على طلاب المجموعة الضابطة في الاختبار الكلي للتمثيل الرياضي ولصالح المجموعة التجريبية.

٢. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات مهارات التمثيل الرياضي (التمثيل البياني، التمثيل الرمزي، التمثيل اللفظي) بين طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة ولصالح المجموعة التجريبية.

٣. لا يوجد فرق دال احصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب مجموعتي البحث التجريبية والضابطة في مهارات (التمثيل المحسوس والتمثيل الجدولي).وفي نهاية التجربة خرج الباحث بجملة من الاستنتاجات والتوصيات والمقترحات.

٤. **الكلمات المفتاحية:** التصميم التعليمي، الفشل المنتج، التمثيل الرياضي، تدريس الرياضيات.

Abstract

This research aimed to investigate the effect of an instructional design based on Productive Failure (PF) on mathematical representation among first-grade intermediate students. To achieve the research objective, the researcher adopted an experimental design with two equivalent groups (experimental and control). The research sample consisted of (74) first-grade intermediate students from Abnaa Al-Atheer School in the city of Mosul. The students were randomly assigned into two groups: an experimental group comprising (41) students taught according to the PF-based instructional design, and a control group of (33) students taught using the conventional method.The researcher established equivalence between the two groups in the following variables: chronological age, intelligence, and prior knowledge. Measuring the dependent variable required constructing a mathematical representation test. Its final version consisted of (20) objective multiple-choice items, distributed equally across five skills: concrete representation, graphical representation, tabular representation, symbolic representation, and verbal representation. The test's validity, discriminatory power, and reliability were

statistically verified.The experiment was conducted during the second semester of the academic year (2025-2026) and lasted for approximately two months. Following data collection and statistical analysis using the independent samples t-test, the results revealed the following:

1. A statistically significant variance at the (0.05) level emerged between the two groups' mean scores on the comprehensive mathematical representation test, demonstrating a clear advantage for the experimental group.
2. When analyzing specific sub-skills namely graphical, symbolic, and verbal representations a significant statistical difference at the (0.05) level was similarly found, favoring the students instructed via the PF design.
3. There is no statistically significant difference at the (0.05) level between the mean scores of the two groups in the skills of concrete and tabular representation.

In light of these findings, the researcher formulated a set of conclusions, recommendations, and suggestions for further research. **Keywords:** Instructional Design, Productive Failure, Mathematical Representation, Mathematics Teaching

مشكلة البحث

يعد التمثيل الرياضي جوهر الفهم العميق في الرياضيات إذ يمثل الأداة التي يُترجم بها الطالب المفاهيم الرياضياتية المجردة إلى رموز وأشكال وجداول وألفاظ يمكن التعامل معها. ومن خلال زيارات الباحث الميدانية للمدارس لمتابعة الطلبة المطبقين، وخبرته في طرائق تدريس الرياضيات، لاحظ أن طلاب المرحلة المتوسطة يعانون من قصور واضح في مهارات التمثيل الرياضي والقدرة على التحويل بينها. ويُعزى هذا القصور في الغالب إلى طرائق التدريس السائدة التي تقدم المعرفة جاهزة والحلول مقولبة ونمطية، مما يجعل الطالب متلقياً سلبياً يعجز عن تمثيل المشكلات الرياضية عند تغير سياقها المألوف.إن استمرار هذا الواقع يتطلب تدخلاً منهجياً يصحح مسار التدريس من خلال تبني تصميم تعليمي يسمح للطالب بالمحاولة والخطأ وبناء خبراته عبر ما يسمى بـ "التحري المعرفي" قبل تلقي التوجيه المباشر. وهنا تبرز الحاجة لبناء تصميم تعليمي معتمد على "الفشل المنتج" (Productive Failure – PF)، وهو أحد التوجهات الحديثة التي أسس لها العالم (Manu Kapur)، والذي يستند إلى فلسفة "تأخير التعليم المباشر". ففي هذا التصميم سيوضع الطالب أمام مواقف ومشكلات رياضية تتطلب منه توليد تمثيلات وحلول متعددة من مخزونه المعرفي، ورغم أنه قد يفشل في الوصول إلى التمثيل الرياضي الدقيق في محاولاته الأولى، إلا أن هذا الفشل يُعد "منتجاً"؛ لأنه يُنشّط بنيته المعرفية ويكشف له عن قصور تمثيلاته الذاتية ويجعله في أعلى درجات الاستعداد لتلقي التعليم المباشر اللاحق الذي ينظم تمثيلاته ويوجهها نحو الدقة الرياضياتية.ومن هنا تتبلور **مشكلة البحث** الحالي في محاولة الإجابة عن السؤال الرئيس الآتي:

ما أثر تصميم تعليمي قائم على الفشل المنتج (PF) في التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط؟

مقدمة :

شهد العالم في عصرنا الراهن تحولات جذرية متسارعة في شتى ميادين المعرفة، ناتجة عن الثورة العلمية والتكنولوجية والتدفق الهائل للبيانات. وقد فرضت هذه التحولات واقعاً جديداً على المؤسسات التربوية والأكاديمية، جاعلةً من الانتقال نحو استراتيجيات التعليم المبتكرة ضرورة حتمية للحاق بعجلة التقدم. فلم تعد الغاية من التعليم مقتصرة على نقل المعرفة أو إبقاء المدرس ملقناً والطالب مستقبلاً فحسب، بل أصبح للمتعلم دور فاعل في بناء المعرفة، وتحول المدرس إلى موجه وميسر للعمليات العقلية لبناء عقول مفكرة قادرة على التحليل والاستنتاج لمواجهة تحديات العصر (زيتون، ٢٠٢١: ١١٢).ولضمان تحقيق هذا الانتقال النوعي في العملية التعليمية، برزت الحاجة الملحة إلى توظيف التصميم التعليمي (Instructional Design) بوصفه هندسة للعملية التعليمية. فالتصميم التعليمي ليس مجرد تخطيط عشوائي، بل هو عملية منهجية منظمة تستند إلى نظريات التعلم المعرفية والبنائية، تهدف إلى بناء بيئات تعلم تفاعلية تركز على المتعلم، وتعمل على خفض العبء المعرفي وتوظيف استراتيجيات تدريسية وتقويمية تلبي الاحتياجات الفعلية للطلبة (الزويني والشريفي، ٢٠٢٣: ١). إن توظيف التصاميم التعليمية الحديثة يسهم بشكل فاعل في تحسين مخرجات التعلم، ونقل المعرفة من حيز التلقين إلى حيز التطبيق والأداء الفعلي (الباوي وآخرون، ٢٠٢١: ٢).وفي خضم هذا التطور المعرفي والمنهجي، يتبوأ علم الرياضيات بفروعه المختلفة مكانة الصدارة بوصفه لغة العلم الدقيقة لارتباطه الوثيق بإعمال العقل والتفكير المنطقي. حيث تحول النظر إلى الرياضيات من كونها منظومة ذات مفاهيم مجردة إلى نظام متناسق يركز على تنمية التفكير والتواصل والقدرة على مواجهة المشكلات. ولما كانت الرياضيات تتسم بالتجريد، فقد برز "التمثيل الرياضي" (Mathematical Representation) كأداة قوية للتفكير، تعمل على تجسيد الأفكار الرياضية وجعلها أكثر واقعية. فالتمثيل الرياضي يتيح للمتعلم ترجمة النص الرياضي من شكله المجرد إلى نماذج محسوسة، وصور، وجداول، ورسوم بيانية، مما يساعد في تنشيط جانبي الدماغ وتيسير استيعاب المفاهيم المعقدة (السيد، ٢٠٢٣:

١). فالطالب لا يتعلم الرياضيات بعمق إلا إذا امتلك القدرة على الانتقال المرن بين مختلف أنواع التمثيلات الرياضية (السواعي، ٢٠١٠: ١٤٤).وعلى الرغم من هذه الأهمية البالغة للتمثيل الرياضي، إلا أن الممارسات التدريسية في العديد من القاعات الدراسية لا تزال أسيرة للطرائق الاعتيادية التي تعتمد على استرجاع الخوارزميات بشكل آلي والتركيز على الهيكل الرمزي فقط دون غيره من التمثيلات، مما يحد من قدرة الطلبة على إعمال العقل ويسبب حالة من الركود المعرفي وصعوبة في الاحتفاظ بالتعلم (الشمري والتميمي، ٢٠٢٢: ٤٥). إن هذا الواقع يتطلب تدخلاً منهجياً من خلال تصميم تعليمي يتحدى قدرات الطلبة ويستفز بنيتهم المعرفية.ومن أبرز التوجهات التدريسية المعاصرة التي تترجم هذا التحدي الإيجابي تبرز استراتيجية "الفشل المنتج" (Productive Failure – PF) التي أسس لها العالم مانور كابور (Kapur). تعتمد هذه الاستراتيجية على إحداث تحول جذري في مسار الدرس؛ حيث يتم تعريض الطلبة لمشكلات رياضية معقدة وجديدة تقع ضمن "منطقة النمو الوشيك" الخاصة بهم، ويُطلب منهم ابتكار تمثيلات وحلول لهذه المشكلات قبل تلقي أي شرح رسمي من المعلم. وعلى الرغم من أن الطلبة قد يفشلون مبدئياً في الوصول للحل النموذجي، إلا أن هذا الجهد العقلي واستكشاف الحلول المتعددة يُنتج حالة من التنشيط المعرفي العالي، مما يجعلهم أكثر استعداداً ومرونة لاستيعاب المفاهيم والتمثيلات الرياضية الصحيحة عند تقديمها لاحقاً (عبد الملاك، ٢٠٢٥: ٢).فمن خلال الفشل المنتج، يخوض الطالب تجربة بناء المعرفة وتفكيك الموقف الرياضي، مما يخفف من العبء المعرفي الدخيل لاحقاً، ويتيح للطلبة استثمار سعة الذاكرة العاملة بكفاءة عالية (الفيل، ٢٠١٦: ١٥).وتتعاظم الحاجة إلى تبني تصميم تعليمي قائم على الفشل المنتج لمحاولة تعزيز مهارات التمثيل الرياضي في المرحلة الإعدادية، وتحديداً لطلاب الصف الأول المتوسط؛ بوصفها تقع ضمن سلم تعليمي يتدرج في مرحلة التفكير الشكلي، وهي أرقى مراحل النمو المعرفي التي ينتقل فيها تفكير الفرد من الملموس إلى المجرد. ففي هذه المرحلة، تتوافر لدى الطلبة قدرات تمكنهم من معالجة المشكلات بطريقة استدلالية، مما يجعل من مادة الرياضيات المحك الحقيقي الذي يتحدى قدراتهم

أهمية البحث:

تنبثق أهمية البحث فـي شقين أساسيين:

الأهمية النظرية:

تُعد هذه الدراسة محاولة جادة لرفد المكتبة التربوية عموماً، وميدان طرائق تدريس الرياضيات خصوصاً، برؤية معاصرة تتمثل في بناء تصميم تعليمي يستند إلى الفشل المنتج. وتتجلى هذه القيمة في السعي نحو إعادة تشكيل دور الطالب ليكون هو المكتشف والمركز الأساس في الموقف التعليمي، وبذلك نؤسس لانتقالة حقيقية تخرج الطالب من خندق الاستقبال السلبي للمحتوى، وتضعه في قلب التفاعل الإيجابي الذي يقود إلى بناء المعرفة وتحليل الإشكاليات الرياضية بعمق واستقلالية.كما ويمثل البحث دعوة للتحرر من القيود والأساليب المباشرة في التدريس. إذ يركز نظرياً على أن الهيكلية المتتابعة للتصميم المقترح تُكسب الذهن مرونة استثنائية، وتجعل من التعثر الأولي للطالب نقطة انطلاق لتحفيز بنيته العقلية الأمر الذي قد يسهل إدراك الجذور العميقة للمفاهيم الرياضية.ومن جانب اخر محاولة تسليطه الضوء على التمثيل الرياضي كنشاط ذهني حيوي قد يترجم إمكانات الطالب في تحويل الأفكار المجردة وصياغتها في قوالب وأنماط متعددة.

الأهمية التطبيقية:

يضع البحث بين يدي المختصين نتاجاً تطبيقياً يتمثل في حزمة من المواد التعليمية الخطط المصممة وفق بيئة الفشل المنتج واختبار التمثيل الرياضية يمكن أن يفيد منه الباحثون ومدرسو المادة والمقومون التربويون في إجراء تقييمات موضوعية لمستويات الطلبة ومهاراتهم كما ويلفت البحث انتباه الكوادر التعليمية من مشرفين ومدرسين إلى جدوى تبني المداخل الحديثة وتطبيقها واقعياً في الغرف الصفية. حيث قد تسهم هذه المنهجية في دعم الطلبة لتجاوز العوائق عبر تدريبهم على التصدي الواثق للمهمات الرياضية وترجمة المعطيات بصيغ متنوعة (لفظية، هندسية، رمزية)، مما قد يضمن معالجة المشكلات الرياضية بطرائق منظمة تنعكس إيجاباً على مستوياتهم العلمية.

هدف البحث:

هدف البحث الحالي إلى معرفة أثر تصميم تعليمي قائم على الفشل المنتج (PF) في التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط.

فرضيات البحث

: في ضوء الهدف صاغ الباحث الفرضيات الصفرية الآتية:

١. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في اختبار التمثيل الرياضي ككل".

٢. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في مهارة التمثيل المحسوس".

٣. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في مهارة التمثيل البياني".

٤. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في مهارة التمثيل الجدولي".

٥. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في مهارة التمثيل الرمزي".

٦. "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج وطلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في مهارة التمثيل اللفظي".

حدود البحث

:تحدد البحث الحالي بـ

١. الحد البشري: طلاب الصف الأول المتوسط.

٢. الحد المَكَانِيَّ: المدارس المتوسطة والثانوية التابعة للمديرية العامة لتربية نينوى

٣. الحد الزماني: الفَصْلُ الدِّرَاسِيُّ الثَّانِي مـن السنة الدِّرَاسِيّة (٢٠٢٥-٢٠٢٦م).

٣. الحد الموضوعي: الفصول الثلاثة (الثالث، والرابع، والخامس) من كتاب الرياضيات (متعددة الحدود، الجمل المفتوحة، الهندسة) المقرر للصف الأول المتوسط، الطبعة الثامنة (٢٠٢٦) والمعتمدة من وزارة التربية العراقية.

تحديد المصطلحات :

١-التصميم التعليمي :عرفه كل من :

١. (1983)Reigeluth بأنه: العلم الذي يُعنى بوصف المبادئ والإجراءات المتعلقة بكيفية تخطيط وتطوير وتنفيذ وتقويم البيئة التعليمية والمواد التعليمية لتحقيق أهداف تعليمية محددة . (Reigeluth, 1983: 7).

٢. الحيلة(١٩٩٩) بأنه: "علم يصف الإجراءات التي تتعلق باختيار المادة التعليمية المراد تصميمها، وتحليلها، وتنظيمها، وتطويرها، وتقويمها، من أجل تصميم مناهج أو برامج تعليمية تساعد على التعلم بطريقة أفضل وأسرع" (الحيلة، ١٩٩٩: ٢٤).

٣. زيتون(٢٠٠١) بأنه: "عملية منهجية منظومية لتخطيط وتطوير العملية التعليمية وتنفيذها وتقويمها، بما يتفق وخصائص المتعلمين، لتحقيق أهداف تعليمية منشودة بفاعلية وكفاءة"(زيتون، ٢٠٠١: ١٨).

وتبنى الباحث تعريف الحيلة (١٩٩٩)

٢-التصمم العليمي القائم على الفشل المنتج (PF) :عرفها كل من :

١. **Kapur (2008)** بأنها: تصميم لبيئة تعلم تحث الطلاب على توليد حلول ذاتية لمشكلات معقدة وصعبة قبل تلقي التدريس المباشر، حيث تهدف إلى إخفاقهم ظاهرياً في الوصول للحل الصحيح، لكنه إخفاق منتج معرفياً يسهم في تنشيط بنيتهم المعرفية وتعميق فهمهم اللاحق للمفهوم الرياضي. (Kapur, 2008: 380)

٢. **دايخة (٢٠٢٤)** بأنها: "خطوات تدريسية تقوم على إتاحة الفرصة للمتعلمين للمحاولة والخطأ وتوليد أفكار وحلول ذاتية لمشكلات رياضية تفوق قدراتهم الحالية قبل تلقي التدريس المباشر والمنظم من قبل المعلم، مما يعزز تفكيرهم وحلهم للمشكلات" .

(دايخة، ٢٠٢٤: ١٥)

٣. **عبد الملاك(٢٠٢٥)** بأنها: "بنية تصميم تعليمي يتناقض مع التدريس المباشر التقليدي، حيث يبدأ المتعلمون ببذل جهد استكشافي لحل مشكلات رياضية معقدة دون مساعدة مباشرة، يعقبه تدريس مباشر يركز على دمج وتوطيد المفاهيم الصحيحة وتطوير استراتيجيات الحل والوعي بقيمة الخطأ" .(عبد الملاك، ٢٠٢٥: ٢٥٠)

التعريف الاجرائي :نموذج تصميمي مقترح لتدريس الرياضيات للصف الأول المتوسط، يتضمن سلسلة من الإجراءات والمواد المخططة سلفاً لدمج مبادئ التصميم التعليمي مع نظرية الفشل المنتج. يعمل على تنظيم الموقف التعليمي في مرحلتي التوليد والاستكشاف لدفع الطلاب نحو المحاولة والخطأ، والتوطيد والتنظيم لمعالجة تلك الأخطاء وبناء المعرفة ويُقاس أثر هذا التصميم إجرائياً من خلال تطبيق الخطط الدراسية التي صممها الباحث لهذا الغرض .

٣- التمثيل الرياضي :عرفه كل من :

١. (1993)Baroody بأنه: إعادة تقديم أو ترجمة الفكرة الرياضية أو المشكلة في صورة أخرى أو في شكلٍ جديد مما يساعد في فهم هذه الفكرة أو الاهتداء لاستراتيجية مناسبة لحل المشكلة (Baroody, 1993: 107).

٢. المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) بأنه: التعبير عن المفاهيم والأفكار الرياضية وعلاقاتها بصور وأشكال متنوعة تشمل: الرسوم البيانية، والجداول، والرموز، والكلمات، والمواد المحسوسة، والتي تُستخدَم لتنظيم الأفكار الرياضية وفهمها، وتطوير استراتيجيات حل المشكلات، ونقل هذه الأفكار للآخرين.(NCTM,2000:67)

٣. السواعي (٢٠١٠) بأنه: "استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات والمواد المحسوسة للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي" (السواعي، ٢٠١٠: ٤٢).

التعريف الاجرائي :هي قدرة طالب الصف الأول المتوسط على ترجمة الأفكار والمشكلات الرياضية، من خلال استيعاب الموقف الرياضي وإعادة صياغته والتعبير عنه بصور وأشكال متنوعة (كالرسوم، والرموز، والجداول..الخ) تمهيدا لحله، وتظهر بشكل استجابات وحلول على ورقة الإجابة لفقرات اختبار مهارات التمثيل الرياضي المعد من قبل الباحث.

دراسات سابقة :

اِطلعَ الباحث عَلى مجموعة مـن الدراسـات اَلسابقـة المتعلقة بِمُتغيراتِ البحث، وَتمَّ تصنيفها إلـى محورين عَلى النحو اَلآتي:

المحور الأول: دراســات تناولت استراتيجية الفشل المنتج (Productive Failure)

دراسة دايخة (٢٠٢٤):

أُجريت هذه الدراسة في الجزائر جامعة قاصدي مرباح ورقلة واستهدفت الكشف عن فاعلية استراتيجية الفشل المنتج في حل المشكلات والتفكير ما وراء المعرفي في الرياضيات لدى تلاميذ السنة الثالثة متوسط . ولتحقيق هذا الهدف، استخدمت الباحثة المنهج شبه التجريبي المطبق على عينة بلغت (٦٠) تلميذاً وتلميذة، قُسموا بالتساوي إلى مجموعة تجريبية ومجموعة ضابطة. واعتمدت الباحثة في جمع بياناتها على أداتين تمثلتا في اختبار لحل المشكلات الرياضية ومقياس للتفكير ما وراء المعرفي. وقد أسفرت النتائج عن:

- وجود فرق ذي دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية التي درست وفق الاستراتيجية في كلا المتغيرين
- عدم وجود تأثير لتصنيف التلميذ (موهوب، عادي) على مدى الاستفادة من الاستراتيجية.

(دايخة، ٢٠٢٤)

دراسة عبد الملاك (٢٠٢٥):

أُجريت هذه الدراسة في مصر جامعة الوادي الجديد وهدفت إلى التعرف على أثر استخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية والمثابرة الرياضية في حل المشكلات لدى طلاب المرحلة الإعدادية . وظفت الباحثة المنهج شبه التجريبي على عينة قوامها (٧٠) طالب وطالبة من الصف الأول الإعدادي، وُزعوا إلى مجموعتين تجريبية وضابطة بواقع (٣٥) لكل مجموعة. وفيما يخص أدوات الدراسة، فقد تم استخدام اختبار للمرونة الرياضية ومقياس للمثابرة وأداة للمقابلة نصف الموجهة. وكشفت النتائج عن:

- تفوق تلاميذ المجموعة التجريبية اللواتي درسن باستراتيجية الفشل المنتج على المجموعة الضابطة.
- فاعلية الاستراتيجية في تطوير استراتيجيات الحل وزيادة الثقة والمحاولة المتكررة.

(عبد الملاك، ٢٠٢٥)

المحور الثاني: دراســات تناولت التمثيل الرياضي

دراسة الأحمدي (٢٠١٥):

أُجريت الدراسة في المملكة العربية السعودية مدينة الرياض واستهدفت استقصاء مستوى مهارات التمثيل الرياضي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط . استخدمت الباحثة المنهج الوصفي، مطبقةً إياه على عينة عشوائية بلغت (٥٦٢) طالبة. ولتحقيق أهداف الدراسة، تم إعداد اختبار للتمثيل الرياضي يقيس ثلاث مستويات (ترجمة الرسوم إلى جداول والعكس، ترجمة الصور إلى عبارات، ترجمة العبارات إلى صور). وبعد جمع البيانات وتحليلها إحصائياً، أسفرت النتائج :

- انخفاض عام في مستوى مهارات التمثيل الرياضي لدى أفراد العينة، لا سيما في مهارة ترجمة العبارات الرياضية إلى صور أو جداول (الأحمدي، ٢٠١٥)

دراسة عباس (٢٠١٥):

أُجريت هذه الدراسة في العراق جامعة واسط بهدف التعرف على أثر استخدام التمثيلات الرياضية في التحصيل الدراسي والاحتفاظ بالتعلم في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الأول المتوسط . ولتحقيق هذا الهدف، استخدم الباحث المنهج التجريبي على عينة من الطلبة بلغت (٧٨) طالباً، قُسمت بالتساوي إلى مجموعة تجريبية ومجموعة ضابطة بواقع (٣٩) لكل مجموعة. واعتمد الباحث في جمع بياناته على أداة تمثلت في اختبار للتحصيل الأكاديمي مكون من (٢٣) فقرة. وبعد المعالجة الإحصائية، أظهرت النتائج :

- تفوق المجموعة التي درست وفق التمثيلات الرياضية على المجموعة التي درست بالطريقة الاعتيادية في الاختبار التحصيلي والاحتفاظ بالتعلم. (عباس، ٢٠١٥)

مناقشة الدراسات السابقة:

سجل الباحث جُملةً من المؤشرات والدلالات المنهجية فقد أجمعت تلك الدراسات على فاعلية الاستراتيجيات الحديثة كاستراتيجية الفشل المنتج (Productive Failure)، في تحقيق نتاجات تعليمية متقدمة سواء في تنمية التفكير ما وراء المعرفي وحل المشكلات كدراسة (دايخة، ٢٠٢٤)، أو في تحسين المرونة والمثابرة الرياضية كدراسة (عبد الملاك، ٢٠٢٥). كما أبرزت الدراسات أهمية مهارات التمثيل الرياضي ودورها الفاعل في التحصيل والاحتفاظ بالتعلم (عباس، ٢٠١٥) والحاجة الماسة لتنميتها لدى الطلبة (الأحمدي، ٢٠١٥).ومن الناحية المنهجية، اتفقت معظم الدراسات على استخدام المنهج شبه التجريبي أو التجريبي ذي المجموعات المتكافئة،وفيما يخص العينات، فقد لوحظ تنوعها بين المراحل الابتدائية والمتوسطة والإعدادية، مما يعطي الباحث رؤية واسعة حول إمكانية تطبيق متغيرات البحث على مراحل عمرية مختلفة. أما على صعيد أدوات القياس، فقد تنوعت بين الاختبارات التحصيلية، واختبارات حل المشكلات، ومقاييس التفكير، واختبارات التمثيل الرياضي، وهو التنوع الذي أفاد الباحث في بناء أدواته الخاصة.

إجراءات البحث: اتبع الباحث الإجراءات الاتية:

أولا: اختيار التصميم التجريبي:

اعتمد الباحث التصميم التجريبي ذا الضبط الجزئي كونه يناسب طبيعة هذا البحث ويحقق هدفه إذ يتضمن هذا التصميم مجموعتين متكافئتين إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة، ويعد متغير (التمثيل الرياضي) متغيراً تابعاً يُقاس في نهاية التجربة، كما هو مبين في المخطط الآتي:

شكل (١) التصميم التجريبي

المجموعة	متغيرات التكافؤ	المتغير المستقل	المتغير التابع
التجريبية	– العمر الزمني بالشهور – الذكاء	التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج (PF)	اختبار التمثيل الرياضي
الضابطة	– المعرفة الرياضية السابقة	الطريقة الاعتيادية	

ثانياً: تحديد مجتمع البحث:

تحدد مجتمع البحث من طلاب الصف الأول المتوسط في المدارس المتوسطة والثانوية (الصباحية) للبنين في مدينة الموصل، من العام الدراسي (٢٠٢٥ – ٢٠٢٦م).

ثالثاً: اختيار عينة البحث:

بعد تحديد مجتمع البحث، وقع اختيار الباحث بالطريقة القصدية على مدرسة أبناء الأثير للبنين في مدينة الموصل لتكون ميداناً لتنفيذ التجربة، وذلك استناداً إلى مسوغات عملية وميدانية عدة؛ أبرزها ما أبدته إدارة المدرسة ومدرس مادة الرياضيات من استعداد عالٍ للتعاون وتقديم التسهيلات اللازمة لإنجاح إجراءات البحث. وإلى جانب ذلك، تميزت المدرسة بتوافر بيئة صفية تسمح بإعادة ترتيب المقاعد بما يتلاءم مع متطلبات التصميم التعليمي القائم على استراتيجية الفشل المنتج . كما أسهم احتواء المدرسة على شعبتين دراسيتين لطلاب الصف الأول المتوسط.ولتحديد مجموعتي البحث اعتمد الباحث أسلوب السحب العشوائي والذي اذ تم اختيار شعبة (أ) لتمثل المجموعة التجريبية التي ستتلقى محتوى مادة الرياضيات وفقاً للتصميم التعليمي في حين اختيرت شعبة(ب)لتمثل الضابطة التي ستدرس المادة ذاتها وفقاً للطريقة الاعتيادية. ولضمان سلامة التجربة وتجنباً لتأثير عامل الخبرة السابقة، استبعد الباحث الطلاب الراسبين إحصائياً من كلتا المجموعتين؛ وبناءً على ذلك، استقر حجم العينة على (٧٤) طالباً، توزعت بواقع (٤١) طالباً للمجموعة التجريبية، و(٣٣) طالباً للمجموعة الضابطة، وكما هو مبين في تفاصيل الجدول الآتي:

جدول (١) عينة البحث

المجموعة	الشعبة	عدد الطلاب قبل الاستبعاد	عدد الطلاب الراسبون	عدد الطلاب بعد الاستبعاد
التجريبية	أ	٤٥	٤	٤١
الضابطة	ب	٣١	١	٣٣
المجموع الكلي		٧٦	٥	٧٤

رابعاً: تكافؤ مجموعتي البحث:

حرص الباحث قبل الشروع بتطبيق التجربة على مكافأة مجموعتي البحث إحصائياً في عدد من المتغيرات التي قد تؤثر في المتغير التابع التمثيل الرياضي. وهذه المتغيرات هي: (العمر الزمني، درجة الذكاء، والمعرفة السابقة).وباستخدام الاختبار التائي (t-test) لعينتين مستقلتين، أظهرت نتائج التكافؤ عدم وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين المجموعتين عند مستوى دلالة (٠.٠٥) في جميع متغيرات التكافؤ، مما يؤكد تكافؤهما إحصائياً، وكما هو موضح في الجدول (٢) الآتي:**جدول(٢) يبين متغيرات التكافؤ لمجموعتي البحث**

متغيرات التكافؤ	المجموعة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	القيمة التائية	
				المحسوبة	الجدولية
العمر الزمني	تجريبية	١٥٥.٦٨٢	٥.٣٩٦	٠.٢٧٩	١.٩٩٣
	ضابطة	١٥٥.٢٧٢	٧.٢٦٤		
الذكاء	تجريبية	٣٦.٣٤١	٦.٧١٤	٠.٢٣٣	
	ضابطة	٣٦.٠٠٠	٥.٦٥٦		
المعرفة السابقة	تجريبية	٦٨.٠٢٤	٨.٧٣٣	١.٠٠٤	
	ضابطة	٦٥.٩٦٩	٨.٧٨٠		

خامساً :تهيئة مستلزمات التصميم التعليمي:

يُعد التصميم التعليمي بمثابة المخطط الذي يوجه مسار التجربة ويضبط متغيراتها. ولما كان البحث الحالي يهدف إلى تنمية مهارات التمثيل الرياضي من خلال استراتيجية تعتمد على "تأخير التعليم المباشر"، فقد تطلب الأمر بناء تصميم تعليمي خاص يرتكز على إحداث تحري معرفي مقصود لدى الطالب. تطلب تحقيق أهداف البحث بناء تصميم تعليمي وفق فلسفة العالم (Manu Kapur) للفشل المنتج، وشملت المراحل الآتية:

١. **مرحلة التحليل (Analysis Stage):**

تُمثل هذه المرحلة حجر الأساس لبناء التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج، وقد شملت تحليل ثلاثة محاور رئيسة، وكالآتي:

أ- **تحليل المحتوى الرياضياتي:** عمد الباحث إلى تحليل موضوعات الفصل الدراسي الثاني من كتاب الرياضيات للصف الأول المتوسط مع التركيز على تحديد المفاهيم والمسائل الرياضية التي تتميز بقابليتها العالية للترجمة إلى طرائق تمثيل متعددة (محسوسة، جداول، رسوم بيانية،

رموز رياضية، وتعبير لفظي). وقد تحددت المادة العلمية المستهدفة بثلاثة فصول دراسية، وهي: الفصل الثالث (متعددة الحدود)، والفصل الرابع (الجمل المفتوحة)، والفصل الخامس (الهندسة).

ب- تحليل خصائص المتعلمين: جرى تحليل حاجات المتعلمين (طلاب الصف الأول المتوسط، ١٢-١٣ سنة) استناداً إلى تجانسهم العمري واشتراكهم في الاهتمامات والخصائص المعرفية. وقد تمحور التحليل عن تحديد الحاجات الفعلية الآتية:

- الحاجة إلى التدرج المعرفي: نظراً لمرور هذه الفئة بمرحلة انتقال دقيقة من التفكير المحسوس إلى التفكير المجرد، برزت الحاجة إلى محتوى يراعي هذا التحول المتدرج.
- الحاجة إلى التحري والاستكشاف: تلبيةً لاهتمامات هذه الشريحة وفضولها العلمي، يتطلب الموقف التعليمي توفير مساحة حرة للتحري المعرفي تتيح لهم التعبير عن أفكارهم وتوجهاتهم بحرية تامة.
- الحاجة إلى بناء التمثيلات الذاتية: بيّن التحليل ضرورة انطلاق الطلاب من ممارسات عملية مألوفة لهم كاستخدام الرسوم والجداول لتمثيل المسائل الرياضية وحلها بأسلوبهم الخاص.
- الحاجة إلى التمهيد للمجردات: تُعد تلبية الحاجات السابقة متطلباً قبلياً ضرورياً يمهد الطريق نفسياً ومعرفياً قبل إلزامهم باستيعاب القوانين والرموز الرياضية المجردة.

ج- تحليل البيئة الصفية: جرى التأكد من مرونة البيئة الصفية في المدرسة (مدرسة أبناء الأثير للبنين) وإمكانية إعادة تنظيم المقاعد بما يتلاءم مع متطلبات العمل ضمن مجموعات ويُعد هذا التنظيم الميداني متطلباً أساسياً لنجاح التصمم التعلمي القائم على الفشل المنتج كونه يوفر مناخاً تفاعلياً يسمح للطلاب بتداول تمثيلاتهم الرياضية بما فيها المحاولات الخاطئة ومناقشتها بحرية تامة مع زملائه واستكشافها وذلك قبل تدخل الباحث لتقديم التوجيه والحل الرياضي الأمثل.

٢. مرحلة التصميم (Design Stage):

في هذه المرحلة قام الباحث بتحويل الفلسفة النظرية لـ "الفشل المنتج" إلى مسارات إجرائية قابلة للتطبيق داخل غرفة الصف. ولضمان الترابط الدقيق بين المتغير المستقل التصميم العليمي القائم على الفشل المنتج والمتغير التابع اي التمثيل الرياضي واعداد تصميماً ارتكازياً مبنياً على المشكلة (Problem-Centered Design) يتقاطع مع أنماط المعرفة الرياضياتية. وتضمنت هذه المرحلة الإجراءات الآتية:

أ- **تصميم المهام الرياضية المعقدة (Ill-structured Tasks):** صياغة مشكلات تفتقد إلى معطيات جاهزة أو خوارزميات حل مباشرة، لتكون هي نقطة الانطلاق في الدرس (تأخير التعليم المباشر). صُممت هذه المهام لتتحدى البنية المعرفية للطالب وتوجهه على الاستعانة بالتمثيلات المحسوسة والرسوم لمحاولة سد الفجوة المعرفية.

ب- **تصميم بيئة التحدي المعرفي:** تحديد آليات العمل المجموعاتي وأوراق المسودات او ما نسميه باوراق العمل المفتوحة التي تمنح الطالب مساحة حرة للخربشة والتجريب وتوليد تمثيلات متعددة ومتنوعة مع تقييد دور المدرس في هذه المرحلة بالمراقبة وعدم التدخل لتصحيح المسار (السماح بالفشل).

ج- **بناء مصفوفة التصميم التعليمي (المسار والمعرفة):** لضبط تكنك الدرس صمم الباحث مصفوفة إجرائية توضح تدرج مسار الدرس وتطوره المعرفي والتمثيلات الرياضية المستهدفة في كل مرحلة وكما هو موضح في الجدول الآتي:**جدول (٣) مصفوفة التصميم التعليمي**

مراحل التصميم وفق الفشل المنتج	المعرفة العلمية	التمثيل الرياضي	الإجراء (دور المدرس وسلوك الطالب)
أولاً: التوليد والاستكشاف	**معرفة إجرائية ومفاهيمية سابقة** (استدعاء الخبرات السابقة لمحاولة فهم المشكلة الجديدة)	- التمثيل المحسوس - التمثيل البياني (الرسوم) - التمثيل الجدولي	**الطالب:** يعمل ضمن مجموعة لتجزئة المشكلة ويقترح طرائق تمثيل ذاتية (تتسم غالباً بالقصور أو التعقيد). **المدرس:** يراقب، يشجع المحاولة، يرفض تقديم الحلول

ثانياً: الدمج والتوحيد	**معرفة مجردة وتعميمات** (بناء المفهوم الرياضي الجديد وصياغة القاعدة)	– التمثيل الرمزي (المعادلات والقوانين) – التمثيل اللفظي (صياغة المفهوم)	**المدرس:** يعرض تمثيلات الطلاب القاصرة، ويقود نقاشاً حول أسباب "الفشل"، ثم يقدم (التعليم المباشر) للتمثيل الرمزي الدقيق كحل قاطع للمشكلة. **الطالب:** يقارن تمثيلاته الذاتية بالتمثيل القياسي، ويستوعب التجريد.
ثالثاً: التدريب والتحويل	**معرفة تطبيقية** (نقل أثر التعلم إلى مواقف رياضية مشابهة)	– التحويل بين التمثيلات (من لفظي إلى رمزي، ومن رمزي إلى بياني ..وهكذا)	**الطالب:** يحل مشكلات فردية مستخدماً التمثيل الرمزي الدقيق الذي تعلمه. **المدرس:** يقدم التغذية الراجعة

٣. مرحلة التطوير (Development Stage):

تُعد هذه المرحلة الترجمة الفعلية لمرحلة (التصميم) ومصفوفتها الإجرائية، وتحويلها إلى جانب تعليمي ملموس وجاهز للتطبيق الميداني في الصف. وقد انبثق عن هذه المرحلة الإجراءات الآتية:

أ- **تطوير المهام والمشكلات الرياضية المعقدة (Ill-structured problems):** تمت صياغة المواقف الرياضية في أوراق عمل صُممت خصيصاً لتسمح بالمساحات الحرة للطلاب لغرض كتابة المسودات والخربشة وتجريب طرائق تمثيل متعددة، لتكون هي نقطة الانطلاق في كل درس استناداً لمنطلق"الفشل المنتج".

ب- **إعداد الأهداف السلوكية الخاصة بالخطط:** وُضعت الأهداف في قوائم متسلسلة، كما اسلفنا سابقا.

ج- **إعداد الخطط التدريسية:** في ضوء مصفوفة التصميم التعليمي، تطلب الأمر إعداد (٤٠) خطة تدريسية يومية، قُسمت الى مجموعتين (٢٠) خطة تدريسية للمجموعة التجريبية: صُممت وفق (الفشل المنتج PF)، واعتمدت في بنائها على المصفوفة الإجرائية، حيث تبدأ الخطة بـ (مرحلة التوليد والاستكشاف للمشكلة المعقدة)، تليها (مرحلة الدمج والتوحيد وتدخل المعلم)، ثم (مرحلة التدريب على التحويل بين التمثيلات).

في حين تم اعداد (٢٠) خطة تدريسية للمجموعة الضابطة صُممت وفق الطريقة الاعتيادية، حيث تبدأ بالتهيئة، ثم عرض المدرس المباشر للمفهوم وتمثيله الرمزي، فإعطاء الأمثلة، وانتهاءً بالتقويم.ولغرض التحقق من صدق الخطط التدريسية وصلاحيتها للتطبيق الميداني، ومطابقتها لمتغيرات البحث، عُرضت على مجموعة من المحكمين ذوي الاختصاص في المناهج وطرائق تدريس الرياضيات، وتم الأخذ بآرائهم وملاحظاتهم لتصاغ الخطط في شكلها النهائي.

أداة البحث (اختبار التمثيل الرياضي):

لتحقيق هدف البحث تطلب الأمر بناء اختبار للتمثيل الرياضي وبعد إطلاع الباحث على الأدبيات والدراسات السابقة، لم يجد اختباراً جاهزاً يتلاءم وطبيعة المرحلة العمرية (الأول المتوسط) والمحتوى الرياضي المحدد. لذا، أخذ الباحث على عاتقه بناء الاختبار متبعاً الخطوات المنهجية الآتية:

١. **الهدف من الاختبار:** حدد الباحث هدف الاختبار بقياس مهارات التمثيل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط.

٢. **تحديد مهارات التمثيل الرياضي:** من خلال مراجعة الأدبيات التربوية المتخصصة بتعليم الرياضيات والدراسات السابقة كدراسة سيد عبد السيد (٢٠٢٣)، حدد الباحث المهارات الخمس الآتية (التمثيل المحسوس ، التمثيل البياني، التمثيل الجدولي، التمثيل الرمزي، التمثيل اللفظي).

٣. **تحديد توصيفات مهارات التمثيل الرياضي:** صاغ الباحث توصيفاً إجرائياً لكل مهارة استند إليه في بناء فقرات الاختبار، وذلك على النحو الآتي:

أ. مهارة التمثيل المحسوس (الشكلي):

وتعني بناء المعنى الرياضياتي وتعني ترجمة النص الرياضي والمشكلات المجردة إلى نماذج محسوسة، أو استخدام الأشياء والمجسمات لتوضيح الأفكار والعلاقات الرياضية بشكل ملموس يسهل فهمه وإدراكه بدلاً من التعامل معه بتجريد مطلق.

ب. مهارة التمثيل البياني (الرسوم والمخططات):

وتعني تحويل المحتوى المفاهيمي إلى تصميمات ورسوم ومخططات بيانية مرئية (على المستوي الإحداثي مثلا)، فضلاً عن قراءة النقاط على المستوي الاحداثيي واستخلاص الرسوم والمعرفة الرياضية أو الحلول.

ج. مهارة التمثيل الجدولي:

وتعني تنظيم وتبويب البيانات الرياضية وترتيبها منهجياً في صفوف وأعمدة بهدف استكشاف الأنماط الخفية، وتوضيح العلاقة بين المتغيرات، وتحويل المعرفة النظرية إلى صورة تطبيقية يسهل قراءتها والتنبؤ من خلالها.

د. مهارة التمثيل الرمزي (الكتابي):

وهي تمثل قمة الهرم التجريدي في المعالجات الذهنية؛ وتعني التعبير عن المشكلات، أو الكميات، أو الأنماط الرياضية باستخدام الرموز، والأرقام، والحروف (كصياغة المعادلات أو العبارات الجبرية)، والقدرة على توظيف هذه الرموز كأداة للوصول إلى الحل الدقيق.

هـ. مهارة التمثيل اللفظي:

وتعني توظيف الألفاظ والمفردات واللغة المكتوبة للتعبير عن الأفكار والقوانين والعلاقات الرياضية، وترجمة الصور أو الرموز أو النماذج إلى نصوص لغوية واضحة ومقروءة تفسر الظاهرة الرياضية وتبرهن على الفهم العميق لها.

٤. **صياغة فقرات الاختبار:** لغرض صياغة أسئلة الاختبار بحسب المهارات، اعتمد الباحث فقرات موضوعية من نوع الاختيار من متعدد ذات البدائل الأربعة. وقد أعد الباحث (٢٠) فقرة اختبارية، وُزعت بالتساوي بواقع (٤) فقرات لكل مهارة من المهارات الخمس لتغطي المحتوى بشكل متوازن. ووضع الباحث تعليمات واضحة للإجابة في ورقة الاختبار.

٥. **إيجاد الخصائص السيكومترية للاختبار:**

أ. **الصدق الظاهري:** عُرض الاختبار في نسخته الأولية مع قائمة الأهداف على نخبة من المحكمين ذوي الاختصاص في علم النفس التربوي وكذلك طرائق التدريس. وقد اعتمد الباحث نسبة اتفاق تبلغ (٨٠٪) فأكثر كمحك أساسي لقبول الفقرة. واستجابةً للتوجيهات، أُجري تعديل على لبعض الفقرات لتستقر أداة الاختبار بجميع فقراتها الـ (٢٠) دون اللجوء إلى حذف أي منها.

ب. **التحليل الإحصائي لفقرات الاختبار** : للتحقق من التمييز طبق الباحث الاختبار على عينة استطلاعية قوامها (٥٥) طالب من غير العينة الأساسية وبعد تصحيح الإجابات، رُتبت الدرجات تنازلياً، وسُحبت نسبة (٢٧٪) من الدرجات العليا (١٥ طالباً) ونسبة (٢٧٪) من الدرجات الدنيا (١٥ طالباً). وباستخدام معادلة التمييز الخاصة بالفقرات الموضوعية تراوحت معاملات قوة التمييز لفقرات الاختبار بين (٠.٣٥) و(٠.٦١). وبما أن جميع القيم أعلى من (٠.٢٥)، فإن جميع فقرات الاختبار تُعد مميزة وصالحة، ولم تُستبعد أي فقرة، كما تم تسجيل زمن بدء وانتهاء كل طالب، وبعد حساب الوسط الحسابي للزمن المستغرق، تبين أنه يبلغ (٤٠) دقيقة تقريبا، وعُدّ هذا الزمن مناسباً لأداء الاختبار.

ج. **ثبات الاختبار:** لغرض التحقق من مدى ثبات الاختبار، ونظراً لكون فقرات الاختبار من نوع الاختيار من متعدد ،إجابات ثنائية(٠، ١) استعمل الباحث معادلة كيودر– ريتشاردسون ٢٠ (KR-20). وقد بلغت قيمة معامل الثبات (٠.٨١)، وتُعد هذه القيمة جيدة جداً ليصبح الاختبار بصيغته النهائية وجاهزاً للتطبيق.

٦. **تصحيح الاختبار:** تم وضع مفتاح إجابة أنموذجي، ووفقاً لتعليمات التصحيح، تُمنح درجة واحدة (١) للإجابة الصحيحة، ويُمنح (صفراً) للإجابة الخاطئة وحتى المتروكة وكذلك المؤشرة بأكثر من بديل. فقد تراوح درجة الفقرة الواحدة بين (٠ – ١)، وتتراوح الدرجة الكلية لاختبار مهارات التمثيل الرياضي بين (صفر – ٢٠) درجة.

٤. مرحلة التنفيذ (Implementation Stage):

بدأ تنفيذ التجربة ميدانياً في يوم الأحد الموافق (١ / ٣ / ٢٠٢٦ م)، حيث قُسّم طلاب الصف الأول المتوسط إلى مجموعتين متكافئتين (تجريبية وضابطة). ولتلافي أثر المتغير الخاص بالمدرس أو سرية التجربة أُسندت مهمة تدريس المجموعتين إلى مدرس مادة الرياضيات وذلك وبمتابعة مباشرة من قبل الباحث. وقد نُفذت إجراءات سير الدرس الخاصة بكل مجموعة على النحو الآتي:

أولاً: المجموعة التجريبية: دُرِّست هذه المجموعة وفقاً لتصميم تعليمي مبني على استراتيجية (الفشل المنتج – Productive Failure)، وتضمنت إجراءات سير الدرس الخطوات التفصيلية الآتية:

أ–طرح المشكلة (Problem Posing): يبدأ المدرس الدرس بتقسيم الطلاب إلى مجموعات تعاونية ثم يوزع عليهم مهمة رياضية أو مشكلة (Target Concept) لم يسبق لهم دراسة القوانين أو الخوارزميات الخاصة بحلها.

ب- توليد واستكشاف الحلول (المحاولة والخطأ): يُطلب من الطلاب الشروع في حل المشكلة بالاعتماد على خبراتهم السابقة وبناء تمثيلاتهم الذاتية (جداول، رسوم بيانية، تخطيطات). في هذه المرحلة، يدخل الطلاب في تحدي معرفي حقيقي لمحاولة إيجاد الحل.

ج-رصد الصراع المعرفي (Monitoring): يتجول المدرس بين المجموعات لمراقبة مسارات تفكير الطلاب وتقييم تمثيلاتهم (تقويم تكويني)، مع الالتزام التام بعدم تقديم أي تلميحات، أو إجابات جاهزة، أو تصحيح للأخطاء، بل يكتفي بالتوجيه وتشجيعهم على الاستمرار في المحاولة وإنتاج أفكار متعددة (السماح المقصود بالفشل المنتج).

د-المناقشة والنمذجة الرياضية (Mathematical Modeling): بعد انتهاء الوقت المخصص، يجمع المدرس إجابات المجموعات ويدون التمثيلات المختلفة على السبورة (بما فيها الرسوم غير الدقيقة والحلول القاصرة). يفتح المدرس نقاشاً مفتوحا لتحليل أسباب عدم كفاية تلك الحلول، ثم يستثمر هذا العصف الذهني لتقديم التمثيل الرياضي الرمزي الدقيق والحلول الصحيحة، ليأتي هذا الحل كمنقذ وحل نهائي للمشكلة التي عانوا في حلها.

هـ-التثبيت والتطبيق (Consolidation): بهدف ترسيخ المحتوى الرياضياتي والمفهوم المجرد الذي تم التوصل إليه، يُكلف المدرس الطلاب فردياً بحل مهام رياضية جديدة مشابهة، ولكن هذه المرة باستخدام التمثيل الرياضي الصحيح ، مع تقديم التغذية الراجعة الفورية.

ثانياً: المجموعة الضابطة:

في حين استُخدمت الطريقة الاعتيادية (التقليدية) في تدريس المجموعة الضابطة وتضمنت خطوات سير الدرس المسار الآتي:

أ المقدمة : كتابة عنوان الموضوع وعناصره على السبورة، يرافقه تمهيد يربط مفاهيم الدرس الحالي بالدروس السابقة عبر توجيه أسئلة تنشيطية للذاكرة.

ب-العرض المباشر (Direct Instruction): تقديم المادة العلمية وتفسير القواعد والرموز الرياضية بأسلوب الشرح وبشكل مباشر من قبل المدرس، مع الاستعانة بالسبورة لحل أمثلة تطبيقية كنموذج يتبعه الطلاب.

ج-التفاعل الصفي: توجيه اسئلة واستفسارات متفرقة للطلاب أثناء العرض لجذب الانتباه ولضمان تركيزهم، والسماح بتلقي أسئلتهم حول النقاط غير المفهومة.

د-الخلاصة: إيجاز المادة المشروحة بخلاصة وملخص سبوري، يعقبها تقويم تكويني عبر أسئلة شفوية أو مكتوبة للتحقق من مدى تحقق الأهداف السلوكية .

هـ-الواجبات البيتي: تكليف الطلاب بمهام وتمرينات تُنقل من السبورة لحلها لاحقاً لضمان حفظ القوانين وتطبيقها.

واستمر العمل الميداني بتدريس مجموعتي البحث طيلة مدة التجربة حيث نُفذت الدروس وفقاً للخطط المعدة سلفاً تحت الإشراف المباشر للباحث.

٥. مرحلة التقويم (Evaluation & Final Application):

تضمنت هذه المرحلة نوعين من التقويم:

أ-التقويم التكويني (البنائي): زامن مرحلة التنفيذ، حيث استُخدم بشكل مكثف في المجموعة التجريبية لتقييم جودة التمثيلات ، وتحديد عمق التحدي المعرفي أثناء تفاعل الطلاب مع المشكلة المعقدة.

ب-التقويم الختامي (التطبيق النهائي): بعد الانتهاء من تطبيق تجربة البحث بمدة الشهرين، طُبق التقويم الختامي لقياس الأثر الفعلي للتصميم التعليمي. فقد قام الباحث بتطبيق (اختبار التمثيل الرياضي حضورياً على طلاب مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في يوم الأربعاء الموافق (١٥ / ٤ / ٢٠٢٦ م). وقد صُححت أوراق الإجابات بالاستناد إلى مفتاح التصحيح .

تاسعاً: الوسائل الاحصائية: لغرض معالجة البيانات وتحليلها إحصائياً، وبما يتلاءم مع أهداف البحث الحالي المتمثلة في قياس أثر التصميم التعليمي في التمثيل الرياضي، استخدم الباحث الوسائل الإحصائية الآتية:

الاختبار التائي لعينتين مستقلتين:

استُخدم هذا الاختبار في مسارين؛ الأول: للتحقق من التكافؤ الإحصائي بين طلاب مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في المتغيرات الدخيلة قبل الشروع في التجربة. والثاني: لمعالجة البيانات النهائية للبحث لقياس أثر المتغير المستقل.(البياتي وأثناسيوس، ١٩٧٧، ص: ٢٦٠)

معادلة القوة التمييزية:

طُبقت هذه المعادلة لحساب معامل التمييز لفقرات اختبار التمثيل الرياضي وذلك لبيان مدى قدرة كل فقرة على التمييز بين الطلبة ذوي المستويات العليا والطلبة ذوي المستويات الدنيا.(النبهان، ٢٠٠٤، ص: ١٩٤ – ١٩٨)

معادلة كودر – ريتشاردسون ٢٠ (Kuder-Richardson 20):

استُخدمت هذه المعادلة لإيجاد معامل الثبات لاختبار التمثيل الرياضي.

(النبهان، ٢٠٠٤، ص: ٢٤٩)

عرض النتائج وتفسيرها :

يتضمن عرضا للنتائج التي توصل لها الباحث ومناقشتها في ضوء فرضياته وعلى النحو الاتي:

١.النتائج المتعلقة بالفرضية الأولى والخاصة بالتمثيل الرياضي:

لغرض اختبار دلالة هذه الفرضية إحصائياً، عَمَدَ الباحث إلى إيجاد كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للدرجات التي حصل عليها طلاب مجموعتي البحث. وتلا ذلك تطبيق معادلة القيمة التائية (t–test) بالاعتماد على قانون العينتين المستقلتين فيما يخص الدرجة الكلية لمتغير التمثيل الرياضي، وقد تم تلخيص تلك النتائج وتضمينها في الجدول الاتي:

جدول (٤)الاختبار التائي بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في الاختبار الكلي للتمثيل الرياضي

المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	القيمة التائية		الدلالة المعنوية
				المحسوبة	الجدولية	
التجريبية	٤١	١٤.٧٥٦	٣.٨٥٢	٣.٦٦٢	١.٩٩٣	دال عند مستوى دلالة ٠,٠٥ ودرجة حرية ٧٢
الضابطة	٣٣	١١.٥٤٥	٣.٦١٤			

ومن ملاحظة الجدول السابق يتبين أن هناك فرقاً بين متوسط درجات التمثيل الرياضي لطلاب المجموعة التجريبية ومتوسط درجات التمثيل الرياضي طلاب المجموعة الضابطة. ولكشف دلالة هذا الفرق إحصائياً، استخدم الباحث الاختبار التائي لعينتين مستقلتين، حيث بلغت القيمة التائية المحسوبة (٣.٦٦٢) وهي أكبر من القيمة التائية الجدولية البالغة (١.٩٩٣) عند مستوى دلالة (٠.٠٥) ودرجة حرية (٧٢).وبذلك تُرفض الفرضية الصفرية الأولى. وهذا يعني وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين دُرّسوا وفق التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين دُرّسوا بالطريقة الاعتيادية في الاختبار الكلي للتمثيل الرياضي، ولصالح المجموعة التجريبية.ويعزو الباحث هذا التفوق إلى طبيعة التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج والتي تضع الطالب في قلب التحدي والصراع المعرفي فبدلاً من حفظ القوانين الجاهزة أُتيحت لطلاب المجموعة التجريبية مساحة للتحري والاستكشاف، ومحاولة بناء تمثيلات ذاتية لحل مشكلات رياضية . هذا الجهد الذهني والمحاولات المتكررة (وإن كانت خاطئة أو قاصرة في البداية) هيأت عقولهم وعمقت فهمهم لضرورة وجود تمثيل رياضي دقيق. وعندما تدخل المدرس في مرحلة النمذجة الرياضية لتقديم التمثيل الصحيح، كان هذا التقديم بمثابة حل منقذ واستجابة لحاجة معرفية ملحة شعر بها الطلاب، مما أدى إلى ترسيخ المفاهيم الرياضية وقدرتهم على تمثيلها بشكل يتفوق بوضوح على طلاب الطريقة الاعتيادية الذين تلقوا المعرفة بشكل سلبي ومباشر.ومن جهة أخرى يمكن أن يُعزى هذا التفوق إلى طبيعة البيئة التعليمية الإيجابية التي وفرها التصميم العليمي القائم على الفشل المنتج ففي الطريقة الاعتيادية غالباً ما يتلقى الطالب الحل الجاهز، مما يولد لديه رهبة وخوفاً من الوقوع في الخطأ عند مواجهة أي مشكلة رياضية جديدة. أما في التصميم التعليمي الحالي، أصبحت الأخطاء والتمثيلات القاصرة التي ابتكرها الطلاب بأنفسهم مادة علمية خصبة ومحوراً للنقاش الصفي البناء. هذا التوجه كسر حاجز الخوف والتردد لديهم، وعزز من ثقتهم ومبادرتهم في التعبير عن أفكارهم الرياضية بشتى الطرق الممكنة دون قلق من التقييم السلبي. فضلاً عن ذلك، فإن العمل التعاوني ضمن مجموعات في مرحلة المحاولة والخطأ أتاح للطلاب فرصة ثمينة لتبادل الرؤى ومناقشة تمثيلات زملائهم المتنوعة، مما وسع من مداركهم وجعلهم أكثر مرونة وكفاءة في توظيف التمثيلات الرياضية مقارنة بأقرانهم في المجموعة الضابطة الذين اقتصر دورهم على المحاكاة.

٢. النتائج المتعلقة بفرضيات مهارات التمثيل الرياضي الفرعية:

للتحقق من فرضيات البحث المتعلقة بمهارات التمثيل الرياضي الخمس، تم استخراج المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات أفراد مجموعتي البحث في كل مهارة على حدة. وللمقارنة بين المتوسطات الحسابية، استخرج الباحث القيم التائية لعينتين مستقلتين وأُدرجت النتائج في جدول (٥) الآتي:**جدول(٥)نتائج الاختبار التائي لعينتين مستقلتين لمهارات التمثيل الرياضي**

مهارات التمثيل الرياضي	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	القيمة التائية		الدلالة المعنوية
					المحسوبة	الجدولية	
التمثيل المحسوس	التجريبية	٤١	٣.٢١٩	٠.٧٥٨	٠.٣٩٤	١.٩٩٣	غير دال
	الضابطة	٣٣	٣.١٥١	٠.٧١٢			
التمثيل البياني	التجريبية	٤١	٣.١٤٦	٠.٧٦٠٣	٠.٦٦٥	١.٩٩٣	غير دال
	الضابطة	٣٣	3.030	٠.٧٢٨			
التمثيل الجدولي	التجريبية	٤١	٣.١٢٢	٠.٩٢٧	٥.٠٤٠	١.٩٩٣	دال
	الضابطة	٣٣	٢.١٢١	٠.٧٣٩			
التمثيل الرمزي	التجريبية	٤١	٢.٨٠٤	٠.٩٠٠٥	٥.٠٩١	١.٩٩٣	دال
	الضابطة	٣٣	١.٧٢٧	٠.٩١٠			
التمثيل اللفظي	التجريبية	٤١	٢.٤٦٣	٠.٨٠٩	٤.٨٤٥	١.٩٩٣	دال
	الضابطة	٣٣	١.٥١٥	٠.٨٧٠			

يتضح من الجدول السابق أن القيم التائية المحسوبة لمهارات (التمثيل البياني، التمثيل الرمزي، التمثيل اللفظي) كانت أكبر من القيمة الجدولية عند درجة حرية (٧٢) ومستوى دلالة (٠.٠٥). وهذا يعني رفض الفرضيات الصفرية الخاصة بهذه المهارات، مما يدل على وجود فرق دال إحصائياً لصالح المجموعة التجريبية. ويرجح الباحث السبب في ذلك إلى أن هذه المهارات الثلاث تتطلب مستويات عليا من التجريد والتفكير الرياضي. إن التصميم العليمي القائم على الفشل المنتج ركز بشكل مكثف على جعل الطالب يحول المشكلة اللفظية إلى رموز رياضية ورسوم بيانية من خلال المحاولة والخطأ هذا الانتقال المتكرر بين النص اللفظي والرمز المجرد والشكل البياني، ومناقشة المدرس لأسباب فشل التمثيلات والمحاولات الاولى للطلاب، أسهم في بناء روابط مفاهيمية قوية لديهم. فطالب الصف الاول المتوسط استوعب لماذا يستخدم الرمز أو ذلك المنحني او الرسم البياني، وليس فقط كيف يستخدمه كما يحدث في الدرس الاعتيادي مما رفع من أدائهم في هذه المهارات التجريدية.بينما نلاحظ أن القيم التائية المحسوبة لمهارتي (التمثيل المحسوس، والتمثيل الجدولي) كانت أقل من القيمة الجدولية، وهذا يعني قبول الفرضيتين الصفريتين الخاصتين بهما. أي أنه لا يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات طلاب مجموعتي البحث التجريبية والضابطة في هاتين المهارتين.ويرجح الباحث السبب في ذلك التقارب إلى طبيعة هاتين المهارتين؛ فالتمثيل المحسوس يعتمد على إدراك الأشياء الملموسة اما التمثيل الجدولي يعتمد على تنظيم البيانات الأولية في صفوف وأعمدة وهما من المهارات الأساسية التي تدرب عليها الطلاب بكثافة خلال المرحلة الابتدائية لمدة ست سنوات. وبما أن طلاب الصف الأول المتوسط (أعمار ١٢-١٣ سنة) يمتلكون خبرة سابقة وقدرا جيدا من الكفاءة في تنظيم الجداول والتعامل مع المحسوسات، فقد أصبحت هذه العمليات اعتيادية لديهم (اي ان سقف التعلم فيها مرتفع أصلاً). لذلك كانت الطريقة الاعتيادية التي يتلقاها طلاب المجموعة الضابطة كافية لتنشيط هذه المهارات لديهم وتلبيتها بنجاح، مما جعل مستوى المجموعتين متقارباً، حيث لم تكن هناك حاجة ماسة لتحري معرفي فانهم متمكنون منها ومتكيفون معها سلفاً.من جهة أخرى، وبقراءة شمولية لنتائج مهارات التمثيل الرياضي نجد أن تأثير التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج لم يكن عشوائياً، بل تجلى بوصفه تدخلاً استراتيجياً موجهاً بدقة نحو المهارات فهذه المهارات تمثل بطبيعتها تحدياً حقيقياً لطلاب الصف الأول المتوسط الذين يمرون بمرحلة انتقالية في التفكير فان دور التحري المعرفي قد استطاع سد هذه الفجوة بكفاءة فمبدأ الفشل المنتج تعمل بمثابة جسر معرفي يركز على الارتقاء بالطالب نحو مستويات التفكير المجرد والمعقد التي يحتاج فيها فعلاً إلى التوجيه والنمذجة، دون استهلاك الجهد والوقت في مهارات مألوفة ومتقنة سلفاً، مما يعكس تلبية التصميم للحاجات الفعلية لهذه الفئة العمرية.

الاستنتاجات:

١- امكانية تطبيق التصميم التعليمي القائم على استراتيجية الفشل المنتج (PF) واستخدامه بكفاءة في بيئة الصف لتدريس مادة الرياضيات لطلاب الصف الأول المتوسط.

٢- التصميم التعليمي القائم على الفشل المنتج ساهم في رفع قدرة طلاب الصف الأول المتوسط على استخدام مهارات التمثيل الرياضي ككل، وتفوقه بوضوح على الطريقة الاعتيادية.

٣- إن استخدام تصميم تعليمي مقترح قائم على استراتيجية الفشل المنتج أثر بشكل إيجابي وعميق في لتلبيته حاجة الطلاب إلى التحري المعرفي.

٤- التدريس القائم على خطوات الفشل المنتج يولد بيئة تعليمية تفاعلية تكسر الجليد كحاجز الخوف من الخطأ، وتسمح للطلاب بالانخراط في تحري معرفي .

التوصيات

: في ضوء الاستنتاجات التي توصل إليها البحث، يوصي الباحث بما يأتي:

١. القائمين على تأليف الكتب المدرسية في مديرية المناهج إلى ضرورة إغناء محتوى كتب الرياضيات بمشكلات رياضية تتحدى تفكير الطلاب، وتتطلب منهم بناء تمثيلات متنوعة (بيانية، وجدولية، ورمزية) قبل تزويدهم بالقواعد والقوانين.

٢. إشراك مدرسي ومدرسات مادة الرياضيات في دورات تدريبية وتطويرية في أثناء الخدمة لتعريفهم بآليات تطبيق التصاميم العليمية وتدريبهم على استراتيجية الفشل المنتج .

٣. الملاكات التدريسية لمادة الرياضيات في المراحل كافة ضرورة إيلاء مهارات التمثيل الرياضي اهتماماً بالغاً، بوصفها متطلباً مهما وجسراً معرفياً يسهل انتقال الطالب من التفكير المحسوس إلى التفكير المجرد.

المقترحات

:استكمالاً للبحث الحالي وتوسيعاً لآفاق الاستفادة يقترح الباحث إجراء الدراسات الآتية:

١. أثر تصميم تعليمي قائم على استراتيجية الفشل المنتج (PF) في استيعاب المفاهيم الرياضية وتنمية التفكير البصري لدى طلاب الصف الثاني المتوسط.

٢. فاعلية استراتيجية الفشل المنتج (PF) في تنمية البراعة الرياضية واختزال قلق الرياضيات لدى طلاب الصف الاول المتوسط.

٣. مقارنة استراتيجيتي الفشل المنتج (PF) و (PQ4R) في تنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى طلاب الصف الاول المتوسط.

المصادر:

١. الأحمدي، سعاد مساعد. (٢٠١٥). مستوى مهارات التمثيل الرياضي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط بمدينة الرياض. مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، (٢٠٩)، ٦١-٧٦. https://doi.org/10.21608/mjat.2015.103509

٢. الباوي، ماجدة إبراهيم، ومكي، سمير عطا، ويحيى، يحيى جاري. (٢٠٢١). فاعلية تصميم تعليمي – تعلمي قائم على استراتيجيات التقويم البديل في الأداء العملي لطلبة قسم الفيزياء. مجلة الجامعة العراقية.

٣. بهوت، عبد الجواد، وعبد القادر، محمد. (٢٠٠٥). تأثير استخدام مدخل التمثيلات الرياضية على بعض مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي. المؤتمر العلمي الخامس – التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، مصر، ٤٥٠-٤٨٥.

٤. الحيلة، محمد محمود. (١٩٩٩). التصميم التعليمي: نظرية وممارسة. دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

٥. دايخة، مفيدة. (٢٠٢٤). فاعلية استراتيجية الفشل المنتج في حل المشكلات والتفكير ما وراء المعرفي في الرياضيات لدى تلاميذ السنة الثالثة متوسط (الموهوبين والعاديين) [أطروحة دكتوراه غير منشورة]. كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية، جامعة قاصدي مرباح ورقلة، الجزائر.

٦. الزويني، ابتسام صاحب موسى، والشريفي، آلاء محمد عبد راضي. (٢٠٢٣). فاعلية تصميم تعليمي قائم على نظرية التعلم التحويلي في التفكير التأملي والتحصيل لدى طلبة كليات التربية [أطروحة دكتوراه غير منشورة]. كلية التربية الأساسية، جامعة بابل، العراق.

٧. زيتون، حسن حسين. (٢٠٠١). تصميم التدريس: رؤية منظومية (ط. ٢). عالم الكتب.

٨. زيتون، عايش محمود. (٢٠٢١). أصول تدريس العلوم. دار الشروق للنشر والتوزيع.

٩. السواعي، عثمان نايف. (٢٠١٠أ). تعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين. دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.

١٠. السواعي، عثمان نايف. (٢٠١٠ب). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابية لدى طلاب الصف السادس الابتدائي. مجلة العلوم التربوية والنفسية، جامعة البحرين، ١١(٣)، ٤١-٦٥.

١١. السيد، منال أنور. (٢٠٢٣). أثر استخدام استراتيجية اليد المفكرة في تنمية مهارات التمثيل الرياضي والتفكير الاستدلالي لدى أطفال الروضة. المجلة العلمية لكلية التربية للطفولة المبكرة، جامعة بورسعيد، ٢٨(١)، ١-٣٥.

١٢. الشمري، زيد، والتميمي، محمد. (٢٠٢٢). استراتيجيات تدريس الرياضيات الحديثة وتطبيقاتها. مجلة الدراسات التربوية، ١٤(٢)، ٤٠-٥٥.

١٣. عباس، نزار كاظم. (٢٠١٥). أثر استخدام التمثيلات الرياضية في التحصيل الدراسي والاحتفاظ بالتعلم في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الأول المتوسط. مجلة كلية التربية، جامعة واسط، ١(٢١).

١٤. عبد الملاك، مريم موسى متي. (٢٠٢٥). أثر استخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية والمثابرة الرياضية لدي تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، ٢٨(٦)، ٢٤٥-٢٨٧.

١٥. الفيل، حلمي محمد. (٢٠١٦). نظرية العبء المعرفي وتطبيقاتها في التصميم التعليمي. مجلة العلوم التربوية، ٢(١)، ١٠-٢٥.

١٦. مبارك، بسمة محمود مرسي. (٢٠٢٣). أثر تصميم تعليمي قائم علي نظرية العبء المعرفي لبعض مهارات تنس الطاولة علي تنمية مهارات التفكير البصري والتحصيل وخفض الجهد العقلي. مجلة نظريات وتطبيقات التربية البدنية وعلوم الرياضة، ٤٠(٢)، ٣٠٥-٣٣٨.

١٧. النبهان، موسى. (٢٠٠٤). أساسيات القياس في العلوم السلوكية (ط. ١). دار الشروق للنشر والتوزيع.

18. Baroody, A. J. (1993). Problem solving, reasoning and communicating K-8: Helping children think mathematically. Macmillan Publishing Company.

19. Kapur, M. (2008). Productive failure. Cognition and Instruction, 26(3), 379-424. https://doi.org/10.1080/07370000802174837

20. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

21. Reigeluth, C. M. (1983). Instructional-design theories and models: An overview of their current status. Lawrence Erlbaum Associates