استخدام نماذج ARIMA في التنبوء الاقتصادي

م.م.احمد حسين بتال العاني
كلية الإدارة والاقتصاد .قسم الاقتصاد / جامعة الانبار

الخلاصة :

تهدف هذه الورقة إلى توضيح خطوات استخدام نماذج **ARIMA** ، نماذج الانحدار الذاتي المتكاملة مع المتوسطات المتحركة **Autoregressive Integrated Moving Average** في التنبؤ الاقتصادي . وتم اعتماد منهجية **Box-Jenkins** ، التي تستند على الدمج بين نماذج الانحدار الذاتي **AR** والمتوسطات المتحركة **MA** . وتم أجراء تطبيق عملي على سلسلة زمنية لمنتج طبي (٧٠ مشاهدة) باستخدام البرنامج الإحصائي **STATGRAPHICS** ، وتبين من النتائج أن النموذج **ARIMA(1,0,1)** حقق قدرة تنبؤية أعلى من النموذج **ARIMA (1,0,0)** حسب اختبارات دقة النتائج التنبؤية.

١-المقدمة

❖ اولا: مشكلة البحث

التنبؤات الاقتصادية هي تقديرات كمية لمتغيرات اقتصادية وغير اقتصادية خلال فترة زمنية محددة . تنقسم أساليب التنبؤ تبعا لمعيار المنهجية المعتمدة إلى قسمين رئيسين الأول هو الأساليب غير النظامية وتعتمد على الخبرة والتجربة والتقدير الذاتي باستخدام أساليب التناظر والمقارنة وأراء ذو الشأن والخبرة . أما القسم الثاني فهو الأساليب النظامية التي تعتمد على طرق عليمة وتتسم بالموضوعية وبضالة تأثير العوامل الذاتية ، بحيث تعطي نفس المعلومات المستخدمة وتفسير أي ظاهرة من قبل أشخاص مختلفين ، نتائج متماثلة . وتنقسم الأساليب النظامية إلى نماذج سببية وغير سببية . تتضمن النماذج غير السببية أسلوب إسقاط الاتجاه العام وتفكيك السلاسل الزمنية الذي يعتبر احد أكثر الأساليب دقة وشيوعا في الاستخدام.

❖ ثانيا: أهمية البحث:

يعتبر التنبؤ الاقتصادي من المواضيع التي تكتسب أهمية كبيرة ، اذ من خلال التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية يُمكن أصحاب القرار من رسم السياسات الاقتصادية والاجتماعية للفترات القادمة . وظهرت أساليب كثيرة للتنبؤ الاقتصادي ، ومن بين ابرز هذه الطرق نماذج **Autoregressive integrated moving average (ARIMA)** أي نماذج الانحدار الذاتي المتكاملة مع المتوسطات المتحركة . وتم صياغة هذه المنهجية من قبل **Box** و **Jenkins** عام ١٩٧٠ ولذلك تسمى بصيغة **Box-Jenkins** [1] .وتعتمد هذه المنهجية على الدمج بين نماذج الانحدار الذاتي **AR** والمتوسطات المتحركة **MA** .

❖ ثالثا: الدراسات السابقة:

وهنالك العديد من الدراسات التي استخدمت نماذج **ARIMA** في التنبؤ ، فعلى سبيل الذكر منها دراسة [٢] **Shhui Deng and Bin Liu** للتنبؤ باستقرارية دالة الطلب على النقود في الصين ، ودارسة [٣] **James Hansen , James Mcdonald and Ray Nelson** والتي تناولت مقارنة التنبؤ بالسلاسل الزمنية باستخدام نماذج **ARIMA** ونماذج الشبكات العصبية **Neural Network** ، وأيضا دراسة [٤] **Jeffery Wanger** والتي قدر فيها افضل مستوى للاستثمار العام باستخدام هذه النماذج .

❖ رابعا: هدف البحث

والغرض من هذه الورقة هو توضيح الخطوات اللازم القيام بها عند استخدام نماذج **ARIMA** في التنبؤ الاقتصادي ، وتم استخدام البرنامج الإحصائي **STATGRAPHICS** في الحصول على النتائج . ولغرض تحقيق هدف البحث سيتم التطرق الى المحاور الاتية :

- مفهوم نماذج **ARIMA**.
- استقرارية السلسلة الزمنية.
- تشخيص رتبة **AR** و **MR**.
- اختبارات دقة النتائج التنبؤية
- التطبيق العملي لنماذج **ARIMA**.
- الاستنتاجات.

٢- مفهوم نماذج ARIMA

يقصد بنماذج **ARIMA** تلك المنهجية التي طبقها كل من **George Box** و **Gwilyn Jenkins** على السلاسل الزمنية عام ١٩٧٠ ، وهذه المنهجية تعتمد في صياغتها على ثلاثة اجزاء هي كالاتي :

❖ أ-نموذج الانحدار الذاتي AR

يمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي بالشكل الاتي[٥] :

$$Y_T = B_0 + B_1 Y_{T-1} + B_2 Y_{T-2} + ... + B_P Y_{T-P} + e_T \qquad (1)$$

حيث ان :

Y_T : تمثل قيم المتغير **Y** المتنبأ بها .

$Y_{T-1}, Y_{T-2}, Y_{T-P}$: تمثل قيم المتغير **Y** المتاخرة زمنيا خلال الفترة **T**

B_0, B_1, B_2, B_p : معاملات معادلة الانحدار

ويشير نموذج الانحدار الذاتي الى ان القيم الحالية للمتغير Y_T تعتمد على قيم المتغير السابقة Y_{T-1} ، Y_{T-2} ، Y_{T-P} .

❖ ب-نموذج المتوسط المتحرك MA

يمكن صياغة نموذج المتوسط المتحرك بالشكل الاتي [٦] :

$$Y_T = W_o + e_T - W_1 e_{T-1} - W_2 e_{T-2} ..... - W_q e_{T-q} \qquad (2)$$

Y_T : تمثل قيم المتغير Y المتنبأ بها .

$e_{T-1}, e_{T-2}, e_{T-q}$: تمثل المتأخرة للبواقي من تقدير المتغير Y_T

W_0, W_1, W_2, W_q : تمثل الاوزان

e_T : يمثل المتغير العشوائي

ومن النموذج نجد ان قيم Y_T الحالية تعتمد على القيم السابقة للبواقي $e_{T-1}, e_{T-2}, e_{T-q}$.

❖ ج – نموذج الانحدار الذاتي ومتوسط متحرك ARMA

يمكن جمع النموذجين السابقين بنموذج واحد يسمى (ARMA) autoregressive moving average ويصبح النموذج الجديد بالشكل الاتي :

$$Y_T = B_0 + B_1 Y_{T-1} + B_2 Y_{T-2} + ... + B_P Y_{T-P} + e_T$$
$$+ W_o + e_T - W_1 e_{T-1} - W_2 e_{T-2} ..... - W_q e_{T-q} \qquad (3)$$

ويشار الى هذا النموذج بـ ARMA من الرتبة (p,q) حيث يشير الحرف p الى رتبة الانحدار الذاتي ويشير الحرف q الى رتبة المتوسط المتحرك .

٣-استقرارية السلسلة الزمنية :

حتى يمكن تطبيق طريقة Box-Jenkins ، يجب ان تكون السلسلة الزمنية مستقرة stationary ويقصد بالاستقرارية هنا من الناحية الاحصائية بان يكون الوسط الحسابي والتباين ثابتين [٧]. وتستخدم دالة الارتباط الذاتي للكشف عن استقرارية او عدم استقرارية السلسة الزمنية ولإجراء اختبار لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي ككل نستخدم احصائية Price and Box وهي كالاتي:

$$Q = T \sum_{k=1}^{K} \hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2 (K) \qquad (4)$$

حيث ان

Q : تمثل قيمة احصائية Price and Box

T : الفترة الزمنية

P : تمثل معامل الارتباط الذاتي

X^2 : توزيع مربع كاي

K : فترات الابطاء

حيث أن Q لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية تساوي K ، فاذا كانت القيمة المحتسبة عند فترة ابطاء (K) معينة ومستوى ثقة معين اكبر من القيمة الحرجة (جداول مربع كاي) وبالتالي نرفض فرضية العدم ، أي : أن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر وتعني أن السلسلة غير مستقرة وتقبل الفرضية البديلة إذا كانت القيمة المحتسبة أصغر من القيمة

الجدولية وتكون السلسلة مستقرة. وفي الغالب يكون لدالة الارتباط الذاتي شكل خاص حيث إنها تتناقص كلما زادت فترات الإبطاء حتى تصل إلى الصفر .

ولتحويل السلاسل الزمنية غير المستقرة نقوم بعملية التفاضل **differencing** للسلسلة الأصلية من خلال طرح قيم Y_T من Y_{T-1} و Y_{T-1} من Y_{T-2} وهكذا حتى نحصل على سلسلة زمنية جديدة ، ونختبر السلسلة الزمنية الجديدة فإذا أصبحت مستقرة تكون درجة التفاضل **d** مساوية ١ ، وإذا كانت السلسلة لازالت تعاني من عدم الاستقرارية تقوم بالتفاضل مرة ثانية وهكذا حتى نصل إلى سلسلة زمنية مستقرة .

٤-تشخيص رتبة AR و MA

يتم تحديد رتبة كل من **AR** و **MA** من خلال مشاهدة دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي . فاذا كانت دالة الارتباط الذاتي لاتتنازل بسرعة مع زيادة درجات الابطاء فهذا يعني ان السلسة الزمنية غير مستقرة وتحتاج الى التفاضل . اما تحديد **AR** و **MA** فيمكن من خلال الاستعانة بالجدول الاتي :

جدول (١) دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي ونماذج **ARMA**

النموذج	ACF	PACF
AR(1)	تتنازل هندسيا ابتداءً من ρ_1	صفرية بعد Φ_1
AR(2)	تتنازل هندسيا ابتداءً من ρ_2	صفرية بعد Φ_2
AR(p)	تتنازل هندسيا ابتداءً من ρ_p	صفرية بعد Φ_p
MR(1)	صفرية بعد ρ_1	تتنازل بعد Φ_1
MR(2)	صفرية بعد ρ_2	تتنازل بعد Φ_2
MR(q)	صفرية بعد ρ_q	تتنازل بعد Φ_q
ARMA(1,1)	تتنازل هندسيا ابتداءً ρ_1	تتنازل بعد Φ_1
ARMA(p,q)	تتنازل هندسيا ابتداءً من ρ_p	صفرية بعد Φ_q

- تمثل كل ρ معامل دالة الارتباط الذاتي و Φ معامل دالة الارتباط الذاتي الجزئي

الجدول / من اعداد الباحث

٥ – اختبارات دقة النتائج التنبؤية

هنالك اختبارات عديدة تعتمد في تقيم النماذج المتنبأ بها ومنها الأتي [٨]:

أ– متوسط القيم المطلقة للأخطاء **mean absolute error** ويمكن إيجاده بالصيغة آلاتية:

$$MAE = \sum|e_T| / n \quad (5)$$

$$e_T = Y_T - F_T \quad (6)$$

حيث أن :

e_T : تمثل الخطأ أو البواقي

Y_T : تمثل القيم الحقيقة للمتغير

F_T : تمثل القيم المتنبأ بها للمتغير Y_T

ب- *مربع الأخطاء المطلقة* **mean squared error**

وتحسب بالشكل الأتي :

$$MSE = \sum e_T^2 / n \qquad (7)$$

ويستخدم الاختبار الأول والثاني لمعرفة القوة التنبؤية للنموذج المستخدم

ج-*النسبة المطلقة لمتوسط الأخطاء* **mean absolute percentage error**

وتحسب بالشكل الأتي :

$$MAPE = \sum(|e_T|/Y_T)/ n \qquad (8)$$

وتستخدم هذه الصيغة للمقارنة بين عدة نماذج تنبؤية

د- *نسبة متوسط الأخطاء* **mean percentage error**

وتحسب بالشكل الأتي :

$$MPE = \sum(e_T^2/Y_T)/ n \qquad (9)$$

وتستخدم هذه الصيغة لمعرفة التحيز في الأخطاء نحو الاتجاه الموجب أو السالب وكلما كانت القيمة قريبة من الصفر يشير هذا إلى دقة التنبؤ .

٦- التطبيق العملي لنماذج ARIMA

إذا كانت البيانات آلاتية وهي تخص السلسلة الزمنية لمنتج طبي خلال ٧٠ أسبوعا

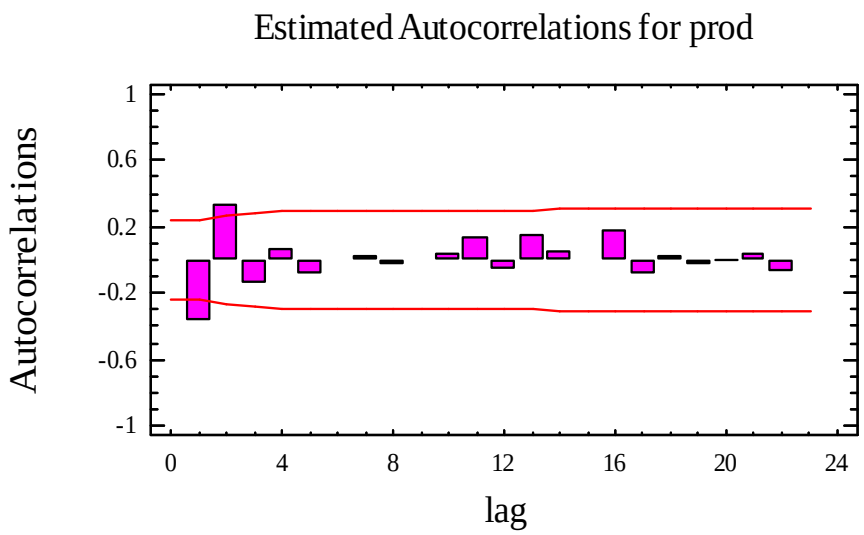
جدول (٢) بيانات لمنتج طبي خلال ٧٠ اسبوع

الاسبوع	المشاهدات	الاسبوع	المشاهدات	الاسبوع	المشاهدات
1	47	26	57	51	38
2	64	27	50	52	59
3	23	28	45	53	55
4	71	29	25	54	41
5	38	30	59	55	53
6	64	31	50	56	49
7	55	32	71	57	34
8	41	33	56	58	35
9	59	34	74	59	54
10	48	35	50	60	45
11	71	36	58	61	68
12	35	37	45	62	38
13	57	38	54	63	50
14	40	39	36	64	60
15	58	40	54	65	39
16	44	41	48	66	59

40	67	55	42	80	17
47	68	45	43	55	18
54	69	57	44	37	19
23	70	50	45	74	20
		62	46	51	21
		44	47	57	22
		64	48	50	23
		43	49	60	24
		52	50	45	25

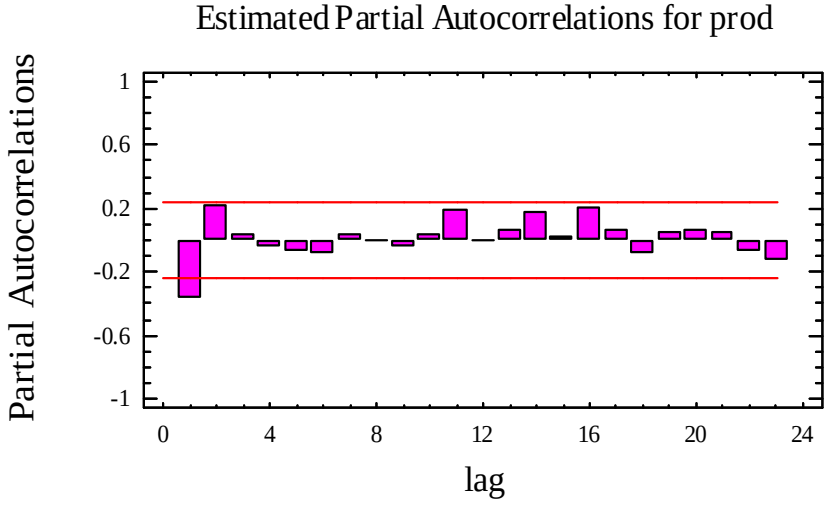
ولإجراء التنبؤ بنماذج **ARIMA** نجري الاتي :

❖ اولا: نقوم بالتأكد من استقرارية السلسلة الزمنية ، او جعلها مستقرة، في حالة عدم الاستقرار ، نستعين بدالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (ويمكن استخراج هذه الدوال بأحد البرامج الإحصائية ومنها **STATGRAPHICS** كما في الاشكال الاتية:



شكل (١) دالة الارتباط الذاتي

شكل (٢) دالة الارتباط الذاتي الجزئي



ويتضح ان دالة الارتباط الذاتي انها تتنازل هندسيا بعد درجة ابطاء واحدة ، وهو دليل على استقرار السلسلة الزمنية ، كما معامل دالة الارتباط يتنازل بعد الفترة الاولى ، ولذلك نرشح النماذج التالية **ARIMA(1,0,1)** و **ARIMA(1,0,0)**

❖ ثانيا : بعد تقدير النماذج المقترحة باستخدام البرنامج الاحصائي **STATGRAPHCS** حصلنا على النتائج الاتية :

ARIMA(1,0,1)

Statistic	Estimation Period
MSE	118.193
MAE	7.98234
MAPE	18.2879
MPE	-5.636

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value
AR(1)	-0.7159	0.186062	-3.84765	0.000269
MA(1)	-0.357292	0.249327	-1.43303	0.156501
Mean	51.1129	1.03326	49.4677	0.000000
Constant	87.7046			

ARIMA(1,0,0)

Statistic	Estimation Period
MSE	120.751
MAE	8.23681
MAPE	18.7248
MPE	-5.73502

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value

```
AR(1)                -0.414269
0.115931          -3.57342          0.000653
Mean                 51.1122
0.939391          54.4099           0.000000
Constant             72.2864
-------------------------------------------
-------------------------------
```

من النتائج نجد إن ما يلي :

- نموذج ARIMA(1,01)

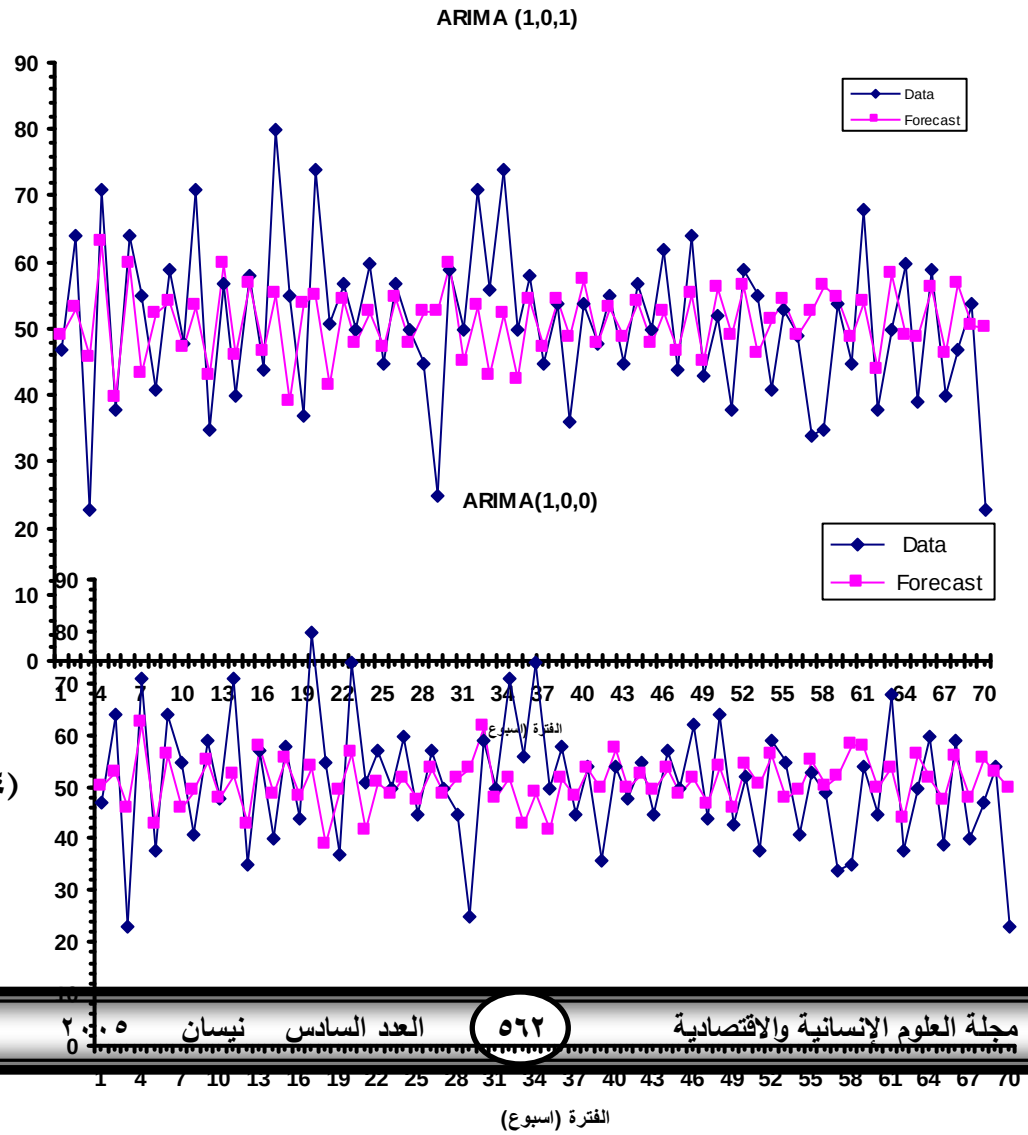
معامل AR(1) معنوي من الناحية الإحصائية (p value=0.000256) عند مستوى معنوية (0.05) ، ومعامل MR(1) غير معنوي إحصائيا (P value = 0.156).

- نموذج ARIMA(1,0,0)

من هذا النموذج نجد أن معامل AR(1) معنوي إحصائيا (P value=0.00065).

والإشكال (٣) و(٤) توضح القيم الحقيقة والمتنبأ بها للنموذجين ARIMA(1,1,0) ARIMA(1,0,0)

شكل (٣) القيم الحقيقة والمتنبأ بها للنموذج ARIMA(1,0,1)



شكل (٤) القيم الحقيقة

والمتنبأ بها للنموذج ARIMA(1,0,0)

❖ ثالثا: من ناحية ثانية نجد إن نموذج ARIMA(1,0,1) حقق دقة تنبؤية أكثر عند المقارنة مع النموذج ARIMA(1,0,0) طبقا لاختبارات الدقة مما يعني يمكن استخدامه في التنبؤ. وكما يتضح من الجدول الأتي :

جدول (٢) اختبارات الدقة التنبؤية لنماذج ARIMA

الاختبار	نموذج ARIMA(1,0,1)	نموذج ARIMA(1,0,0)
MSE	118.193	120.751
MAE	7.98234	8.23681
MAPE	18.2879	18.7248
MPE	-5.636	-5.73502

٧- الاستنتاجات

أن نماذج ARIMA هي من اساليب التنبؤ النظامية الغير سببية التي تبنى على أساس تفكيك السلاسل الزمنية . وهي ناتجة عن دمج نماذج الانحدار الذاتي AR ونماذج المتوسطات المتحركة MA ، وتسمى نماذج الانحدار الذاتي المتكاملة مع المتوسطات المتحركة Autoregressive Integrated Moving Average .

ولكي يتم تطبيق نماذج ARIMA في التنبؤ بالسلاسل الزمنية يجب المرور بالخطوات آلاتية:

١. التأكد من استقرار السلسلة الزمنية ، والقيام بالتفاضل إذا كانت السلسة الزمنية غير مستقرة .
٢. تشخيص رتب الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة.

٣. تقدير معلمات النموذج .

٤. التأكد من قدرة النموذج التنبؤية .

وعند تطبيق نماذج ARIMA على سلسلة زمنية لمنتج طبي تبين أن النموذج ARIMA (1,0,1) حقق قدرة تنبؤية أعلى من النموذج ARIMA(1,0,0) حسب اختبارات القدرة التنبؤية .

. الهوامش والمراجع .

(1) Box G, Jenkins G, (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day

(٢)Suhui Deng and Bin Liu " Modeling and Forecasting demand for money in China,(1999) :cointegration and nonlinear analysis" *Journal of Annals Operations Research* Vol. 87 pp:177-189

(٣) James Hansen, James Mcdonald and Ray Nelson (1999)" Time series prediction with genetic-algorithm designed neural network : an empirical comparison with modern statistical models" *Journal of Computational Intelligence*, Vol. 15 No. 3 , pp-171-184

(٤) Jeffery Wamger (2000)" Estimation the optimal scale of public investment : the case low-level Radioactive waste disposal facilities " *Journal of Regulatory Economics* , Vol. 17 No. 2, pp 173-188

(٥) John Hanke and Arthur Reitsch (1991)" *Understanding Business Statistics* " Richard D. Irwn Inc, Boston, , P 718.

(٦) د. حسين علي بخيت ، سحر فتح الله " مقدمة في الاقتصاد القياسي " الدار الجامعية للطباعة والنشر ، بغداد ، ٢٠٠٢ ص ٢١٣

(7) Regina Kaiser and Agustin Maravall " *Notes on time series analysis ARIMA models and Signal Extraction* " Banco , Spanish , without date. p 6

(٨) انظر في هذا الصدد المراجع الاتية :

- Gerald Keller and Brian Worrack(1997)" *Statistics for Management and Economics* " Cole publishing Company , New York , , p 923
- David Anderson, Dennis Sweeney and Thomas William " *Quantitative Methods for Business* (2001)" South Western college Publishing , Ohio, , p 173
- Donald Harnett and James Horriel (1998)" *Data, Statistics and decision models with Excel* ' John and sons, New York, , p 368